波普尔哲学著作集　范景中主编

Karl Popper

科学发现的逻辑

THE LOGIC OF SCIENTIFIC DISCOVERY

[英]卡尔·波普尔著

查汝强　邱仁宗　万木春译



中国美术学院出版社

波普尔哲学著作集　范景中主编

科学发现的逻辑

THE LOGIC OF SCIENTIFIC DISCOVERY

[英]卡尔·波普尔著

查汝强　邱仁宗　万木春译

中国美术学院出版社

Karl Popper
THE LOGIC OF SCIENTIFIC DISCOVERY
浙江省版权局著作权合同登记号　图字：11-2003-42 号

责任编辑：祝平凡　周书田
装帧设计：南　山
责任校对：昌　林
责任出版：葛炜光

图书在版编目（CIP）数据

科学发现的逻辑/（英）波普尔著；查汝强，邱仁宗，万木春译.
—杭州：中国美术学院出版社，2007．6
（波普尔哲学著作集/范景中主编）
ISBN 978-7-81083-607-4

Ⅰ．科…　Ⅱ．①波…②查…③邱…④万…　Ⅲ．科学哲学—研究
Ⅳ．N02

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 086776 号

科学发现的逻辑
[英] 卡尔·波普尔 著 查汝强 邱仁宗 万木春 译

出 品 人：傅新生
出版发行：中国美术学院出版社
地　　址：中国·杭州市南山路 218 号/邮政编码：310002
网　　址：www. caapress. com
经　　销：全国新华书店
制　　版：浙江新华图文制作有限公司
印　　刷：浙江广育爱多印务有限公司
版　　次：2008 年 10 月第 1 版
印　　次：2008 年 10 月第 1 次印刷
印　　张：31. 75
开　　本：710mm × 1000mm　1/16
字　　数：350 千
印　　数：0001—2000
ISBN 978-7-81083-607-4
定　　价：60. 00 元

英译本说明

《科学发现的逻辑》[*The Logic of Scientific Discovery*]是1934年秋季(版本说明是"1935年版")在维也纳出版的《研究的逻辑》[*Logik der Forschung*]的译本。由作者本人在尤利乌斯·弗雷德[Julius Freed]博士和兰·弗雷德[Lan Freed]的帮助下翻译。

1934年的原文没有因翻译而改变,和通常一样,译文比原文略长一些。有些词和短语在英语中没有对等词,就只得意译。有些句子必须拆开和重新组合——特别是因为原文是高度压缩的:为了顺从出版者的要求,它曾经过几次斧削删节。但是,作者决定不增补原文,也不恢复被删去的段落[除了少数语句用方括号或脚注表明]。

为了使本书适合现在的情况,作者加了新脚注。有些只是延伸原文的意思或者对原文的错误加以改正,但是有些说明作者已改变了的看法,或者说明现在他会如何重新组织他的论点。

所有新增加的脚注和附录都标以带星号的数字。旧脚注扩大的部分也标以星号(除非它只是提及原来引自德文版的某一书的英文版)。

在这些新的加星号的增加部分中,可以找到参照与此书相关的《科学发现的逻辑后记》[*Postscript to the Logic of Scientific Discovery*](三卷本)。它们讨论同样的问题,虽然各卷相互补充,但是它们是独立的。

还必须提到,本书各章数序的改变,在原书里,章数是从第1章到第2章(第一部分),再从第1章到第8章(第二部分)。现在是从第1章直到第10章。

第一版序言　1934 年版

人终于解决了他最棘手的问题，这种暗示……对于哲学的行家并不是慰藉；因为他们不禁担心：哲学将永远不会走得如此远以至能提出一个真正的问题来。

M. 石里克[M. Schlick]（1930 年）

至于我，我持完全相反的意见。我认为，每当一个争论进行了一段时间，特别是哲学的争论，它争论的实质就决不仅仅是一个关于词句的问题，而总是一个关于事物的真正的问题。

I. 康德[I. Kant]（1786 年）

从事一项研究工作（比如物理学）的科学家可以直接研究他的问题。他能够立即进入问题的核心，就是说，进入一个有组织的结构的核心，因为已经存在着一个科学学说的结构；同这一起，还有一个公认的问题情境。这就是为什么他可以让别人把他的贡献安置在科学知识的框架中去。 13

哲学家发现自己处于不同的地位，他的面前没有一个有组织的结构，而是一堆废墟似的东西（虽然也许有珍宝埋于其下）。他不能求助于有一个公认的问题情境；因为人们公认的事实也许并不存在这样的问题情境。的确，哲学是否能走得如此远乃至于提出一个真问题，现在已成为哲学界经常讨论的问题。

不过，仍然有些哲学家相信哲学能提出关于事物的真正问题，因而他们仍然希望对这些问题提出讨论，希望他们和现在被认作哲学讨论的那种沉闷的独白诀别。假如他们意外地发现他们不能接受任何现存的信条，他们就只能从头重新开始。

1934 年秋于维也纳

科学家最必需的东西莫过于科学的历史和发现的逻辑……:检测错误的方法,假说、想象的运用,检验的方式。

阿克顿勋爵[Lord Acton]

英译本第一版序言　1959 年版

在我的 1934 年的旧序中，我试图说明——我想太简短了——我对 15
那时流行的哲学状况，特别是那时的语言分析学派的态度。在这个新序里，我想说明我对现在的状况和现在的两个主要的语言分析学派的态度。现在和那时一样，语言分析对于我来说是重要的；不仅作为对手，而且作为盟友，就他们似乎差不多是仅存的仍然保持着某些理性哲学传统的哲学家这点而言。

语言分析学者认为，没有任何真的哲学问题，或者，如果有什么哲学问题，那就是语言的用法，或者词的意义问题。但是，我相信，至少有一个哲学问题，所有好思考的人都感兴趣。这就是宇宙论问题：**理解世界——包括作为世界一部分的我们自己和我们的知识——的问题**。我认为，全部科学都是宇宙论，我对哲学的兴趣同我对科学的兴趣一样强烈，仅仅在于哲学对宇宙论作出的贡献。对我来说，如果哲学和科学二者不再作出这种贡献的话，无论如何都会失去它们的魅力。大家公认，理解语言的功能是宇宙论的重要部分；但是，把我们的问题都解释成只是语言学的“难题”，却不是宇宙论的一个重要部分。

语言分析学者把自己看作是一种哲学所独有的方法的实践者。我想他们错了，因为我相信下列命题。

哲学家和其他人一样，在追求真理中，自由地运用任何方法。**哲学没有任何独有的方法。**

我在此提出的第二个命题是：认识论的中心问题从来是，现在仍然是知识增长的问题。**而研究知识增长的最好方法是研究科学知识的增长。**

16 我并不认为对知识增长的研究可代之以对语言的用法或语言系统的研究。

然而,我很愿意承认,有一种方法,可以称之为“哲学的一种方法”。但是,这不是哲学独有的方法,而是所有**理性讨论**所共有的一种方法,因此不仅是哲学,而且也是自然科学所具有的方法。我心目中的这个方法就是,清楚地陈述人们的问题以及**批判地**审查人们建议的对这问题的各种解决方法。

我对“**理性讨论**”和“**批判地**”用了黑体字是为了强调,我把理性态度和批判态度二者相等同。这意思就是,每当我们对一个问题提出解法时,我们应该尽我们所能地去试图推翻我们的解法,而不是去保护它。遗憾的是,我们中间很少人实行这条规则。但幸运的是,假如我们自己不进行批评,别人会对我们进行批评。只有当我们尽可能清楚地陈述我们的问题,把我们的解决方法表述在足够确定的形式之中——一种可以接受批判性讨论的形式之中时,批判才会有效果。

我不否认,在清晰地表述和仔细地审查我们的问题和我们建议的解决方法的过程中,可以称作“逻辑分析”的某种东西会起作用;我不认为“逻辑分析”或“语言分析”方法必然是无用的。更确切地说,我的命题是,这些方法远不是哲学家可以有利地运用的唯一方法,它们决不是哲学特有的,正如它们不是任何其他科学的或理性的研究所特有的一样。

人们也许会问,哲学家可以使用什么别的“方法”。我的回答是,虽然有无数不同的“方法”,我实在不想列举它们。我并不关心一个哲学家(或者任何别的人)可以运用那些方法,只要他拥有一个有趣的问题,只要他正在认真地试图解决它。

在他可以使用的许多方法中间——当然,总是视他手头的问题而定——我看有一个方法值得一提。这是(现在不时髦的)历史方法的一个变异形式。这个方法仅仅在于试图找出别人对手头这个问题曾经想过和说过什么:为什么他们必须面对这问题,他们如何表述这个问

题,他们试图如何解决它。我认为这个方法是重要的,因为它是理性讨论的一般方法的一部分。假如我们忽视别人正在思索什么,或者在过去曾经想些什么,那么,理性讨论一定会结束,虽然我们中的每个人可 17
以继续愉快地和自己对话。有些哲学家把与自己对话作为一种美德,也许是因为他们觉得没有其他任何人值得与之谈话。我担心在这种有点儿高贵的地位上进行哲学探讨,也许是理性讨论衰落的征象。无疑,上帝主要和他自己对话,因为没有任何人值得他与之对话。但是,哲学家应该懂得,他们和任何其他人一样,并不像上帝。

所谓"语言学分析"是哲学的真方法这一信念所以得到广泛的流传,有若干有趣的历史原因。

一个历史原因是这样的正确信念:**逻辑悖论**,比如说谎者悖论("我现在正在说谎"),或者罗素[Russell]、理查德[Richard]和其他人发现的悖论,需要语言分析方法运用它著名的区分有意义的(或"符合语法规则"的)和无意义的语言表达来解决它们。后来,这个正确的信念和下列错误的信念结合在一起了:哲学的传统问题产生于试图解决**哲学悖论**,它的结构与**逻辑悖论**的结构类似,所以在有意义和无意义的谈话之间的区别一定也对哲学有着极端的重要性。这个信念的错误可以很容易地说明。其实可以用逻辑分析来说明这点。因为,逻辑分析显示,在所有逻辑悖论中存在的某种反身或自指的特性在所有的所谓哲学悖论中并不存在——甚至在康德的二律背反中也不存在。

不过,抬高语言学分析方法的主要原因似乎是这样。人们觉得,洛克[Locke]、贝克莱[Berkeley]和休谟[Hume]的所谓"**观念的新方式**",就是说,分析我们的观念及其在我们的感觉中起源的心理学方法,或者更确切地说,伪心理学方法,必须代之以一个更"客观的"和较不涉及发生的方法。人们觉得,我们必须分析词和它们的意义和用法,而不是去分析"观念"、"概念"、"想法",我们必须分析命题、陈述、语句,而不是分析"思想"、"信念"、"判断"。我乐意承认,以"词的新方法"代替洛克的"观念的新方式"是一个进步,一个迫切需要的进步。

这是可以理解的。那些过去认为"观念的新方式"是唯一的哲学

18 的真方法的人转而相信“词的新方式”是唯一的哲学的真方法。对这个挑战性的信念,我强烈反对。但是,我对此只说两点批评意见。第一,“观念的新方式”从来没有被当作哲学的主要方法,更不用说当作它的唯一的真方法了。连洛克也只是作为处理某种初步知识(伦理学的初步知识)的方法而引进的;贝克莱和休谟用它主要作为攻击他们的论敌的武器。他们急于告诉我们,他们自己对世界——事物和人的世界——的解释从不建立在这个方法的基础之上。贝克莱不把他的宗教观点建立在这个基础之上,休谟也不把他的政治理论建立在这个基础之上(虽然他把他的决定论建立在这个基础之上)。

但是,我对“观念的新方式”或者“词的新方式”是认识论——也许甚至是哲学——的主要方法这一信念的最大的反对意见是这样。

认识论问题可以从两方面进行研究:(1)作为日常或常识知识问题,或者(2)作为科学知识问题。那些采取第一种方法进行研究的哲学家正确地认为,科学知识只能是常识知识的延伸,他们也错误地认为,常识知识在这二者之中是较易于分析的。这些哲学家就用这样的方式开始以日常语言——表述常识知识的语言——的分析来代替“观念的新方式”。他们用对短语“我看见”、“我感觉”、“我知道”、“我相信”、“我认为这有可能”的分析,或者也许用对“也许”这个词的分析来代替视觉、知觉、认识、相信的分析。

现在对这些用这种方式来研究知识理论的人,我应该这样来回答:虽然我同意科学知识只是日常知识或常识知识的发展,但是我坚决认为那些把自己限制在分析日常或常识知识或者这种知识在日常语言中的表述的人们,必定完全看不见认识论的最重要、最令人激动的问题。

我在这里只想举出在我心目中存在的这种问题的一个例子:我们的知识的增长问题。略加思索就会显示,与我们的知识的增长相联系的大多数问题必然超越任何仅限于与科学知识相对立的常识知识的研
19 究。因为,常识知识增长的最重要方式正好是变成科学知识。而且,很清楚,科学知识的增长是知识增长的最重要、最有趣的实例。

在这种背景下,必须记住,几乎所有传统知识论的问题都是和知识

增长问题相联系的。我甚至想进一步说:从柏拉图[Plato]到笛卡尔[Descartes]、莱布尼茨[Leibniz]、康德、迪昂[Duhem]和庞加莱[Poincaré];从培根[Bacon]、霍布斯[Hobbes]和洛克,到休谟、穆勒[Mill]和罗素,知识理论为这样的希望所鼓舞:它不仅使我们能知道更多的知识,而且使我们能对知识——即科学知识的进步作出贡献(对这个规则的唯一可能的例外,在大哲学家中间我能想到的是贝克莱。相信哲学特有的方法是日常语言的分析的大多数哲学家,似乎已经失掉了一度被理性主义传统鼓舞的这个值得钦佩的乐观主义。他们的态度似乎已经变成无可奈何的态度,如果不是绝望的态度的话。他们不仅把知识的进展留给科学家去作,而且甚至这样来定义哲学,使得哲学根据其定义不能对我们关于世界的知识作出任何贡献。这个有着如此惊人说服力的定义要求自我毁损,对我没有吸引力。可蒸馏和浓缩为一个定义的哲学本质是根本不存在的。"哲学"这个词的定义只能具有约定、协议的性质。提出专断的建议:定义"哲学"这个词,使得一个研究哲学的人,不能试图以哲学家的身份对我们关于世界的知识的进展作出贡献,我无论如何看不出这种建议有什么价值。

而且,我觉得这似乎自相矛盾:以专于日常语言的研究而自豪的哲学家,却认为他们对宇宙论已经有了足够的了解,足以肯定宇宙论和哲学在本质上是如此不同,以至于哲学不能对宇宙论作出任何贡献。他们实在是错了。因为,事实是:纯形而上学观念——因此就是哲学观念——曾经对宇宙论具有极大的重要性。从泰勒斯[Thales]到爱因斯坦[Einstein],从古代原子论到笛卡尔关于物质的推测,从吉尔伯特[Gilbert]、牛顿[Newton]、莱布尼茨和博什科维奇[Boscovic]关于力的推测到法拉第[Faraday]、爱因斯坦关于力场的推测,形而上学观念都曾指示过方向。

简而言之,这些就是我的理由。这些理由使我认为,即使在认识论 20
的领域,上面提到的第一种研究方法——就是说,用分析日常语言的方法来分析知识——太狭窄,它一定不会触及最有趣的问题。

然而,对于那些赞成对认识论采取另一种研究方法——用分析科

学知识的研究方法的哲学家,我也是完全不同意的。为了较易于说明哪里我不同意,哪里我同意,我将把采取这第二种研究方法的哲学家再分成两类——可以说是山羊和绵羊。

第一类哲学家的目的是研究“科学的语言”,他们特选的哲学方法是构建人工模型语言,这就是说,他们认为人工模型语言的建构就是“科学语言”的模型的创造。

第二类哲学家并不限于科学语言或任何其他语言的研究,他们没有那种特选的哲学方法。他们的哲学有很多不同的研究方法,因为他们有许多不同的问题要解决。他们欢迎任何方法,只要他们认为这方法可以帮助他们更清楚地看待他们的问题或者找到一个解决方法,不管这个解决方法只是姑且用之。

我首先谈谈那些把构建科学语言的人工模型作为他们特选方法的哲学家。从历史上看,他们也是从“观念的新方式”出发的。他们也是用语言分析来代替旧的“新方式”的(伪)心理学方法。但是,也许由于想得到“准确的”、“精确的”、或“公式化的”知识的希望所提供的精神安慰,他们选择的语言学分析的对象不是日常语言,而是“科学的语言”。然而,遗憾的是,似乎并没有“科学的语言”这样的东西,因此他们必须构建它。但构建科学语言的一个全面的作业模型——我们可以用以处理一门实际的科学如物理学——证明实行起来有些困难。由于这个原因,我们发现他们在从事构建小规模的复杂的作业模型——小零件组成的大系统。

21 在我看来,这类哲学家是两头落空,由于他们构建小规模模型语言的方法,他们不触及知识理论的最令人激动的问题——与知识的进展相联系的问题。他们这套装置的复杂性和它的有效性没有关系。实际上,任何有意义的科学理论都不能用这些小零件的大系统来表达。这些模型语言既和科学无关,也与常识无关。

确实,这些哲学家构建的“科学语言”模型和现代科学的语言毫无关系。这一点可以从下面适用于三种最闻名的模型语言的评论中看出。(在附录 * vii的注 13 和注 15,以及第 38 节的注 * 2 中提及它们。)

这些模型语言的第一种甚至缺少表示“恒等”的手段。结果是,它不能表示一个方程式,它甚至不包含最初步的算术。第二种模型语言只有在我们不把证明算术的普通定理——例如,欧几里得[Euclid]的定理:没有最大的质数,甚至“每一个数都有一个后续数”这一原理——的手段加上去才能运用。用第三种模型语言——最精致和最著名——数学依然不能得到表述;而更有趣的是,不能用它表达任何可测量的性质。由于这些理由以及其他许多理由,这三种模型语言都太贫乏,不能用于任何科学。当然,它们在本质上也比日常语言更贫乏,甚至比最简单的日常语言更贫乏。

他们在模型语言上面强加上述一些限制,只是因为如果不强加这些限制,这些语言的创制者对他们的问题提供的解决方法就会不灵了。这个事实容易得到证明,它部分地已经为创制者自己所证明。然而,他们似乎都要求别人承认两件事:(a)他们的方法在某种意义上能够解决科学知识理论的问题,换句话说,它们可以应用于科学(尽管事实上它们只能多少精确地应用于非常原始的论说)。(b)他们的方法是“准确的”或“精确的”。显然,这两点要求都不能得到赞同。

因此,构建人工模型语言的方法不能处理我们知识增长的问题,甚至比起分析日常语言的方法来,它更不能这样做,只是因为这些模型语言比日常语言更贫乏。它们的贫乏的一个结果是,它们只产生知识增 22
长的最粗糙、最错误的模型——累积一堆观察陈述的模型。

现在我转向最后一类认识论学者。他们并不事先保证专用任何哲学方法,他们在认识论中运用对科学问题、理论、程序和最重要的科学讨论的分析。这一类哲学家有理由把几乎所有西方的大哲学家作为他们的先驱。(他们甚至可以把贝克莱作为他们的先驱,不管他在重要的意义上,正是理性科学知识这一观念的敌人,他害怕这种知识的进展。)他们在前二百年中的最重要的代表是康德、休厄耳[Whewell]、穆勒、皮尔斯[Peirce]、迪昂、庞加莱、梅耶森[Meyerson]、罗素和——至少在他的某些阶段——怀特海[Whitehead]。这一类哲学家中的大多数都同意,科学知识是常识知识增长的结果。但他们都发现,科学知识

比常识知识更容易研究。因为科学知识可以说是**大写的常识知识**。科学知识的问题是常识知识的问题的扩大。例如,科学知识用接受或拒绝科学理论的理由问题来代替休谟的“合理信念”问题。并且由于我们拥有关于是否应该接受或拒绝诸如牛顿、麦克斯韦[Maxwell]、爱因斯坦理论问题的讨论的许多详细报告,我们可以仿佛通过显微镜(它允许我们详细地进行研究)来考查这些讨论和客观地考察关于“合理信念”的某些更重要的问题。

这种研究认识论问题的方法摆脱了(如上面提到的其他两种方法所做的那样)观念新方式的伪心理学的或“主观的”方法(仍然为康德所使用的方法)。这种研究方法也使我们能够分析科学问题情境和科学讨论。并且它能帮助我们了解科学思想的历史。

我已尝试说明,认识论最重要的传统问题——和**知识增长**相联系的问题——超越于语言学分析的两种标准方法,需要对科学知识作分
23 析。但是我想做的最后一件事是,提倡另一个原则。甚至对科学的分析——“科学哲学”——也有正在变成一种时髦、一种专门化的危险。然而哲学家不应该是专门家。至于我自己,我对科学和哲学感兴趣,只是因为我要懂得一些关于我们生活在其中的世界之谜和人对这个世界的认识之谜的东西。我相信,只有恢复对这些谜的兴趣,才能挽救科学和哲学,使它们离开狭窄的专门化,离开对专家的专门技巧和他们的个人知识和权威的蒙昧主义信仰,这种信仰是如此充斥于我们“后理性主义”和“后批判”的时代,它得意地致力于破坏理性哲学的传统和理性思想本身。

1958 年春于佩恩,白金汉郡[Penn, Buckinghamshire]

致谢　1960 年版和 1968 年版

我感谢尼克尔斯[Daivd G. Nicholls]先生。他寄给我现在印于第14 页的那段精彩的文字,那是他在剑桥大学图书馆[Library of Cambridge University]翻阅阿克顿手稿(Add. MSS 5011: 266)时发现的。重印本书使我有机会引用这段话。

1959 年夏

本书英文版第二版于附录部分增加 4 个简短的补遗。一些小错误得到更正,语言也稍加润饰。感谢伊姆雷·拉卡托斯[Imre Lakatos]、戴维·米勒[David Miller]和阿兰·马斯格雷夫[Alan Musgrave],印刷错误也被改正。他们还建议在主题索引中收入许多新条目。我对他们深表谢意。

我特别感谢保罗·伯奈思[Paul Bernays],本书在英国问世之后不久,他便逐一检查了我的概率计算公理,特别是新附录 * V。他的认可对我极为珍贵,难于言表。当然,还不是在开脱我所犯的任何错误,一切责任仍将由我本人承担。

1967 年 11 月

K. R. P.

目　　录

英译本说明　ii
第一版序言　1934 年版　ix
英译本第一版序言　1959 年版　xi
致谢　1960 年版和 1968 年版　xix

第一部分　科学逻辑导论

第一章　对于若干基本问题的考察　*3*
1. 归纳问题　*3*
2. 心理学主义的排除　*7*
3. 理论的演绎检验　*8*
4. 划界问题　*10*
5. 作为方法的经验　*15*
6. 作为划界标准的可证伪性　*16*
7. “经验基础”问题　*19*
8. 科学客观性和主观确信　*20*

第二章　论科学方法理论问题　*25*
9. 为什么方法论决定是不可缺少的　*25*
10. 有关方法论的自然主义观点　*26*
11. 作为约定的方法论规则　*29*

第二部分　经验理论的若干结构要素

第三章　理论　*35*

12. 因果性、解释和预见的演绎　*35*
13. 严格的和数的全称性　*38*
14. 普遍概念和个别概念　*40*
15. 严格全称陈述和严格存在陈述　*44*
16. 理论系统　*47*
17. 公理系统解释的几种可能性　*48*
18. 普遍性水平　否定后件假言推理　*51*

第四章　可证伪性　*54*

19. 约定主义的若干反对意见　*54*
20. 方法论规则　*57*
21. 对可证伪性的逻辑考察　*60*
22. 可证伪性和证伪　*62*
23. 事例和事件　*63*
24. 可证伪性和无矛盾性　*68*

第五章　经验基础问题　*69*

25. 作为经验基础的知觉经验:心理学主义　*69*
26. 关于所谓“记录语句”　*71*
27. 经验基础的客观性　*74*
28. 基础陈述　*76*
29. 基础陈述的相对性　弗里斯的三难推理的解决　*80*
30. 理论和实验　*82*

第六章　可检验度　*89*

31. 纲领和例证　*89*
32. 如何比较潜在证伪者类　*90*
33. 用子类关系比较可证伪度　*92*

34. 子类关系的结构　逻辑概率　93
35. 经验内容、衍推和可证伪度　96
36. 普遍性水平和精确度　98
37. 逻辑域　略论测度理论　100
38. 用维与可检验度进行比较　103
39. 曲线集之维　106
40. 两种减少曲线集维数的方法　108
第七章　简单性　112
41. 排除美学的和实用的简单性概念　113
42. 简单性的方法论问题　113
43. 简单性和可证伪度　116
44. 几何形状与函数形式　119
45. 欧几里得几何学的简单性　120
46. 约定主义和简单性概念　121
第八章　概率　123
47. 概率陈述的解释问题　124
48. 主观解释与客观解释　125
49. 机遇理论的基本问题　127
50. 冯·米泽斯的频率理论　128
51. 新的概率理论计划　131
52. 有穷类内的相对频率　133
53. 选择、独立、无影响、无关　134
54. 有穷序列　顺序选择和邻域选择　136
55. 有穷序列的 n - 自由度　137
56. 节段序列　二项式的第一形式　141
57. 无穷序列　频率的假说性估计　143
58. 随机公理的考察　147
59. 似机遇序列　客观概率　150
60. 伯努利问题　151

61. 大数定律(伯努利定理) *155*
62. 伯努利定理和概率陈述的解释 *157*
63. 伯努利定理和收敛问题 *159*
64. 收敛公理的排除 “机遇理论基本问题”的解决 *162*
65. 可判定性问题 *166*
66. 概率陈述的逻辑形式 *168*
67. 思辨形而上学的概率系统 *173*
68. 物理学中的概率 *175*
69. 定律和机遇 *181*
70. 从微观定律推演宏观定律的可能性 *184*
71. 形式上单称的概率陈述 *186*
72. 域理论 *189*

第九章 关于量子论的若干意见 *191*

73. 海森堡纲领和测不准关系 *193*
74. 量子论的统计学解释概要 *197*
75. 用统计学对测不准公式作重新解释 *199*
76. 以倒转海森堡纲领去除形而上学因素的尝试及应用 *204*
77. 判决性实验 *211*
78. 非决定论的形而上学 *220*

第十章 验证或理论如何经受住检验 *225*

79. 关于假说的所谓证实 *226*
80. 假说的概率和事件的概率:概率逻辑批判 *228*
81. 归纳逻辑和概率逻辑 *236*
82. 积极的验证理论:假说如何可“证明它的品质” *238*
83. 可验证度、可检验度和逻辑概率 *242*
84. 关于“真的”和“被验证的”概念的使用 *246*
85. 科学的道路 *249*

附录

i 定义理论的维数 *259*

ii 有穷类中频率的一般算法 *261*
iii 二项式第一形式的推导过程 *265*
iv 建立随机序列模型的一种方法 *267*
v 对一个异议的检验 双孔试验 *271*
vi 测量的非预测性过程 *274*
vii 关于一个想象实验 *277*

新附录

* i 归纳法和划界问题的两篇札记 1933 – 1934 年 *285*
* ii 概率评注 1938 年 *292*
* iii 论概率经典定义的启发式运用
尤其是推导一般乘法定理 *297*
* iv 形式概率理论 *300*
* v 形式概率理论中的推导 *325*
* vi 论客观无序或随机性 *337*
* vii 零概率和概率与内容的精细结构 *341*
* viii 内容、简单性和维数 *357*
* ix 验证、证据的权重和统计检验 *366*
* x 普遍性、特性与自然或物理必然性 *401*
* xi 论想象实验的使用和误用 尤其在量子论中 *424*
* xii 爱因斯坦、波尔多斯基和罗森的想象实验 1935 年 *439*

索引 *447*
译后记 *483*
编者跋 *485*

第一部分

科学逻辑导论

INTRODUCTION TO THE LOGIC OF SCIENCE

第一章

对于若干基本问题的考察

一个科学家，不论是理论家还是实验家，都提出陈述或陈述系统，然后一步一步检验它们。说得具体一些，在经验科学的领域里，他们构建假说或理论系统，然后用观察和实验，对照经验来检验它们。

我想，对这个程序作出逻辑的分析，也就是说，分析经验科学的方法，就是科学发现的逻辑，或者说知识的逻辑的任务。

但是，“经验科学的方法”是些什么？我们所说的“经验科学”又是什么？

1. 归纳问题

按照流行的观点（本书反对这种观点），经验科学的特征是它们运用所谓“**归纳方法**”。按照这种观点，科学发现的逻辑等同于归纳逻辑，即这些归纳方法的逻辑分析。

一般把这样一种推理称作“归纳的”，假如它是从**单称陈述**（有时也称作“特称”陈述），例如对观察和实验结果的记述，过渡到**全称陈述**，例如假说或理论。

从逻辑的观点来看，显然不能证明从单称陈述（不管它们有多少）中推论出全称陈述是正确的，因为用这种方法得出的结论总是可以成为错误的。不管我们已经观察到多少只白天鹅，也不能证明这样的结论：**所有**天鹅都是白的。

归纳推理是否证明为正确，或者在什么条件下证明为正确，被称作**归纳问题**。

归纳问题也可以被表述为如何确立根据经验得出的全称陈述真理

性的问题,经验科学的假说和理论系统就是这样的全称陈述。因为许多人相信这些全称陈述的真理性是“**根据经验得知的**”,但显而易见,观察或实验结果的经验的记述,首先只能是单称陈述,不能是全称陈述。因此,人们说从经验得知一个全称陈述的真理性,意思常常是这样:我们能用某种方法把这个全称陈述的真理性还原为一些单称陈述的正确性,而这些单称陈述根据经验得知是真的;这就等于说:全称陈述是以归纳推理为基础的。因此,问是否存在已知是真的自然定律不过是用另一种方法问归纳推理在逻辑上是否证明为正确。

然而,如果我们要设法证明归纳推理是正确的,就必须首先确立**归纳原理**。归纳原理是我们借以能把归纳推理纳入逻辑上可接受的形式中去的陈述。在归纳逻辑拥护者的眼里,归纳原理对科学方法来说是极重要的。赖兴巴赫[Reichenbach]说:“……这个原理决定科学理论的真理性。从科学中排除这个原理就等于剥夺了科学决定其理论的真伪的能力。显然,没有这个原理,科学就不再有权利将它的理论和诗人的幻想的、任意的创作区别开来了。”[1]

这个归纳原理不可能是如重言式或分析陈述那样的纯逻辑真理。的确,假如有什么纯逻辑的归纳原理的话,就不会有归纳问题了。因为在这种情况下,所有的归纳推理就必须被看作纯逻辑的或重言的变形,就和演绎逻辑的推理一样。因此,归纳原理必须是一个综合陈述;就是说,这种陈述的否定并不自相矛盾,而在逻辑上是可能的。所以,问题发生了:为什么我们必须接受这样一个原理呢?我们根据理性的理由
29 如何能证明接受它是正确的呢?

相信归纳逻辑的人同赖兴巴赫一起急于指出:“归纳原理是为整个科学无保留地接受的,在日常生活里也没有人能认真地怀疑这个原

---

1 H. 赖兴巴赫,《认识》[*Erkenntnis*] 1,1930 年,第 186 页(也可对照第 64 页以下),对照罗素,《西方哲学史》[*History of Western Philosophy*],1946 年,第 12 章,第 699 页,论休谟,倒数第二段。

理”[2]，然而，即使假设情况是如此（毕竟，整个科学也可能是错的），我仍然认为，归纳原理是多余的，它必定导致逻辑的矛盾。

归纳原理易于产生矛盾，这在休谟的著作里，已经说清楚了；*[1] 那里还说到：即使有可能避免这种矛盾，也是很困难的。因为这个归纳原理本身也必须是一个全称陈述。假如我们试图认为它的真理性由经验而得知，那么，导致引入归纳原理的同一个问题就再一次产生了。为了证明这个原理，我们就必须运用归纳推理；而为了证明这些归纳推理，我们就必须假定一个更高层次的归纳原理；如此等等。这样，想把归纳原理建基于经验之上的试图就破产了。因为这样做必定导致无穷后退。

康德试图摆脱这个困难，办法是他把归纳原理（他称作“普遍因果性原理”）看作是“先验地正确的”。但是我认为他为综合陈述提供一个先验的证明的这种试图，虽则机敏但并不成功。

我自己的观点是：这里概述的归纳逻辑的各种困难是不可克服的。现在很流行这样一种学说：归纳推理虽然“严格地说”是不“正确的”，但**能达到某种程度的“可靠性”或**“概然性”。我认为，在这一种学说里同样存在着不可克服的困难。按照这种学说，归纳推理是“概然推理”[3]。赖兴巴赫说：“我们将归纳原理描述为科学借以判定真理性的手段。更确切地说，我们应该说：它的作用是判定概然性。因为科学并不能到达真理或谬误……科学陈述只能达到一系列不同程度的概然性，这种概然性不可达到的上限和下限就是真理和谬误。”[4] 30

2 赖兴巴赫，同上书，第67页。

*1 在附录 * vii引用了采用休谟的关键性段落，相关文字见脚注4、5、6；参见下文第81节注2。

3 对照凯恩斯[J. M. Keynes]，《概率论》[*A Treatise on Probability*]，1921；O. 屈尔珀[O. Külpe]，《逻辑讲座》[*Vorlesungen über Logik*]（塞尔茨[Selz]编，1923）；赖兴巴赫（他用的术语是“概率蕴涵”）《概率计算的公理》[*Axiomatik der Wahrscheinlichkeitsrechnung*]，《数学杂志》[*Mathem. Zeitschr.*]34（1932），以及其他。

4 赖兴巴赫，《知识》1，1930年，第186页。

在这个阶段,我可以不考虑归纳逻辑信仰者持有的这种概率观念,我在后面将要把它作为极不符合他们自己的论题而加以拒斥(参看下面第 80 节)。现在我可以这样做,因为求助于概率甚至并未触及上面已经提及的那些归纳原理所遇到的困难。因为,假如我们对根据归纳推理得来的论述给予一定程度的概率,那么为了证明它就必须援引一条新的经过适当修改的归纳原理。而这条新原理本身也必须被证明,如此等等。而且假如这条归纳原理本身也被说成不是"真的",只是"概然的",也得不出什么结果。简言之,和归纳逻辑的其他任何一种形式一样,概然推理的逻辑,或"概率逻辑",不是导致无穷后退就是导致**先验论**的学说。*[2]

我在下面展开论述的理论是与所有运用归纳逻辑观念的试图直接对立的。这理论可以称之为**检验演绎法**理论,或者说就是这样的观点:假说只能以经验来**检验**,而且只是在这假说被提出**以后**。

在我详细论述这个观点(可以称为"演绎主义",以与"归纳主义"相对立[5])以前,我首先必须将涉及经验事实的**知识心理学**和只与逻辑关系相联系的**知识逻辑**清楚地加以区别。因为对归纳逻辑的信仰多半是由于心理学问题和认识论问题的混淆。顺便说一下,可值得注意的是:这种混淆不仅对知识的逻辑而且对知识的心理学同样带来了麻烦。

---

*2 参见第 10 章,特别是第 81 节注 2。《后记》[*Postscript*]第 *2 章有关于这个批评的较详细的叙述。

5 李比希[Liebig](《归纳与演绎》[*Induktion und Deduktion*],1865)大概是从自然科学的立场来舍弃归纳逻辑的第一个人,他批判了培根。迪昂(《物理学理论的目标与结构》[*La Théorie physique, son objet et sa structure*],1906 年;P. P. 维纳[P. P. Wiener]英译本:*The Aim and Structure of Physical Theory*,普林斯顿[Princeton],1954 年)持有明确的演绎主义观点。(*但是在迪昂的书里,也可找到归纳主义观点,比如,在第一篇第三章里,他说:只有实验、归纳和概括产生了笛卡尔的折射定律;对照英译本,第 455 页。)参见 V. 克拉夫特[V. Kraft],《科学方法的基本形式》[*Die Grundformen der Wissenschaft lichen Methoden*],1925;以及卡尔纳普[Carnap],《认识》2,1932 年,第 440 页。

2. 心理学主义的排除

我在上面已说到:科学家的工作是提出和检验理论。

在最初阶段,设想或创立一个理论,我认为,既不要求逻辑的分析, 31
也不接受逻辑的分析。一个人如何产生一个新的思想(不论是一个音乐主题,一个戏剧冲突或者一个科学理论),这个问题对于经验的心理学来说,是很重要的,但是对于科学知识的逻辑分析来说,是无关的。科学知识的逻辑分析与**事实的问题**(康德的*quid facti*[事实问题]?)无关,而只与**正当或正确**的问题(康德的 *quid juris*[权利问题]?)有关。它的问题是下列这一类的:一个陈述能被证明为正当吗? 假如能够,则如何证明? 它是可检验的吗? 这个陈述在逻辑上是否依赖于某些别的陈述? 或者与它们相矛盾? 为了能以这种方式对一个陈述进行逻辑的考查,这个陈述必须已经被提到我们面前。必须有人已经表述了它并将它交付逻辑的考查。

因此,我要在设想一个新思想的过程与逻辑上考查它的方法和由此得到的结果这二者之间加以截然的区别。关于知识的逻辑(与认识的心理学相区别)的工作,我假定它仅在于研究在系统的检验中运用的方法,每一个新思想必须经受这种检验,如果要对它加以认真考虑的话。

有人会反对说,把已导致科学家作出一个发现——找到某一新的真理——的步骤加以"**理性重建**"看作认识论的事更为合适。但是,问题在于,确切地说,我们要重建什么? 假如要重建的是灵感的激起和释放的过程,那么我将不认为它是知识逻辑的工作。这种过程是经验心理学要研究的,而不是逻辑要研究的。假如我们要理性地重建**随后的检验**,那就另当别论了;通过这个检验,灵感成为一项发现或变成一项知识。科学家批判地评判、改变或抛弃他自己的灵感,就此而言,我们可以(如果我们愿意)把这里所进行的方法论的分析看作一种相应的思维过程的"理性重建"。但是,这种重建并不能描述这些过程的真实 32

情况,它只能提供一个检验程序的逻辑骨架。不过,有些人谈到我们借以获得知识的途径的“理性重建”,大概也就是指的这个意思。

我在这本书里的论证完全不依赖于上述问题。但是,不论其是否正确,我对这问题的看法是,并没有什么得出新思想的逻辑方法,或者这个过程的逻辑重建。我的观点可以这样表达:每一个科学发现都包含“非理性因素”,或者在柏格森意义上的“创造性直觉”。爱因斯坦也说过类似的话:“探求那些高度普遍性的定律……从这些定律出发,用单纯的演绎就能获得世界的图景。要通向这些定律却没有逻辑推理的途径,只有通过基于对经验对象的倾心之爱(‘*Einfühlung*’)的直觉,才能达到这些定律。”[1]

3. 理论的演绎检验

按照这里我要提出的观点,批判地检验理论和根据检验结果选择理论的方法,总是按下列路线进行的。借助演绎逻辑,从尝试提出来且尚未经过以任何方式证明的一个新思想——预知、假说,理论系统,或任何其他类似的东西——中得出一些结论;然后将这些结论,在它们相互之间,并和其他有关的陈述加以比较,来发现它们之间存在的逻辑关系(如等价性、可推导性、相容性,不相容性)。

我们可以(如果我们愿意)区别出四条不同的检验理论的路线。第一,在这些结论之间加以逻辑的比较,以此来检验理论系统的内部一致性,第二,考察理论的逻辑形式,目的是确定这理论是否具有经验的或科学的理论的性质,或者它是否是,比如重言的命题。第三,同其他

---

1 爱因斯坦在马克斯·普朗克[Max Planck]60岁诞辰时的讲话(1918年)。这里引用的这段话是这样开始的:“物理学家的最高使命是探求那些高度普遍性的定律……”。(引自A.爱因斯坦,《我眼中的世界》[*Mein Weltbild*],1934年,第168页;A.哈里斯[A. Harris]的英译本:*The World as I see It*,1935年,第125页)更早的类似的思想见李必希,前引著作;参见马赫[Mach],《热学原理》[*Principien der Wärmelehre*],1896年,第443页以后。德文“*Einfühlung*”很难译。

的理论作比较，主要目的是确定，假如这理论经受住我们的各种检验，33
它是否构成科学上的进展。最后，通过能从理论推导出的结论的经验应用来检验理论。

这最后一种检验的目的，是要找出理论的新推断（不论它自认为如何新法）耐受实践要求考验的程度。这种实践要求或是由纯科学实验引起的；或是由实际的技术应用引起的。在这里，检验的程序也是演绎的。我们借助其他过去已被接受的陈述，从理论中演绎出某些单称陈述，我们称作“预见”，特别是那种易检验或易应用的预见。从这些陈述中，选取那些从现行理论中不能推导出的，特别是那些与现行理论相矛盾的。然后我们将它们与实际应用和实验的结果相比较，对这些（以及其他）推导出的陈述作出判决。假如这判决是肯定的，就是说，假如这些单称结论证明是可接受或**被证实**，那么，这理论眼下通过了检验，我们没有发现舍弃它的理由。但是，假如这判决是否定的，换句话说，假如这结论**被证伪**，那么它们之被证伪也就证伪了它们从之合乎逻辑地演绎出来的那个理论。

应该注意，肯定的判决只能暂时支持这理论，因为随后的否定判决常会推翻它。只要一个理论经受住详细而严格的检验，在科学进步的过程中未被另一个理论取代，我们就可以说它已“证明它的品质”，或说它已得到“**验证**”。*1

在此概述的程序中，未出现任何类似归纳逻辑的东西。我从不认为我们能从单称陈述的真理性论证理论的真理性。我从不认为理论能借“已证实”的结论的力量被确定为“真的”，即使仅仅是“概然的”。

在本书中，我想对演绎检验的方法作一更详细的分析。我将试图说明，通常称作“**认识论**”问题的所有问题都可以在这个分析的框架内 34
得到处理。尤其是，由归纳逻辑产生的那些问题能够排除，而不会代之以产生新的问题。

---

*1 关于这个术语，见第 79 节前的注 *1 和我的《后记》第 *29 节。

4. 划界问题

对这里提出来的观点，大概会有许多反对意见，其中最严重的或许是下面这种意见。反对者说，我由于摈弃了归纳法，就剥夺了经验科学最重要的特性，并且意味着我撤除了分隔科学和形而上学的思辨之间的屏障。我对这个反对意见的回答是：我摈弃归纳逻辑的主要理由，正在于**它并不提供**理论系统的经验的、非形而上学性质的**一个合适的区别标志**，或者说，**它并不提供一个合适的"划界标准"**。

找到一个标准，使我们能区别经验科学为一方与数学和逻辑以及"形而上学"系统为另一方，这个问题我称之为**划界问题**。[1]

休谟知道这个问题，并试图解决它，[2] 康德把它看作知识理论的中心问题。假如我们按照康德那样把归纳问题称作"休谟问题"，我们也可以把划界问题称作"康德问题。"

我想，在这两个问题（几乎所有其他知识理论问题的根源）中，划界问题是更基本的。的确，带有经验论倾向的认识论学者所以信赖"归纳法"，其主要理由似乎是由于他们相信只有归纳法才能提供一个合适的划界标准。特别是那些信奉实证主义的经验论者是如此。

老式的实证主义者只愿意承认那些他们所谓"导源于经验"的概念（或观念、思想），才是科学的或合理的；就是说，他们认为，这些概念可以在逻辑上还原为感性经验要素，如感觉（或感觉资料）、印象、知
35 觉、视觉或听觉、记忆等等，现代实证主义者更明确地认为，科学不是概

---

1 与此有关的（还有与第 1 - 6，13 - 24 节有关），可看我的短文，载于《认识》3，1933 年，第 426 页；* 现在此文的译文重印于附录 * i。

2 参照他的《人类理解研究》[*Enquiry Concerning Human Understanding*] 的最后一句。* 与下一段（我提及认识论学者）有关可参看比如本书第 1 节注 1 正文中对赖兴巴赫的引证。

念的系统,而是**陈述**的系统*[1]。因此,他们只愿意承认这样一些陈述是科学的或合理的,它们可以还原为基本的(或"原子的")经验陈述——还原为"知觉判断",或"原子命题",或"记录语句",如此等等。*[2] 很清楚,隐含着的划界标准就是要求归纳逻辑。

既然我拒斥归纳逻辑,我也就必须拒斥所有这些想解决划界问题的尝试。由于这种拒斥,这个划界问题增加了它在当前研究中的重要性。对于不接受归纳逻辑的任何认识论来说,找到一种可接受的划界标准,是一项关键性的任务。

实证主义者通常以一种**自然主义**方式来解释划界问题,他们把它解释为仿佛它是一个自然科学的问题。他们不认为他们的工作是提出一个合适的约定,他们相信,必须在经验科学和形而上学之间发现一种似乎在事物的本性中存在的区别。他们不断地试图证明:形而上学按其本性不过是无意义的蠢话,正如休谟所说:"诡辩和幻想",我们应该将它们"付之一炬"。*[3]

假如想要通过定义用"胡说"或"无意义"等词表达的只是"不属于经验科学",那么将形而上学表征为无意义的胡说就没有价值;因为形

---

*1 我现在发现,当我写这一段时,我过高估计了"现代实证主义者"。我本应记得,**在这方面**维特根斯坦[Wittgenstein]的《逻辑哲学论》[*Tractatus*]开始还说得好,"世界是事实的总和,不是事物的总和",但在结束时就否定了这点,指责人们"并未赋予命题中的符号以任何意义"。参见我的《开放社会及其敌人》[*Open Society and its Enemies*],第Ⅱ章,第ii节,以及我的《后记》,第*1章特别是第*II节(注5),第*24节(最后5段),以及第*25节。

*2 当然,问题不在于名称。当我发明一个新名称"基础陈述"(或"基础命题";见下面第7节、第28节)时,只是因为我需要一个**没有**"知觉陈述"的含意的术语。但是遗憾的是,这个术语很快就被别人采用,而且用于传达正好是我希望避免的意义。也可参照我的《后记》*第29节。

*3 这样,休谟和塞克斯都[Sextus]一样,在《人类理解研究》最后一页里指责他自己的著作,后来维特根斯坦指责他的《逻辑哲学论》也在它的最后一页(见第10节注2)。

而上学通常被定义为非经验的。但是,当然,实证主义者认为,关于形而上学他们可以说得更多一些,不止是说它的某些陈述是非经验的。
36 “无意义”或“胡说”这些词表示或意在表示一种贬抑的评价。毫无疑问,实证主义者真正想完成的与其说是成功的划界,不如说是彻底推翻[3]和消灭形而上学。不管是哪一种情况,我们发现,每次实证主义者试图把“有意义的”一词的意思说得更清楚一些时,总是导致同一个结果——导致“有意义语句”(区别于“无意义伪语句”)的定义,不过是重申他们**归纳逻辑**的划界标准。

这一点在维特根斯坦那里“表现”得很清楚。按照他的看法,每一个有意义的命题必须可以在**逻辑上还原**[4]为基本(**或**原子)命题。他把基本命题表征为“实在的图画”[5]或描述(顺便说一下,这一表征包括所有有意义的命题)。我们从这一点可以看到:维特根斯坦的“有意义”的标准和归纳主义者的划界标准是相符合的,只要我们用“有意义的”代替他们的“科学的”或“合理的”等词。这个想解决划界问题的试图正是在归纳问题上遭到了失败:实证主义者在急于消灭形而上学的同时消灭了自然科学。因为科学定律也不能在逻辑上被还原为基本的经验陈述。维特根斯坦的有意义标准,假如首尾一贯地加以应用,就会把那些自然定律也作为无意义的而加以拒绝;它们决不能作为真正的或合理的陈述而接受。而探索自然定律,正如爱因斯坦所说,[6]是“物理学家的最高使命”。试图揭示归纳问题为一个空洞的假问题这一观

---

3 卡尔纳普,《认识》[*Erkenntnis*] 2,1932 年,第 219 页以后。更早穆勒以类似方式用过“无意义”一词,* 无疑是在孔德[Comte]的影响下;参照孔德的《社会哲学的早期文选》[*Early Essays on Social Philosophy*],H. D. 哈顿[H. D. Hutton]编,1911 年,第 223 页。参见我的《开放社会》,第 11 章,注 51。

4 维特根斯坦,《逻辑哲学论》[*Tractatus Logico-Philosophicus*](1918 年,1922 年),命题 5。* 因为本书写于 1934 年,我在这里当然仅涉及《逻辑哲学论》。

5 维特根斯坦,上引书,命题,4.01;4.03;2.221。

6 参照第 2 节,注 1。

点,曾被石里克[Schlick]*[4]表达如下:“归纳问题在于要求关于实在 37
的**全称陈述**的逻辑证明……,我们与休谟一样承认:不存在这种逻辑证明,其所以不可能有,只是因为**它们不是真正的陈述**。”[7]

这表明,归纳主义的划界标准如何不能在科学系统和形而上学系统之间划出一条分界线,以及为什么必定使二者处于同一地位;因为实证主义关于“意义”的教条判定二者都是无意义的假陈述的系统。这样一来,实证主义没有从经验科学中把形而上学根除掉,却使得形而上学侵入了科学的领域。[8]

和这些反对形而上学的策略(就是说,意图反对形而上学)相反,我的工作不是去推翻形而上学,而是表述概括经验科学的合适特征,或对“经验科学”和“形而上学”这两个概念下一定义,使得我们对于一个

---

*4 将科学定律看作假命题,从而解决归纳问题这种思想,石里克归之于维特根斯坦(参看我的《开放社会》等11章,注46和51以后)。但是实际上更早得多。这是工具主义者的传统的一部分,这个传统可追溯到贝克莱以及更早。(比如,见我的论文“关于人类知识的三种看法”[Three Views Concerning Human Knowledge],载于《当代英国哲学》[*Contemporary British Philosophy*],1956年;“评马赫是贝克莱的先驱”[A Note on Berkeley as a Precursor of Mach],载于《英国科学哲学杂志》[*British Journal for the Philosophy of Science*] 4,1953年,第26页以后,现在载于我的《猜想与反驳》[*Conjectures and Refutation*],1959年。其他文献见本书第12节前注*1(第59页)。在我的《后记》第*11 – *14、*19 – *28节中也讨论了这个问题。

7 石里克,《自然科学》[*Naturwissenschaften*] 19,1931年,第156页(黑体是我改的)。关于自然定律,石里克写道(第151页):“严格地说,人们常常认为我们不能对一个定律进行绝对的证实,因为我们总是(可以这么说)默认它会根据进一步的经验而变更。”石里克继续说:“假如我可以附带地再说几句关于逻辑情境的话,上述事实就意味着:原则上说,自然定律并不具有陈述的逻辑性质,而只是形成陈述的规定。”*(无疑,“形成”是指包含变形或推导)石里克将这理论归功于维特根斯坦的私人谈话。参见我的《后记》第12节。

8 参照第78节(比如注1)。*参见我的《开放社会》,第Ⅱ章的注46、51、52和我的论文“科学与形而上学的界限”[The Demarcation between Science and Metaphysics],1955年1月,载于P. A. 希尔普[P. A. Schilpp]编的“在世哲学家丛书”[*Library of Living Philosophers*]卡尔纳普卷,现在收入我的《猜想与反驳》,1963年和1965年。

给定的陈述系统,能说对它的仔细研究是否属于经验科学的事情。

因此,我的划界标准必须被看作对**一个协议或约定的建议**。对于任何一种这样的约定的适宜性,人们可以有不同的意见;而对这些问题的合理的讨论,只可能在有着某些共同目的的人们之间进行。当然,这种目的的选择最终是一种决定,超出理性论证的范围。*5

因此,任何把绝对确定的不可改变的真的陈述[9]看作科学的目的和目标的人,一定会拒绝我在这里提出的建议。下面这样一种人也会
38 拒绝,他们认为"科学的本质……在于它的尊贵",他们认为这种尊贵寓于科学的"整体性"和"实在的真理性和本质性"[10]之中。他们大概不会认为现代理论物理学具有这种尊贵,而我和其他人则认为,现代理论物理学是直到目前为止我称作"经验科学"的最完全的体现。

在我的心目中,科学的目的是不同的。然而,我并不想把它们说成是科学的真正的、本质的目的,来证明其正确性。这样做只能歪曲这个问题,而且这样做将意味着陷入实证主义的教条主义。就我所知,只有一种方法才能合理地论证我的建议,这就是:分析它们的逻辑推断,指出它们的丰富性——它们阐明知识理论问题的能力。

因此,我坦率地承认,归根结底,是价值的判断和偏爱指导我达到我的建议的。但是我希望我的建议会被下面这样一种人接受:这些人不仅重视逻辑的严格性,而且重视摆脱教条主义;他们追求实际应用性,但是更吸引他们的是科学的探险和科学的发现。这种发现一再使我们面对预料不到的新问题,并迫使我们作出直到现在梦想不到的新解答。

价值判断影响我的建议这一事实,并不意味着我在犯我责备实证主义者所犯的错误——试图用谩骂来消灭形而上学。我甚至并不主张

---

*5 我相信在追求真理和互相尊重对方意见的人们之间是可能进行合理讨论的(参照我的《开放社会》,第24章)。

9 这是丁格勒[Dingler]的观点,参照本书第19节注1。

10 这是O. 施潘[O. Spann]的观点(《范畴学》[*Kategorienlehre*],1924年)。

形而上学对于经验科学是毫无价值的。因为无可否认,与阻碍科学前进的形而上学思想一起,也曾有过帮助科学前进的形而上学思想,例如思辨的原子论。而且从心理学的角度来看这问题,我想,假如没有对纯思辨的有时甚至相当模糊的思想的信仰,科学发现是不可能的。这种信仰,从科学的观点来看,是完全没有根据的,因而在这个限度内是"形而上学的。"[11]

虽然我发出了这些警告,我仍然认为知识逻辑的第一项任务是提出一个**经验科学的概念**,这是为了使现在有点不明确的语言学的用法尽可能地明确,也是为了在科学和形而上学观念之间划下一条清楚的界线——即使这些形而上学观念可能在科学的历史中,曾经促进过科学的进展。 39

5. 作为方法的经验

表述"经验科学"概念的一个可接受的定义的工作,不是没有困难的。某些困难是由于**这一事实:必定有许多个理论系统**,其逻辑结构和一个在任何特定时候被认为是经验科学的系统很相似。这个情况有时也可以这样说:存在着许多个(可能有无限多个)"逻辑上可能的世界"。但是,称作"经验科学"的系统是意在只表示**一个**世界:"实在世界"或"我们的经验世界"。*[1]

为了把这个思想说得稍微确切一些,我们可以区别我们的经验理论系统必须满足的三个要求。第一,它必须是**综合的**,这样它能表示一个不矛盾的**可能的**世界。第二,它必须满足划界标准(参照第6、21节),就是说,它必须不是形而上学的,而必须表示一个可能的**经验**世

---

11 也可对照普朗克[Planck],《实证主义与实在的外部世界》[*Positivismus und reale Aussenwelt*](1931年)和爱因斯坦,"研究的虔诚"[Die Religiosität der Forschung],见《我的世界观》,1934年,第43页;A. 哈里斯的英译本《我眼中的世界》,1935年,第23页以后。 *参见本书第85节,和我的《后记》。

*1 参照附录 * X。

界。第三,作为表示**我们的**经验世界的系统,它必须以某种方式和其他这类系统区别开来。

那么,这种表示我们经验世界的系统是如何被区别出来的呢?回答是:根据它经历了并且经受住了对它的检验。这就是说,它是应用我要分析、描述的演绎方法区别出来的。

根据这个观点,"经验"就成为分辨各种理论系统的辨别**方法**。这样,经验科学的特征就不仅在于它的逻辑形式,而且还要加上它的辨别**方法**(当然这也是归纳主义者的观点,他们试图以使用归纳方法作为经验科学的特征)。

因此,知识理论的任务是分析经验科学特有的方法或程序,可以说知识理论是经验方法的理论——**通常称作"经验"的理论**。

6. 作为划界标准的可证伪性

40 归纳逻辑固有的划界标准——就是实证主义关于意义的教条——和下列要求是等价的:所有经验科学的陈述(或所有"有意义的"陈述),必须是能最后判定其真和伪的,我们说:它们必须是"**可最后判定的**"。这意味着,它们的形式必须是这样:**证实它们**和**证伪它们**,二者在逻辑上都是可能的。因此,石里克说:"……真实的陈述必须能得到**最后的证实**;[1] 魏斯曼[Waismann]说得更清楚:"假如不可能**确定一个陈述是否真的**,那么这个陈述就没有任何意义。因为一个陈述的意义就是它的证实的方法。"[2]

我的观点是:不存在什么归纳。*[1] 因此,从"为经验所证实的"(不管是什么意思)单称陈述推论出理论,这在逻辑上是不允许的。所以,

---

1 石里克,《自然科学》[*Naturwissenschaften*],19,1931 年,第 150 页。

2 魏斯曼,《认识》1,1930 年,第 229 页。

*1 当然,这里我并未考虑所谓"数学归纳";我否认的是:在所谓"归纳科学"里,存在着归纳;我否认有"归纳程序",或者"归纳推理"。

理论在经验上是**决不**可证实的。假如我们想避免实证主义者所犯过的错误:按我们的划界标准,实证主义者排除了自然科学的理论系统,*2 那么我们就必须选择一个标准,它允许我们把即使不能证实的陈述也纳入经验科学的范围。

但是,我当然只在一个系统能为经验所检验的条件下,才承认它是经验的或科学的。这些考虑提示:可以作为划界标准的不是**可证实性**而是可证伪性。*3 换句话说,我并不要求科学系统能在肯定的意义上 41
被一劳永逸地挑选出来;我要求它具有这样的逻辑形式:它能在否定的意义上借助经验检验的方法被挑选出来;**经验的科学的系统必须有可能被经验反驳**。3

(因此,这样的陈述:"明天这里将下雨或不下雨",不能被看作经验的,就只因为它不可能被反驳;而这样的陈述:"明天这里将下雨"就

---

*2 卡尔纳普在他的《逻辑分析》[*Logical Syntax*](1937 年,第 321 页以后)中承认这是一个错误(提及我的批评);他在"可证实性与意义"[Testability and Meaning]里,甚至更充分地承认这点,认识到普遍定律对科学来说不仅是"便利的"而且是"本质的"(《科学哲学》[*Philosophy of Science*],4,1937 年,第 27 页)。但是在他的归纳主义的著作《概率的哲学基础》[*Logical Foundations of Probability*](1950 年)里,他回到了和这里所批评的很相像的立场,由于发现普遍定律的概率是零(第 511 页),他不得不说(第 575 页):虽然不需要把普遍定律从科学中排除出去,但是没有它们,科学也能干得蛮好。

*3 请注意,我建议可证伪性作为划界的标准,**不是**作为**意义**的标准。而且我已经(第 4 节)尖锐地批判用意义这一概念作为划界标准,而且我在第 9 节甚至更尖锐地批判了意义这一教条。因此,说我提出可证伪性作为意义的标准纯粹是十足的神话(虽然许多反对我的理论的意见都以这个神话为基础)。可证伪性区别两种完全有意义的陈述:可证伪的和不可证伪的,它划的分界线是在有意义语言的内部,而不是在它的周边上。参见附录 * ⅰ、我的《后记》第 * ⅰ 章,尤其是第 * 17 节和第 * 19 节,以及我的《猜想与反驳》第一章和第十一章。

3 有关的思想可在下列著作中找到,例如:弗兰克[Frank],《因果性及其局限》[*Die Kausalität und ihre Grenzen*],1931 年,第 1 章,§10(第 15 页以后);杜比斯拉夫[Dubislav],《定义》[*Die Definition*](第 3 版,1931 年),第 100 页以后。(也可对照上面第 4 节注 1)。

被看作经验的。)

对于这里提出的划界标准可以提出各种反对意见。首先,科学应该给我们肯定性信息,而我的建议却认为,它的特征是能满足例如可反驳性这样的否定性要求,因此这种建议似乎是有些刚愎自用。但是,我将在第 31 – 46 节说明,这个反对意见无足轻重,因为一个科学陈述由于它的逻辑特性与可能的单称陈述冲突的可能越大,它所传达的关于世界的肯定性信息量就越大(我们称自然定律为“律”,不是没有道理的:它们所禁越多,所述越多)。

其次,可以试图把我对归纳主义划界标准的批判转过来反对我自己;因为,对作为划界标准的可证伪性的反对意见,似乎和我自己反对可证实性的意见相类似。

这个攻击并不能烦扰我。我的建议是以可证实性和可证伪性的**不对称**为根据的。这个不对称来自全称陈述的逻辑形式。*[4] 因为,这些全称陈述不能从单称陈述中推导出来,但是能够和单称陈述相矛盾。因此,通过纯粹的演绎推理(借助古典逻辑的否定后件的假言推理[*modus tollens*]),从单称陈述之真论证全称陈述之伪是可能的。这样一种对全称陈述之伪的论证可以说是朝“归纳方向”(就是从单称陈述到全称陈述)进行的唯一严格的演绎推理。

第三种反对意见似乎更为严重。人们可能这样说:即使承认不对称
42 性,由于各种理由,任何理论系统最终地被证伪,仍然是不可能的。因为找到某种逃避证伪的方法总是可能的,例如,特设性地引入辅助假说,对一个定义特设性地加以修改。甚至有可能采取简单地拒绝承认任何起证伪作用的经验的态度,而并不产生任何逻辑矛盾。无可否认,科学家通常并不这样做,但是,从逻辑上说这样做是可能的。人们会说,这个事实就使得我提出的划界标准的逻辑价值,变得至少是可疑的。

我必须承认,提出这个批评是正当的。但是我不需要因此就撤回我那采取可证伪性作为划界标准的建议。因为,我正要提出(在第 20

---

*4 这个不对称现在在我的《后记》第 *22 节中有更充分的讨论。

节以后），**经验方法**应被表征为明确地排除那些逃避证伪的方法，这些方法正如我想象中的批评者所正确坚持的，是逻辑上可能的。按照我的建议，经验方法的特征是，它使待检验的系统以一切可设想的方式面临证伪的态度，它的目的不是去拯救那些站不住脚的系统的生命，而是相反，使这些系统面临最剧烈的生存竞争，通过比较来选择其中最适应者。

我建议的划界标准也引导我们到休谟的归纳问题——自然定律正确性问题——的解决。这个问题的根源在于下述二者之间明显的矛盾：可以称作“经验主义的基本命题”的那个命题——只有经验才能判定科学陈述的真伪——和休谟认识到归纳论证不可接受二者之间的矛盾。只有假定所有经验的科学陈述必须是“可最后判定的”，就是说，假定它们的证实和证伪二者在原则上都是可能的——只有在这样的条件下，上述矛盾才会产生。假如我们放弃这个要求，并把那仅在一种意义上可判定的——单方面可判定的，更具体地说，可证伪的——并且可以为证伪它们的系统尝试所检验的那些陈述，也承认是经验的陈述，那么，上述矛盾就消失，证伪法不以任何归纳推理为前提，而只是以正确性没有争议的演绎逻辑的重言式变形为前提。[4]

7. “经验基础”问题

假如可证伪性作为划界标准是可应用的，那么就必须得到在证伪推 43
理中可作为前提的单称陈述。因此，我们的标准似乎只是变换一下问题——使我们从理论的经验性质问题退回到单称陈述的经验性质问题。

然而，即使如此，我们也有收获。因为在科学研究实践中，与理论系统相联系的划界问题有时是迫切需要解决的，而至于单称陈述，则很少对它们的经验性质产生怀疑。的确，会发生观察的错误并因而产生假的单称陈述，但是科学家几乎从来没有理由把单称陈述称作非经验

4 参见第 4 节注 1 中提及的我的论文，* 今重印于附录 * i；以及我的《后记》，特别是第 * 2 节。

的或形而上学的。

因此，**经验基础问题**——即关于单称陈述的经验性质以及如何检验它们的问题——在科学逻辑内所起的作用，和大多数其他与我们有关的问题所起的作用有点不同。因为大多数问题和研究的**实践**有密切的关系，而经验基础的问题几乎只属于知识的**理论**。然而，我必须讨论这个问题，因为它们产生了许多含糊不清之处，特别是在**知觉经验**和**基础陈述**之间的关系方面。（我称作“基础陈述”或“基础命题”的是在经验的证伪中能够作为前提的陈述；简言之，个别事实的陈述。）

知觉经验经常被认为给基础陈述提供一种证明。人们认为，这些陈述的“基础”是感性知觉经验；认为通过知觉经验的“检查”，显示出这些陈述的真理性；或者认为知觉经验使它们的真理性成为“明显的”，等等。所有这些说法都显示一种强调基础陈述和知觉经验之间的紧密联系的完全正确的倾向。但是，因为**陈述只能够根据逻辑由陈述来证明**，这也是对的。因此，在知觉和陈述之间的联系依然不清楚，并且这种联系被同样模糊的说法描述，这些说法没有阐明什么东西，而是略过这些困难，或者至多用些比喻暗示这些困难。

44 假如我们把这问题的心理学方面同它的逻辑、方法论方面清楚地区分开来，我想也能找到这问题的解决办法。我们必须区别下列两方面：一方面是**我们的主观经验**或**我们的确信感**，它们决不能证明任何陈述（尽管它们可以作为心理学研究的对象）；另一方面是**客观的逻辑关系**，存在于各种科学陈述系统之间和每个系统内部。

经验基础问题将在第 25 – 30 节中作详细的讨论。现在我最好转入科学客观性问题，因为我刚才用过的术语“客观的”和“主观的”需要加以阐明。

8. 科学客观性和主观确信

“客观的”和“主观的”是在历史上充满着各种矛盾用法和无结论、无休止讨论的哲学术语。

我对“客观的”和“主观的”术语的用法不同于康德。他用“客观的”这个词来表示科学知识应该是**可证明的**,不依赖于任何人的一时想法:一个证明是“客观的”,假如原则上它能被任何人所检验和理解的话。他写道:“假如某个事物对任何一个有理性的人都是合理的,那么它的基础就是客观的和充分的。”[1]

而我认为,科学理论不可能完全得到证明或证实,然而它们是可检验的。因此我要说:科学陈述的**客观性**就在于它们能被**主体间相互检验**。*[1]

康德用“主观的”一词表示我们(各种程度的)确信感。[2] 考察这些确信感如何产生是心理学的事情。例如,它们可以“根据联想定律” 45
产生。[3] 客观的理由也可以成为“判断的主观**原因**”,[4] 只要我们考虑了这些理由并确信它们有说服力。

康德或许是第一个认识到:科学陈述的客观性是和理论的构建——和运用假说和全称陈述密切相关的。只有当某些事件能按照定律或规律性重复发生时,像在可重复的实验里的情况那样,我们的观察

---

1 参照《纯粹理性批判》[*Kritik der reinen Vernunft*],“方法论学说”[Methodenlehre],第 2 段,第 3 节(第 2 版,第 848 页;N. 肯普·史密斯[N. Kemp Smith]的英译本,1933 年:《纯粹理性批评》,“超验的方法论”[The Transcendental Doctrine of Method],第 ii 章,第 3 节,第 645 页)。

*1 从那以后,我概括了这个表述;因为主体间相互**检验**只是主体间相互**批判**这个更一般的观念,或者换句话说.通过批判性讨论进行相互理性控制观念的一个很重要的方面。这更一般的观念在下列著作中得到较多的讨论:我的《开放社会及其敌人》第 23、24 章,以及我的《历史决定论的贫困》[*Poverty of Historicism*],第 32 节;我的《后记》,特别是第 * i、* ii、* vi 章。

2 同上。

3 参照《纯粹理性批判》,“先验的根本原则”[Transcendentale Elementarlehre] §19(第 2 版,第 142 页;N. 肯普·史密斯的英译本,1933:*Critique of Pure Reason*, Transcendental Doctrine of Elements, §19,第 159 页)。

4 参照《纯粹理性批判》,“方法论学说”,第 2 段,第 3 节(第 2 版,第 849 页;英译本,第 ii 章,第 3 节,第 646 页。)

在原则上才能被任何人所检验。在我们重复和检验它们之前,我们甚至对自己的观察也不大认真对待,也不承认它们是科学的观察。只有根据这些重复,我们才确信我们处理的并不仅是一个孤立的“巧合”,而是原则上可以主体间相互检验的事件,因为它们有规律性和可重复性。[5]

每一个实验物理学家都知道,有些惊人的不可理解的外观“效应”在他的实验室里也许一度可以重复,但是最后消失得无影无踪。当然,在这种情况下,没有物理学家会说他已经作出一个科学发现(虽然他可以重新安排他的实验,以求得到可重复的效应)。的确,科学上有意义的**物理效应**可以定义为:任何人按照规定的方法进行适当的实验都能有规则地重复的效应。任何严肃的物理学家都不会把这种“神秘效应”[occult effect](我建议的称呼)作为科学发现去发表——他不能提供如何重复它们的指示。这个“发现”会很快被当作幻想而摈弃,只是
46 因为检验它的尝试都得到否定的结果。[6] (因此,关于是否确有在原则上不可重复、独一无二的事件发生这个问题的争论,科学是不能判定的;这是一个形而上学的争论。)

现在我们可以回到在前一节中提出的我的论点:主观经验或确信

---

5 康德认识到,从科学陈述要求客观性,必然得出结论,它们在任何时候都必须是可主体间相互检验的,因而它们必须有普遍定律或理论的形式。他用他的“按照因果律的时间先后原理”来模糊地表述这个发现(他相信他用这里指出的理由可以先验地证明这个原理)。我不提出任何这类原理(参照第 12 节);但是我同意由于科学陈述必须是可主体间相互检验的,所以它们永远必须有普遍假说的性质。*参见第 22 节注 *1)。

6 在物理学文献中可找到某些认真的研究者的报告,提到发生某些不能重复的效应,因为进一步的检验得出否定的结果。最近一个著名的例子是米勒[Miller](1921 – 1926)在威尔逊[Mount Wilson]山上观察到的迈克耳逊[Michelson]实验的未被解释的肯定结果,而在以前,他自己(还有莫雷[Morley])曾经重复过迈克耳孙实验的否定结果。但是,由于以后的实验又重新得出否定的结果,现在已习惯于把后来的实验看作决定性的,把米勒的不同结果解释为“由于未知的错误引起的”。*参见第 22 节,特别是脚注 *1。

感决不能证明科学陈述,除了作为经验的(心理学的)研究对象外,它在科学中不可能起什么作用,不管确信感是如何强烈,它决不能证明一个陈述。因此,我可以完全深信一个陈述的真理性,确信我的知觉提供的证据,具有一种极强烈的经验,任何怀疑对我来说都是荒谬的。但是,这是否为科学提供丝毫理由来接受我的陈述呢?能否因为 K. R. P. 完全确信它的真理性就证明任何陈述呢?回答是"不"。任何其他的回答都是和科学客观性的观念不相容的。我正在体验着一种确信感,对我来说是确定无疑的事实,甚至这个事实也不能在客观科学的领域里出现,除非以**心理学假说**的形式出现,这种假说当然要求主体之间的相互检验:心理学家可以从我有这种确信感的猜测中,借心理学的和其他的理论之助,演绎出某些关于我的行为的预见,然后在实验检验的过程中,这些预见可得到确证或者被反驳。但是,从认识论的观点来看,我的确信感是强还是弱,这是来自一种强烈的甚至不可抗拒的、确定性无可怀疑(或者"不证自明")的印象,还是只不过来自一个可疑的臆测,这是毫不相干的。这些和科学陈述如何能被证明的问题是没有丝毫关系的。

这样一些考虑,当然对经验基础问题并未提供一个解答。不过这些考虑至少帮助我们看到它的主要困难。由于要求基础陈述和其他科学陈述具有客观性。我们就丧失了我们希望把科学陈述的真理性还原为经验的任何逻辑手段。而且我们就不能给予那些描述经验,比如描 47
述我们知觉的那些陈述(有时称作"纪录语句")任何优惠的地位。它们只能作为心理学陈述在科学中出现;而这就意味着:作为一种假说,它的主体间相互检验的标准肯定是不很高的(考虑到心理学的现状)。

无论我们对经验基础问题的最后解答是什么,有一件事必定是清楚的:假如我们坚信科学陈述必须是客观的,那么那些属于科学的经验基础的陈述也必须是客观的,即可主体间[inter-subjectively]相互检验的。但是,可主体间相互检验性总是意味着其他的可检验的陈述能从待检验的陈述中演绎出来。因此,如果基础陈述自身也是可主体间相互检验的,那么**在科学中就不可能有最终的陈述**;在科学中不可能有不

能被检验的陈述，因而就不可能有在原则上不能被反驳的陈述，通过证伪可从它们演绎出来的某些结论来检验和反驳这些陈述。

因此，我们就达到下列观点：理论系统被从它们演绎出普遍性水平较低的陈述来检验。因为这些陈述是可主体间相互检验的，它们也必定是以同样的方式可检验的——这样以至于无穷。

人们可能想到，这个观点导致无穷的后退，因此它是站不住脚的。在第 1 节里，当批判归纳时，我提出了反对意见：归纳会导至无穷的后退；现在读者也许会认为，可以提出同样的反对意见，反对我自己提倡的演绎检验程序。然而，这并非如此。检验的演绎法不能确立或证明受检验的陈述；也没有打算要它这样做，因此并不存在无穷后退的危险。但是，必须承认，我引起注意的情境——**无限的**可检验性和没有无需检验的最终陈述——的确产生了一个问题。因为，显然事实上检验不能**无限地**进行，迟早我们必须停止。我在这里不详细讨论这个问题，只想指出，检验不能永远进行下去这个事实和我对每个科学陈述必须
48 是可检验的要求并不矛盾。因为我并不要求每一个科学陈述，在被接受以前必须**在事实上已被检验**。我只要求每一个这样的陈述必须**可能**被检验；或者换句话说，我拒绝接受这样的观点，在科学中存在着我们必须顺从地当作真的陈述来接受的陈述，只是因为由于逻辑上的理由似乎不可能检验它们。

第二章

论科学方法理论问题

根据我在上面提出的建议，认识论或科学发现的逻辑，应该就是科 49
学方法的理论。方法的理论，就其超出对科学陈述之间关系的纯逻辑分析之外而言，与**方法的选择有关**——与关于处理科学陈述的方式的决定有关。而这些决定当然又将根据我们从许多可能的**目的**中选择那个目的而定。这里建议的决定是为了规定我称作“经验方法”的适当的规则，这种决定是和我的划界标准密切联系的。我建议采取这些规则，它们可以保证科学陈述的可检验性，也就是可证伪性。

9. 为什么方法论决定是不可缺少的

什么是科学方法的规则？为什么我们需要它们？有可能存在这些规则的理论——方法论吗？

人们回答这些问题的方式，主要依赖于他们对科学的态度。像实证主义者那样的人，他们把经验科学看作满足诸如有意义性或可证实性等一定**逻辑标准**的陈述系统，会作出一种回答。有些人包括我在内，看到经验陈述易于修正的突出的特性——人们可以批判它们，也可以用更好的陈述来代替它们；这些人认为它们的工作就是去分析科学取得进展的能力，以及在决定性的场合，在互相矛盾的理论系统之间作出选择的独特方法。这些人对上述问题就会作出很不同的回答。 50

我很愿意承认有必要对理论进行纯逻辑的分析，这种分析不考虑理论的变化和发展。不过，这种分析并没有阐明经验科学的那些我所高度评价的方面。一个系统，例如经典力学，也许是非常“科学的”；但是教条主义地坚持它的那些人——也许他们相信，他们的任务就是在

它没有**被最终否证**以前，保卫这样一个取得成功的系统免遭批判——他们就是采用一种和批判态度相反的态度，而我认为这种批判态度是科学家应该采取的。事实上，不可能产生对理论的最终否证；因为人们总是可能说，实验结果是不可靠的，或者说，人们断言在实验结果和理论之间存在的不一致仅仅是外观的，它们将随着我们的理解的深入而消失（在反对爱因斯坦理论的斗争中，这两种论证都曾被用来支持牛顿力学，在社会科学领域里，类似的论证很多）。如果你在经验科学领域里坚持严格的证实（或者严格的否证 *[1]），你就决不会从经验中得到益处，决不会从经验中知道你是怎么错的。

所以，假如我们仅仅以科学陈述的形式的或逻辑的结构作为经验科学的特征的话，我们就将不能从经验科学中排除那种流行的形而上学，这种形而上学是把一个过时的科学理论抬高为不可辩驳的真理的结果。

这些就是我所以建议必须以经验科学的方法作为它的特征的理由。这里说的方法就是：我们处理科学理论的方式；我们用它做些什么，我们对它做些什么。因此，我将设法建立一些规则，或者可以说规范，来指导科学家去进行研究，或者说，在这里所理解的意义下的科学发现。

10. 有关方法论的自然主义观点

我在前一节里谈到的关于我的看法和实证主义者的看法之间的深
51 刻区别，需要加以展开论述。

实证主义者不喜欢这样的观念：在“实证的”经验科学的领域以

---

*1 这里我在括号里加上“或者严格的否证”，(a)因为这一点已经清楚地包含在前面刚提到的话里（“不可能产生对理论的最终的否证”）；(b)因为我经常被人误解为：主张一种以“完全的”或“最终的”可证伪性学说为基础的标准（而且不是**划界**的标准，而是**意义**的标准）。

外,还应存在着有意义的问题——真正的哲学理论所处理的问题。他们不喜欢这样的观念:应该有真正的知识理论,认识论或方法论。*[1] 他们期望在所谓哲学问题中只看到“假问题”或“疑难”。他们的这种期望——顺便说一说,他们并不称之为期望或建议,而是称之为事实的陈述*[2]——总是可以被满足的。因为很容易揭示一个问题为“无意义的”或“假的”。你所要做的只是给“意义”这个词一个合适的狭窄含意就行,因此你就很快不得不说你在任何不合适的问题中,不能发现任何意义。而且,只要你认为除了自然科学的问题以外,就没有有意义的问题,[1] 任何关于“意义”概念的争论也就成为没有意义的了。[2] 关于“意义”的教条一旦建立起来,就被抬高成为永远不可争论的东西。它再也不受攻击。用维特根斯坦的话来说,它已变成“不能攻击的和确切无疑的”了。[3]

关于哲学是否存在或者有无权利存在这一易引起争论的问题,几乎和哲学本身一样古老。一种完全崭新的哲学运动一再兴起,它们自以为已把古老的哲学问题最终地揭露为假问题,把哲学的邪恶的无意义和有意义的、实证的、经验的科学的良见卓识加以对照。而“传统哲

---

*1 在这本书第一次出版的两年以前,维也纳小组的成员经常批评我的看法,说:既不是经验科学的又不是纯逻辑的方法理论,是不可能的,因为在这两种领域以外的东西,必定完全是无意义的。(维特根斯坦在 1948 年仍然坚持这样的观点;可参阅我的论文:“哲学问题的性质”[The Nature of Philosophical Problems],《英国科学哲学杂志》3,1952 年,第 128 页注释。)以后,这种老一套的批评又固定为这种神话:我曾经建议用意义的可证伪性标准来代替可证实性标准。见我的《后记》,特别是第 *19 到 *22 节。

*2 有些实证主义者从此改变了这种态度,见下面的注 6。

1 维特根斯坦,《逻辑哲学论》,命题 6.53。

2 维特根斯坦在《逻辑哲学论》(在这书里他解释了意义这一概念)的结尾写道:“我的所有命题可以这样来解释:那些理解我的人最终将懂得它们是无意义的……”参照塞克斯都逻辑学[Sextus Adv. Log.]ii,481;洛布古典丛书版[Loeb edn.]ii,488。

3 维特根斯坦,同上书,序言末尾。

学”的受鄙视的捍卫者，则一再试图对最近进行实证主义攻击的领导
52 人解释：哲学的主要问题是对诉诸“经验”[4]权威进行批判分析——正是这个“经验”，每一个实证主义的最新发现者和过去一样，自然而然地认为它是理所当然的。然而，对待这样一些反对意见，实证主义者只是耸耸肩，回答说：这些反对意见对他们来说没有意义，因为它们不属于经验科学，而只有经验科学才是有意义的。“经验”对他们来说，是一个纲领，而不是一个问题（除非它为经验心理学所研究）。

我想实证主义者大概不会有任何其他不同的反应，来对待我自己分析“经验”的尝试，我把经验解释为经验科学的方法。因为他们认为只存在两种陈述：逻辑的重言式和经验的陈述。因此，假如方法论不是逻辑，他们就会得出结论，它就必定是某种经验科学的分支——正在工作的科学家的行为的科学。

我们可以称这种观点为“**自然主义的**”。按照这种观点，方法论本身也是一种经验科学，它研究科学家的实际行为，或“科学”的实际程序。毫无疑问的是，自然主义的方法论（有时称作“科学的归纳理论”[5]）有它的价值。一个学习科学逻辑的学生，会对它发生兴趣并从中学习到东西。但是，我称作“方法论”的东西不应被当作一种经验科学。我相信，不可能用经验科学的方法来判定如科学是否真正运用归纳原理这样的有争议的问题。当我想到，什么东西应被称为“科学”，什么人应被称为“科学家”这种问题总是一种约定或决定的事情时，我的这种怀疑就增加了。

我想这样一类问题应该用不同的方式来对待。例如，我们可以考

---

4 H. 贡珀茨[H. Gomperz]（《世界直观学说》[*Weltanschauungslehre*] *I*，1905 年，第 35 页）写道：“如果我们考虑到经验这一概念是如何无限地成问题……我们就不得不相信……对它热情的肯定……比非常小心谨慎的批判更为不适当得多……。”

5 丁格勒[Dingler]，《物理与假说》[*Physik und Hypothesis*]，《归纳性学说之研究丛书》[Versuch einer induktiven Wissenschaftslehre]，1921 年；与此相近的是，V. 克拉夫特[V. Kraft]，《科学方法的基本形式》[*Die Grundformen der wissenschaftlichen Methoden*]，1925 年。

虑和比较两种不同的方法论规则的系统,一种运用归纳原理,一种不运用。然后,我们可以考察,这样一种原理一旦被引进了,是否能应用而不产生矛盾,是否对我们有帮助;我们是否真正需要它。就是这种探究使我舍弃了归纳原理,不是因为这样一种原理事实上在科学中从不被使用,而是因为我认为,它不是必需的,它对我们并没有帮助,甚至会产 53
生矛盾。

因此,我摈弃非批判性的自然主义观点。它的赞成者没有注意到凡是他们认为自己已经发现一个事实的时候,他们只不过提出了一种约定。[6] 因此这种约定易于变成一种教条。对自然主义观点的这个批判,不仅适用于它的意义标准,而且也适用于它的科学观念并且因而适用于它的经验方法观念。

11. 作为约定的方法论规则

在这里,方法论规则被当作**约定**。它们将被描述为经验科学的游戏规则。它们不同于纯逻辑的规则,与弈棋规则相当相像,很少人会把弈棋规则当作**纯**逻辑的一部分;因为纯逻辑的规则支配着语言学公式的变形。对弈棋规则的研究结果也许可以称作"弈棋的逻辑",不过不是纯而简单的"逻辑"。(同样,对科学游戏——即科学发现——的规则的研究结果,可以称作"科学发现的逻辑"。)

---

6 (1934 年当阅看本书校样时,曾作了补充。)什么东西应被称为"真正的陈述",什么东西应被称为"无意义的假陈述",是一个决定的问题,这个观点我在这里只是简短地加以阐述,而这是我多年的主张(还有排除形而上学同样是一种决定,这一观点也是如此)。然而,我对实证主义(和自然主义观点)的这个批判,已不再适用于卡尔纳普的《语言的逻辑分析》[*Logische Syntax der Sprache*](1934 年),他在这本书里也采取了所有这类问题都依赖于"决定"这样的立场("宽容原理")。根据卡尔纳普的序言,维特根斯坦在他的未出版的一些著作里,多年来也提出了类似的观点(*见上文注 1)。卡尔纳普的《语言的逻辑分析》是正在阅看本书校样时出版的。很遗憾我不能在本书中讨论它。

试举两个简单的方法论规则为例。它们足以表明,把方法的研究和纯逻辑研究放在同一层次上是不适当的。

(1)科学的游戏原则上是没有终点的。有一天有人决定,科学陈述不再要求任何进一步的检验,可以认为这些陈述得到最终证实,他就退出这个游戏。

(2)一旦一个假说被提出、被检验、被证明它的品质,*1 没有"正
54 当理由"就不允许它退出。"正当理由"可以是,比如:这一假说为另一个更可检验性的假说所代替;或者对这一假说的某个推断的证伪("更可检验的"这一概念以后要作更充分的分析)。

这两个例子表明方法论规则是什么样子。很清楚,它们和通常称作"逻辑的"规则是很不同的。虽然逻辑也许可以建立判定一个陈述是否可检验的标准,但是它肯定不涉及是否有人尽力去检验这一陈述这个问题。

在第6节里,我曾经试图用可证伪性的标准来定义经验科学,但是,由于我不得不承认某些反对意见的正当性,我曾允诺对我的定义作一个方法论的补充。正如可以用适合于弈棋的规则来对它下个定义一样,也可以用经验科学的方法论规则来对它下个定义。建立这些规则时,我们可以系统地进行。首先要规定一个最高规则,作为判定其他规则的一种规范,因而它是一种更高类型的规则。这一规则就是,科学程序的其他规则必须这样来设计,它们并不能保护科学中的任何陈述不被证伪。

因此,方法论规则既与其他的方法论规则密切联系,又与我们的划界标准密切联系。但是,这种联系不是一种严格的演绎的或逻辑的联系。[1] 更确切地说,这是由于构建这些规则的目的是,在于保证我们的

---

*1 关于将"*sich bewähren*"译为"to prove one's mettle",见下面第十章(验证)开端的脚注。

1 参照K.门格尔[K. Menger],《道德、意志与世界形象》[*Moral, Wilte und Weltgestaltung*](1934年),第58页以后。

划界标准的可应用性,因此,它们的形成和为人们接受都是根据一个更高类型的实用规则来进行的。关于这点的一个例子已经在前面说到(参照规则 1)。我们决定不提交任何进一步的检验的理论就不再是可证伪的了。正是在规则之间的这种系统的联系,才使得我们谈论方法的**理论**是恰当的。大家承认,这种理论的宣布,就如我们举的例子所表明的那样,绝大部分是一种相当明显的约定。方法论并不是什么深奥的真理。*[2] 不过,方法论在许多情况下,可以帮助我们弄清逻辑情境,甚至解决某些迄今已证明不好对付的广泛的问题。比如,其中之一就 55
是判定概率陈述何时应该接受或者拒斥的问题(参照第 68 节)。

人们经常怀疑,知识理论的各种问题相互之间是否有系统的关系,以及它们能否得到系统的处理。我在本书里希望表明这些怀疑是不合理的,这一点是相当重要的。我所以提出我的划界标准的唯一理由是,它是很有成效的,它可以帮助我们弄清和解释很多问题。门格尔说:"定义是教条;只有从定义引出的结论才能给我们某些新的洞察力"。[2] 这肯定也适用于"科学"概念的定义。正是从我的经验科学的定义的推断和根据这个定义得出的方法论决定,科学家才能看出我的定义和他对他的努力的目标的直觉观念是如何的一致。*[3]

哲学家也只有当他们能接受从我的定义引出的推断时,才会接受我的定义。我们必须使哲学家感到满意:这些推断使得我们能够发现在过去知识理论中存在的矛盾和不恰当之处,以及追溯到这些矛盾和不恰当从之而来的基本假定和约定。我们也要使他们感到满意:我们的建议并不受到同类困难的威胁。这个发现和解决矛盾的方法也适用于科学本身,但是它在知识理论里有其特殊的重要性。正是依靠这种

---

*2 虽然有些定理如"**确认度≠概率**"或我的"真理 - 内容定理"(弗格尔[Feigl],《庆祝文集:心灵、物质与方法》[*Festschrift: Mind, Matter and Method*],P. K. 费耶阿本德[P. K. Feyerabend] 和 G. 麦克斯韦[G. Maxwell]编辑,1966 年,第 343 - 353 页)也许是出乎预料的,也不是很浅显的,但我仍然坚持这一点。

2 K. 门格尔,《维度理论》[*Dimensionstheorie*],1928 年,第 76 页。

*3 参见我的《后记》第 *15 节,"科学的目标"。

方法(假如依靠的话),方法论约定才可得到证明,并可证明它们的价值。[3]

我担心,哲学家是否会把这些方法论的研究看作属于哲学,这是十分可疑的,但是实际上这并没有多大关系。不过在这方面值得提及的是,不少形而上学的因而肯定是哲学的学说可以被解释为方法论规则
56 的典型的实体化。其中一个例子,即所谓"因果性原理"将在下一节讨论。另一个我们已经遇到的例子是客观性问题。因为科学客观性的要求也可以解释成一条方法论规则:只有那些可以主体间相互检验的陈述才可被引进科学中(见第 8、20、27 节和其他地方)。的确可以这样说,理论哲学的大部分问题,而且是最有趣的问题,都能用这种方式被重新解释成为方法的问题。

---

3 在这本书里,我把批判的——假如你愿意,也可以叫作"辩证"——解决矛盾的方法降到第二位,因为我关心的是试图发展我的观点的实际的方法论方面。在我的一本尚未出版的著作里,我已试图采取这种批判的道路;并且我已试图论证:古典的和现代的知识理论问题(从休谟通过康德到罗素和怀特海)可以被追溯到划界问题,就是寻找科学的经验性质的标准的问题。

第二部分

经验理论的若干结构要素

SOME STRUCTURAL COMPONENTS OF A THEORY OF EXPERIENCE

第三章

理　论

经验科学是理论的系统。所以,科学认识的逻辑可说是理论的理论。 59

科学理论是全称陈述。像所有的语言表示的一样,科学理论是记号或符号的系统。因此,我认为用下列的说法来表示全称理论和单称陈述之间的区别是毫无裨益的:单称陈述是"具体的",而理论则**仅是**符号公式或符号图式。因为甚至对最"具体的"陈述也可以完全同样地说是符号公式或符号图式。*[1]

理论是我们撒出去抓住"世界"的网。理论使得世界合理化,说明它,并且支配它。我们尽力使这个网的网眼越来越小。

12. 因果性、解释和预见的演绎

给予某一事件以**因果解释**就是演绎出一个描述这一事件的陈述,运用一条或更多条的普遍性定律以及某些单称陈述即**初始条件**,作为

---

*1　这里批判的是一种以后我称作"工具主义"的观点,这种观点在维也纳是由马赫、维特根斯坦和石里克代表的(参照第4节的注*4和注7,第27节的注5)。这种观点认为理论**只是**一种预见的工具。我曾在下列论文中分析和批判过这种观点:"评贝克莱是马赫的先驱",《英国科学哲学杂志》6,1953年,第26页以后;"关于人类知识的三种看法",《当代英国哲学》[*Comtemporary British Philosophy*]iii,1956年,H. D. 刘易斯[H. D. Lewis]编,第355页以后,更充分的论述在《后记》,第*11 – *15,*19 – *26节。我的观点简短地说就是:我们的日常语言是充满着理论的,观察总是**借助于理论的观察**;只有归纳主义者的偏见才使得人们认为:可能有一种现象语言,不包含理论,可以和"理论语言"区别开来;最后,我认为,理论家对解释本身感兴趣,也就是说,他们对可检验的解释性理论感兴趣,应用和预见只是由于理论上的原因使他们发生兴趣,因为可以用它们来**检验**理论。参见新附录*x。

演绎的前提。例如,我们可以说已经给一根线的折断作了因果解释,如
60 果我们发现这根线的抗张强度是1磅,可是我们放了2磅的重物在它上面。假如我们分析这个因果解释,我们就会发现有几个组成部分。一方面,有一个假说:“凡是一根线上面放一重量超过这根线的抗张强度,这根线就要断”,这个陈述有着普遍性自然规律的性质,另一方面,我们有单称陈述(在这个例子里有两个),它是只应用于这里说的特殊事件:“这根线的抗张强度是1磅”和“放在这根线上的重物重2磅”。*[1]

因此,我们有两个不同种类的陈述,它们都是一个完全的因果解释的必要成分。它们是:(1)**全称陈述**,就是带有自然定律性质假说;(2)**单称陈述**,它应用于所讨论的特殊事件上,我称之为“初始条件”。我们正是从和初始条件合取的全称陈述中,**演绎**出这个单称陈述:“这根线要断”。我们称这个陈述为一个特殊的或个别的预见。*[2]

初始条件描述该事件的通常被称作“原因”的东西(2磅重物放在只有1磅抗张强度的线上是这根线断的“原因”)。预见描述通常被称作“结果”的东西。我将避免使用这两个术语。在物理学中,“**因果解释**”这个表达方式的应用通常只限于一种特殊情况,在这种情况下,普遍定律具有“接触作用”定律的形式,或者更确切地说,用微分方程表示的**无穷地接近零的距离的作用**。我在这里不假定这种限制。而且,我并不想对这个理论解释的演绎方法的普适性作出一般的断言。因此我并不断言任何“**因果性原理**”(或者“普遍因果性原理”)。

61 “因果性原理”主张:对任何事件都能作出因果解释——能用演绎

---

*1 对这个例子更加清楚的分析——它不只区别两个初始条件,还区别**两个**定律——如下:“对每一根有着已知结构 S(由它的材料、厚度等决定)的线来说,存在这样一个特定的重量 w,如果挂在这根线上的重量超过 w,这根线就会断”,“每一根有着结构 S_1 的线,其特定重量 w_1 等于1磅”。这是两条普遍性定律。两个初始条件是:“这是一根有着结构 S_1 的线”,“放在线上的重量等于2磅”。

*2 这里使用的术语“预见”包括关于过去的陈述(“retrodictions”),甚至我们希望解释的已知陈述(“*explicanda*”)。参照我的《历史决定论的贫困》,1945年,1957年版第133页和《后记》,第*15节。

对它作出预见。按照人们对这个论断里的“能”这个词的不同解释,这个论断或者是重言的(分析的)或者是关于实在的论断(综合的)。因为,如果“能”的意义是:作出因果解释在逻辑上总是可能的,那么这个论断就是重言的,因为对任何预见我们总能找到可以由之演绎出这个预见的全称陈述和初始条件。(这些全称陈述是否在其他场合已被检验和验证,当然是一个不同的问题。)然而,如果“能”的意义是表示,世界为严格的定律所支配,世界是这样构成的:每一个特殊事件都是普遍规律性或定律的一个实例,那么这个断言显然是综合的。但是在这种情况下,这个断言是**不可证伪的**,这一点将在下面第 78 节中讨论。所以,我既不采纳也不拒绝“因果性原理”;我满足于简单地把它当作“形而上学的”原理从科学领域里排除出去。

然而,我要提出一条方法论规则来,它和“因果性原理”是如此一致以至后者可以被当作它的形而上学翻版。正是这条简单的规则,我们不放弃对普遍性定律和自洽的理论系统的追求,也不放弃对任何种类我们能加以描述的事件作出因果解释的尝试。[1] 这条规则指导着科学研究者的工作。这里我不赞成这样的观点:物理学的最近发展要求

---

1 认为因果性原理是一种规则或决定的表示,这一思想来自 H. 贡珀茨,《意志自由问题》[*Das Problem der Willensfreiheit*],1907 年。参照石里克,《当代物理学中的因果性》[*Die Kausalität in der gegenwartigen Physik*],《自然科学》19,1931 年,第 154 页。

* 我想在这里我应该说得更明白些。追求因果解释的决定是理论家用来达到他的目的——或者说,理论科学的目的。他的目的是找到**解释性理论**(假如可能,**真的**解释性理论),这就是说,这种理论描述世界的一定的结构性质,这种理论允许我们,借初始条件之助,演绎出待解释的结果来。这一节的目的只是很简短地说明因果解释的意思。更充分的说明可参照我的《后记》第 * 15 节。我对于“解释”所作的解释已为某些实证主义者或“工具主义者”所采用,他们在我的解释里看到了给解释辩解的尝试——断言解释性理论**只不过**是演绎出预见的前提。所以我想清楚地表明:我认为,理论家对**解释**——即发现解释性理论——的兴趣不能被还原为对演绎预见的实用的技术兴趣。另一方面,理论家对**预见**的兴趣可解释为由于他对他的理论是否是真理的问题的兴趣;或者换句话说,是由于他对检验他的理论的兴趣——试图找出他的理论是否能破证明是假的。参见新附录 * X 注 4 及正文。

62 放弃这条规则，或者说，现在物理学已确证，至少在一个领域里继续寻找定律再也没有意义了。[2] 这一点将在第 78 节里讨论。*[3]

13. 严格的和数的全称性

我们可区别两种全称综合陈述："严格的全称"和"数的全称"。到此为止，当我讲到全称陈述（理论或自然律）时，我指的是**严格的全称陈述**。另一种，数的全称陈述实际上等于某些单称陈述，或者说，一些单称陈述的合取。在这里，它们被归入单称陈述一类。

例如，比较下列两个陈述：(a)谐波振荡器的能量决不会降到一定数量之下（即 hv/2），适用于所有的谐波振荡器；(b)人的身高不超过一定数量（比如 8 英尺）适用于所有生活在地球上的人。只涉及演绎理论的形式逻辑（包括符号逻辑）将这种陈述同样地当作全称陈述（"形式的"或"一般的"蕴涵）。[1] 然而，我认为必须强调它们之间的区别。陈述(a)要求在任何地方任何时间都是真的。陈述(b)只涉及在有限的个别的）（或特殊的）时空区域内特殊元素的有限类。后一种陈述原则上可以为单称陈述的合取所代替，因为只要有足够的时间，人们可以**列数**有关的（有限）类的所有元素。这就是为什么我们在这种情况下称之为"数的全称"。与之相对照，关于振荡器的陈述(a)，就不能为在
63 一定的时空区域内有限数量的单称陈述的合取所代替；或者更确切地

---

2 这里反对的观点，是为石里克等人所主张的；他在上引书第 155 页里写道："……这个不可能性……"（他是指海森堡[Heisenberg]所坚持的确切预见的不可能性）"……意味着不可能找到那个公式"。（参照第 78 节注 1。）

*3 但是现在也可见我的《后记》第 * iv 至 * vi 章。

1 古典逻辑（符号逻辑同样）区别三种陈述：全称、特称、单称。全称陈述指某类的全体元素，特称陈述指某些元素，单称陈述指某一个元素——个体。这种分类并不是根据与知识逻辑相联系的理由。这是为了推理的技术而发展起来的。所以我们可以把我们的"全称陈述"既不与古典逻辑的全称陈述相等同，也不与符号逻辑的"一般的"或"形式的"蕴涵相等同（参照第 14 节注 6）。现在参见附录 * X，以及我的《后记》，特别是第 * 15 节。

说,它只能根据下列假定被代替:世界在时间上是有限的,在此时间内只存在有限数量的振荡器。但是我们并不作任何这种假定;特别是,在对物理学的概念下定义时,我们不作任何这种假定。我们宁可把如(a)类型的陈述当作**全陈述**(*all-statement*),即关于无限个体数的全称断言。这就清楚地解释了它不能为有限数量的单称陈述的合取所代替。

我使用严格全称陈述(或"全称述")这一概念是和下列观点相对立的:原则上每个综合的全称陈述必定可被翻译成有限数量的单称陈述的合取。主张这种看法的人[2]或者援引他们的要求可证实性的意义标准,或者某种类似的考虑,坚持认为我称作"严格全称陈述"的陈述决不可能得到证实,所以他们拒绝这些陈述。

很清楚,根据这种抹煞单称陈述和全称陈述之间的区别的自然律观点,归纳问题就似乎被解决了;因为显而易见的是,以单称陈述推论到数的全称陈述是完全可接受的。但同样清楚的是,这个解决办法并不影响归纳的方法论问题。因为要证实一个自然律只能用经验来肯定这定律可以应用到的每一个个别事件,并发现每一个这样的事件都真正地与这定律相符合,这显然是一项不可能完成的工作。

在任何情况下,科学定律是严格的全称还是数的全称的问题不能用论证来解决。这是只能用协议或约定来解决的那些问题之一。鉴于上述的方法论情境,我认为把自然律看作综合的和严格的全称陈述("全陈述")既有用又有成效。这就是把它们当作不能证实的陈述,我们可以用下列形式来表示它:"……适用于在时空中的所有点(或者在时空的所有区域)。"与此相对照,仅仅涉及一定的有限时空区域的陈述,我称之为"特称的"或"单称的"陈述。

严格的全称陈述和只是数的全称陈述(实际上是一种单称陈述) 64
之间的区别只应用于综合陈述。不过,我可以提到把这种区别也应用

---

2 参看,比如 F. 考夫曼[F. Kaufmann],"论逻辑与数学中的基本论争"[Bemerkungen Zum Grundlagenstreit in Logik und Mathematik],《认识》2,1931 年,第 274 页。

到分析陈述的可能性(比如,某种数学陈述)。[3]

14. 普遍概念和个别概念

在**全称陈述**和**单称陈述**之间的区别与在**普遍概念或名称和个别概念或名称**之间的区别是密切联系的。

通常会用下列这种例子来说明这种区别:"dictator"[独裁者]、"planet"[行星]、"H_2O"[二氧化碳]是普遍概念或普遍名称,"Napoleon"[拿破仑]、"the earth"[地球]、"the Atlantic"[大西洋]是单一的或个别的概念。在这些例子里,个别概念或名称的特征是专有名词或者必须用专有名词来定义,而普遍概念或名称能够不用专有名词来定义。

我认为在普遍概念或名称和个别概念或名称之间的区别,具有基本的重要性。科学的一切应用的基础就是从科学假说(它们是普遍的)推知个别情况,就是演绎出个别预见。但是,在每一个单称陈述里,个别概念或名称一定会出现。

在科学的单称陈述里出现的个别名称,常常出现在时空坐标形式中。这是容易理解的,只要我们考虑到时空坐标系的**应用**总是关联到个别名称。因为我们必须固定它的原点,而我们只有采用专有名词(或者与之等价的东西)才能做到这一点。"Greenwich"[格林威治]和"The year of Christ's birth"[耶稣诞生之年]这些名称的采用说明了我的意思。用这种方法可以把有着任意大的数量的个别名称还原为很少的一些个别名称。[1]

65 有时这种模糊的一般用语如,"这里的这个东西","那里的那个东西"等等,可以用作个别名称,也许还和某种直接表示的手势连系在一

---

3 例子:(a)每一个自然数有一后续数。(b)除了 11、13、17 和 19 以外,所有在 10 和 20 之间的数都是可除的。

1 但是坐标系的测量单位(它首先也是用个别名称如地球的自转、巴黎的标准米尺建立起来的)原则上也能用普遍名称来加以定义,例如,用一定种类的原子经一定方式处理后所发出的单色光的波长或频率。

起,简言之,我们可以使用一些记号,它们虽然不是专有名词,但是在某种程度上和专有名词或个别坐标是可以互换的。但是,普遍概念也可以用直接表示的手势表示出来,但只是模糊地表示。我们可以指着某些个别事物(或事件),然后用短语“以及其他类似的事物”(或者“等等”)来表示我们想把这些个体看作只是某一个类的代表,我们应该给这个类一个适当的普遍名称。毫无疑问,**我们**正是从直接表示的手势以及类似的手段中**学习**普遍词的**运用**,也即它们之应用于个体。这样一种应用的逻辑基础是,个别概念不仅可以是类的元素的概念,而且可以是类的概念,因而它们和普遍概念的关系不仅可以是元素和类的关系,而且也可以是子类和类的关系。例如,我的狗路克斯[Lux]不仅是个别概念维也纳狗这一类的元素,而且也是普遍概念哺乳动物这一(普遍)类的元素。而维也纳狗不仅是奥地利狗这一(个别)类的一个子类,而且也是哺乳动物这一(普遍)类的一个子类。

用“哺乳动物”这一个词作为普遍名称的例子可能引起误解。因为像“哺乳动物”[mammal]、“狗”[dog]等等这些词日常用法中是模棱两可的。这些词被认为是个别类名称还是作为普遍类名称,取决于我们的意图,即取决于我们想说的是生活在地球上的动物的一个种(个别概念)呢,还是想说的是具有某些特性的一种自然物体,这些特性能用普遍术语来描述。同样的模棱两可也出现在使用“pasteurized”[消毒的]、“Linnean System”[林奈系统]和“Latinism”[拉丁语惯用法]这样一些概念的使用中,因为有可能去除它们所涉及的专有名词(或者用这些专有名词来定义它们。)*1

上面说的这些例子和解释应使大家明了“普遍概念”和“个别概念”在这里是什么意思。假如要我下定义,我就不得不如上面那样说: 66

---

*1 “Pasteurized”的定义可以是“按照 M. 路易斯·巴斯德[M. Louis Pasteur]的建议去处理”(或者类似的意思),也可以是“加热到 80℃并保持这个温度 10 分钟”。第一个定义使得“pasteurized”成为一个个别概念;第二个成为普遍概念。但是,可以对照下面注 4。

“个别概念是这样一种概念,对它下定义时,专有名词(或等价的记号)是必不可少的。假如能完全不提及任何专有名词,那么这个概念就是一个普遍概念。”不过任何这样的定义只有很小的价值,因为它所做的一切只是把个别概念或名称的观念还原为专有名词的观念(在一个个别的自然物的名称的意义上)。

我相信,我的用法与“普遍的”、“个别的”等词的习惯用法相当接近。但不管这是否如此,我当然认为这里的区别是必不可少的,如果我们不想去模糊在全称陈述和单称陈述之间的相应区别的话(在普遍概念和归纳问题之间存在着完全类似的关系)。鉴别一个个别事物,只根据它的普遍的性质和关系,这种性质和关系似乎是专属于它而不属于任何其他事物。这种试图是预先注定要失败的。这样的程序不是去描述一个个别事物,而是描述一些性质和关系所属的所有个体的普遍类。即使用一个普遍的时空坐标系也不能改变这一点。[2] 因为是否存在任何与用普遍名称描述相符的个别事物,假如存在,又有多少,必定始终是一个待解决的问题。

同样,任何用个别名称对普遍名称下定义的试图也是注定要失败的。这个事实经常为人们忽视。人们广泛地相信有可能用所谓“抽象”的方法从个别概念上升到普遍概念。这个观点和归纳逻辑有着密切的关系,归纳逻辑是从单称陈述过渡到全称陈述。从逻辑上说,这些程序是同样不可行的。[3] 不错,人们用这种办法能够得到个体类,但这些类仍然是个别概念——用专有名词来定义的概念(这样的个别的类
67 概念的例子有“拿破仑的将军们”、“巴黎的居民们”)。因此,我们看到,我所说的在普遍名称或概念和个别名称或概念之间的区别与在类与元素之间的区别无关。普遍名称和个别名称两者都可以作为某些类

---

2 “个体化原理”不是一般的“空间和时间”,而是建立在专有名词基础上的个别的测定(空间的、时间的或其他的测定)。

3 同样,在符号逻辑里使用的“抽象法”不能完成从个别名称上升到普遍名称的工作。如果用抽象来定义的类是用个别名称在外延上来定义的,那么它仍然是个别概念。

的名称出现,也可以作为某些类的元素的名称出现。

因此,卡尔纳普用下面的论据来除去个别概念和普遍概念的区别是不可能的。他说"……这个区别是不能证明的,"因为"……按照所采取的观点,每一个概念都能被看作个别概念或者普遍概念。"卡尔纳普想以下列论断来支持这个看法:"……正如普遍概念那样,(几乎)**所有的所谓个别概念都是类**的名称"。[4] 正如我已经表明的,这个论断是很正确的,但是和这里所讨论的区别不相干。

在符号逻辑(曾经叫做"logistics")的领域里的其他工作者曾同样混淆了普遍名称和个别名称的区别与类和它们的元素之间的区别[5]。用术语"普遍名称"作为"类的名称"的同义语,用"个别名称"作为"元素的名称"的同义语,当然是允许的;但是这样的用法没有什么意义。问题并不能这样得到解决:另一方面,这种用法却很妨碍人们看到这些 68

4 卡尔纳普,《世界的逻辑结构》[*Der logische Aufbau der Welt*],第 213 页。(1934 年看本书校样时,作了补充。)在卡尔纳普的《语言的逻辑结构》[*Logical Syntax of Language*](1934 年;英译本,1937 年)里,个别名称和普遍名称的区别似乎没有被考虑到;在他构建的"坐标语言"中这个区别似乎也不可表达。或许有人认为,作为最低类型的记号的"坐标"(参见第 12 页以后)应被解释为**个别**名称(而且卡尔纳普用的坐标系是借助个体来定义的)。但是这个解释不行,因为卡尔纳普写道(第 87 页;参见第 12 页,英译本,第 97 页,第 4 段),在他使用的语言中"……所有最低类型的用语都是数字的用语",意思是:它们表示属于佩亚诺[Peano]的未加定义的原始记号"数"。(参照第 31 页和第 33 页)这就清楚地表明,作为坐标的数字符号不能被认为是专有名词或个别坐标,而是普遍概念(它们只是在特殊意义上才是"个别的",对照第 13 节注 3(b))。

5 罗素和怀特海在个别(或特殊)和普遍之间的区别也和我在这里所介绍的在个别名称和普遍名称之间的区别无关。按照罗素的术语,在"拿破仑是一个法国将军"这一句子里,"拿破仑"是一个别名称(在我的系统里也是如此),而"法国将军"是一个普遍名称。但是倒过来,在"氮气是非金属"这一句子里,非金属是一个普遍名称(在我的系统里也是如此),而"氮气"是一个别名称。而且,罗素所谓"描述"并不相当于我的"个别名称"。因为比如,"属于我身体内的几何点"这一个类对我来说是一个别概念,但是不能用"描述"来表达。参看罗素、怀特海,《数学原理》[*Principia Mathematica*](第 2 版,1925 年,第 1 卷),第 2 版,第 2 卷,第 1 分册,导论,第 xix 页以后。

问题。这里的情况和前面讨论全称陈述和单称陈述之间的区别时遇到的情况很相似。符号逻辑这一工具用来处理普遍概念问题和用来处理归纳问题一样是不合适的。[6]

15. 严格全称陈述和严格存在陈述

把全称陈述说成是没有个别名称在其中出现的陈述当然是不够的。如果“渡鸦”这词用作一个普遍名称,那么,显然“所有渡鸦都是黑的”就是一个严格全称陈述。但是,在许多其他的陈述中,诸如“许多渡鸦是黑的”、“有些渡鸦是黑的”、“有一些黑渡鸦”等等,也只出现普遍名称;然而我们当然不应称他们为全称陈述。

只有普遍名称没有个别名称出现的陈述,我们叫它“严格的”或“纯粹的”陈述。其中最重要的就是我们已经讨论过的**严格全称**陈述。此外,我特别对“有一些黑渡鸦”这样形式的陈述感兴趣。这一陈述可以被认为与下列陈述同一意思:“至少存在一只黑渡鸦”。我称这种陈述为**严格或纯粹存在陈述**(或**“有”陈述**)。

严格全称陈述的否定总是与严格存在陈述等值,**反过来说也是一样**。例如,“不是所有的渡鸦都是黑的”就等于说:“存在着一只不黑的渡鸦”或“有非黑渡鸦”。

69 自然科学的理论,特别是所谓自然定律,具有严格全称陈述的逻辑

---

6 全称陈述和单称陈述之间的区别在怀特海和罗素的系统里也不能表达。说所谓“形式的”或“一般的”蕴涵必须是全称陈述是不对的。因为每一个单称陈述可以赋以一般蕴涵的形式。例如,“拿破仑生于科西嘉”这一陈述能表示为这样的形式:$(x)(x = N \rightarrow \phi x)$,用话说,就是:对于 x 的所有值,这都是真的,如果 x 等于拿破仑,那么 x 就生于科西嘉。

一个**一般蕴涵**写成“$(x)(\phi x \rightarrow fx)$”,这里全称“算符”$(x)$可以读成:“对于 x 的所有值,这都是真的。”ϕx 和 fx 是“命题函项”:(比如,“x 生于科西嘉”,没有说 x 是谁;命题函项可以既不真也不伪)。‘→’表示:“如果……是真的,则……是真的”。在‘→’之前的命题函项 ϕx 可以称为**前件或条件命题函项**,而 fx 称为“**后件命题函项**”或**谓词**。**一般**蕴涵,$(x)(\phi x \rightarrow fx)$,断言:所有满足 ϕ 的 x 的所有值也满足 f。

形式;因此它们可以被表达成严格存在陈述的否定形式,或者可以称作**非存在陈述**(或**“无”陈述**)。例如,能量守恒定律可以表达为这样的形式“不存在永动机”,基本电荷的假说可以表达为这样的形式:“除了基本电荷的倍数以外,不存在任何电荷。”

在上面这个表述里,我们可以看到,自然定律可以和“排斥”或“禁止”相比拟。它们并不断言什么东西存在着或具有某种状态,而是否定它。它们坚持一定的事物或状态的不存在,可以说是排斥或禁止这些事物或状态:自然定律排除它们。正因为如此,它们是**可证伪的**。如果有一个单称陈述断言为定律所排除的某一个事物存在(或某一个事件发生,因而可以说是违反了禁令,而我们认为这个陈述是真的,那么这个定律就被反驳了(一个例子是:“在某个地方,有一个装置是永动机”)。

与严格全称陈述相反,严格存在陈述不能被证伪。任何单称陈述(就是“基础陈述”、关于某一观察事件的陈述)都不能反驳存在陈述“有白渡鸦”。只有全称陈述可以做到这点。根据我在这里采取的划界标准,我必须把严格存在陈述当作非经验的或“形而上学的”陈述来对待。乍一看来,这样的说法似乎是可疑的,和经验科学的实际不大符合。人们可以提出反对意见,(合理地)断言:甚至在物理学里,有些理论具有严格存在陈述的形式。一个例子是一个可从化学元素周期系统中演绎出的陈述,它断言有一定原子序数的元素的存在。但是假如这个假说(存在一种具有一定原子序数的元素)这样提出,使它成为可检验的,那么就需要比一个纯粹存在陈述更多得多的东西。例如,具有原子序数 72 的元素(铪)的发现,并不仅仅根据一个孤立的纯粹存在陈述。相反,直到玻尔[Bohr]成功地从他的理论中演绎出它的若干性质的预见以前,所有发现它的尝试都失败了。而玻尔的理论及其结论与这个元素有关并帮助发现它的那些理论都远不是孤立的纯粹存在陈 70

述。*[1] 它们是严格全称陈述。我决定把严格存在陈述当作非经验的——因为它们是不可证伪的——是有益的,而且是和日常用法相符合的。这一点从它用于概率陈述和用于以经验来检验这种陈述的问题中可以看到(参照第 66 – 68 节)。

严格的或纯粹的陈述,不论是全称的还是存在的,对于空间和时间来说,都是不受限制的。它们并不涉及一个个别的、有限的时空区域。这是为什么严格存在陈述不是可证伪的理由。我们不能去搜索整个世界来确定某个事物并不存在,过去从未存在过,将来也不会存在。正是由于同一个理由,严格全称陈述不是可证实的。同样,我们不能去搜索整个世界来确定定律所禁止的事物不存在。然而,两种严格的陈述,即严格存在陈述和严格全称陈述,原则上都是可以用经验判定的;不过,每一种的判定都**只是单向的,可以单方面判决的**。每当发现某个事物在某个地方存在,一个严格存在陈述因此而被证实,或一个全称陈述被证伪。

这里描述的不对称以及由此引出的推断,即经验科学的全称陈述的单方面可证伪性,现在也许比在以前(在第 6 节中)不那么引起怀疑了。现在我们看到,这里没有涉及任何纯逻辑关系的不对称,相反,逻辑关系显示对称性。全称的和存在的陈述是对称地构建出来的。仅仅*[2] 是我们的划界标准画出的一条线产生了不对称性。

---

*1 插入“孤立的”一词是为了避免对这段话的误解,虽然我认为这段话的倾向足够清楚的:**孤立**的存在陈述[existential statement]是永远不可证伪的,但是如果把它置于**与**其他陈述的某种**前后关系**中,存在陈述**在某种情况下就可以**增加整个前后关系的经验内容;它可以丰富它所属的理论,可以增加它的可证伪度或可检验度。在这种情况下,包括存在陈述在内的理论系统应被认为是科学的而不是形而上学的。

*2 不要把“仅仅”一词看得太认真。情况很简单。如果把**单称**陈述当作“检验陈述”是经验科学的特征的话,那么不对称性就从下列事实中产生:**对于单称陈述来说**,全称陈述只是可证伪的,而存在陈述只是可证实的。参见我的《后记》的第 22 节。

16. 理论系统

科学理论永远在变化着。这不是仅仅由于偶然的缘故，而是按照 71
我们对经验科学的特征的理解，完全可以预期到的。

也许这就是为什么，一般地说，只有科学**诸分支**——而且只是暂时地——达到精致的、逻辑上建构严密的理论系统的形式。尽管如此，一个试验性的系统通常完全能够作为一个整体来加以考察，包括它所有的重要推断。这是非常必要的；因为对系统的严格检验预先假定，这系统当时在形式上是足够的确定和不可更改，使新的假定不可能偷运进来。换句话说，系统必须表述得足够清楚和明确，使得我们易于辨认出每一个新假定是一种系统的修改，因而是一种**修正**。

我相信，这是为什么一个严密的系统的形式被作为目的来追求的理由。这种形式是所谓“**公理化系统**”——例如，希尔伯特[Hilbert]能够赋予理论物理学某些分支这种形式。人们试图收集所有必需的假定（但是不多于必需的）来形成系统的顶点。它们通常被称作“公理”（或“公设”、“原始命题”；在这里使用的“公理”这个术语，并不意味着认为它是真理）。公理是这样来选择的：所有其他属于这个理论系统的陈述都能用纯逻辑的或数学的变换从这些公理中推导出来。

一个理论系统可以说是公理化了，假如已表述的一组陈述，即公理，满足下列四个基本要求。(a)公理系统必须是**没有矛盾**的（不论是自相矛盾还是相互矛盾）。这等于要求，不是每个任意选择的陈述可以从这系统中推演出来。[1] (b)这系统必须是**独立的**，即它不准包含任何可以从其他公理中推演出来的公理（或者说，只有当一个陈述不能从系统的其余部分中推演出来，它才能被称为一个公理）。这两个条件是关于公理系统本身的；对公理系统和理论的主体的关系来说，公理必须是(c)**充足的**，足以使所有属于要公理化的那个理论的陈述得以 72

1 参照第 24 节。

推演出来,为了同样的目的,必须是(d)**必要的**;这意味着它不应包含多余的假定。[2]

在这样的公理化的理论里,考察这系统的各个部分的相互依赖性是可能的。例如,我们可以考察理论的一定部分是否可以从公理的某一部分中推演出来。这种考察(在第 63 和 64、75 – 77 节里对此将要更多地谈到)对于可证伪性问题有重要的关系。它们使我们弄清楚为什么一个逻辑上演绎出的陈述的证伪有时不影响整个系统,而只是影响这系统的某个部分,这个部分因此可被看作已被证伪。这是可能的,因为虽然物理学理论一般并没有完全公理化,但是这理论的各部分之间的联系可以很清楚,使得我们能够判定它的哪一个子系统受到某一特定的起证伪作用的观察所影响。*[1]

17. 公理系统解释的几种可能性

在这里不讨论古典唯理论的观点:某些系统的"公理",比如欧几里得几何学的公理,必须被看作直接或直觉的确定无疑的,或不证自明的。我只是表示我不同意这个观点。我认为对于任何公理系统的两个不同的解释是可以接受的。公理或者可以被看作(ⅰ)**惯例**,或者可以被当作(ⅱ)经验的或科学的**假说**。

(ⅰ)假如公理被看作**惯例**,那么它们就限制公理所引进的基本观念(或基本词项或概念)的用法或意义;它们决定关于这些基本观念能说什么和不能说什么。有时公理被描述为它们引进的观念的"**隐定义**"[*implicit definitions*]。这个看法也许能用公理系统和(自洽的和可解的)方程式系统之间的类比来说明。

在方程式系统中出现的"未知数"(或变量)的可允许值是以某种

---

2 关于这四个条件以及下面一节的内容,可参看比如在卡尔纳普的《逻辑概念》[*Abriss der Logistik*],1929 年,第 70 页以后中略有不同的论述。

*1 这一点在我的《后记》特别是第 *22 节里有更充分的讨论。

方式由这方程式系统所决定的。即使方程式系统不足以提供唯一的 73
解,它也不允许每个可设想的数值组合代入“未知数”(变量)。更确切地说,方程式系统认为一定的数值组合或数值系统是可接受的,其他的则不可接受;它将可接受的数值系统类和不可接受的数值系统类区别开来。同样,概念系统可以用称作“陈述方程式”的方法,分为可接受的和不可接受的。陈述方程式是从命题函项或陈述函项(参照第 14 节注 6)中得出的;这是不完全的陈述,在其中有一个或更多的“空位”出现。这种命题函项或陈述函项的两个例子是:“元素 x 的同位素具有原子量 65”,“$x + y = 12$”。用一定的值代入这些空位,x 和 y,每一个这种陈述函项就变换成**陈述**。按照代入的值(或值的组合),得出的陈述将或者是真的,或者是假的。例如在第一个例子中,用“铜“或“锌”代入 x 产生一个真的陈述,而代入其他字得出假的陈述。假如我们对某个陈述函项决定只允许那些能使这函项变成真陈述的值代入,我们就得到了我所说的“陈述方程式”。用这种陈述方程式,我们定义某一确定的可接受的值系统类,即那些能满足这一方程式的值系统类。与数学方程式的类同是明显的。如果我们的第二个例子不解释为陈述函数,而是解释为陈述方程式,那么这就变成一个普通(数学)意义的方程式。

因为公理系统的未定义的基本观念或原始术语能被看作空位,公理系统开始时可以被作为陈述函项系统来处理。但是,假如我们决定只有那些能满足这系统的值系统或值组合可以代入,那么它就变成一个陈述方程式系统。它本身隐含地定义了一个(可接受的)概念系统类。每一个满足一个公理系统的概念系统可以被称作“**这个公理系统的模型**”。*1

公理系统解释为惯例系统或隐定义系统,也可以表述为:它等于只允许模型可作为代入物这样一种决定。*2 但是,如果代入一个模型,那 74

---

*1 见注 *2。

*2 现在我应该将满足一个公理系统的**对象系统**和可以代入公理(使它们成为真的)的**这些对象的名称系统**加以清楚区别;我应该只把第一种系统称作“模型”。因此,现在我应该这样写:“只有构成模型的对象的名称才被允许代入。”

么结果就是一个分析陈述系统(因为它是因惯例而成为真的)。因此用这样的方法解释的公理系统不能被看作(在我们意义上的)经验的或科学的假说系统,因为它不能因它的推断的被证伪而被反驳;因为这些推断也必定是分析的陈述。

(ii)可以问:那么,公理系统怎样才能被解释为经验的或科学的**假说**系统呢?通常的看法是,在公理系统里出现的基本词项不能看作被下了隐定义的,而应看作"逻辑外的常数"。例如,出现在每一个几何学公理系统里的概念"直线"和"点",可以被解释为"光线"和"光线的交叉点"。人们认为,如果用这样的方法,公理系统的陈述就变成关于经验对象的陈述,也就是说,变成综合陈述。

初看起来,这个观点似乎能使人完全满意。然而这导致和经验基础问题相联系的困难。因为什么是**定义一个概念的经验方法**是很不清楚的,人们习惯地谈到"直指定义"[ostensive definitions]。它的意思就是给予概念以一定的经验定义,把**这个概念**和属于实在世界的一定对象**联系**起来。因此,它被认为是这些对象的符号。但是,本来应该很清楚,只有个别名称或概念才能用下列方法来确定:直接指示"实在的对象"——比方说指向一定的物体,同时说出一个名称,或者贴上一个带有一个名称的标签,等等。然而,在公理系统里使用的概念应该是普遍名称,而普遍名称是不能用经验的表示、指向等等来定义的。假如可以下定义的话,它们只能**借助其他普遍名称**下显定义;否则,它们只能仍是未定义的概念。所以,有些普遍名称必定仍然是未定义的,这是完全不可避免的。困难就在这里,因为这些未定义的概念总是可以被用于非经验的意义(i),就是说,好像它们是被下了隐定义的概念。然而,这种用法必定不可避免地破坏了系统的经验性质。我相信,这个困难只能用方法论决定的办法来克服。为此,我将采用一条规则:不要这样使用未定义的概念,
75 仿佛它们被下了隐定义似的(这点将要在下面第 20 节中谈到)。

在这里,我也许可以补充说明:一个公理系统(例如几何学)的基本概念通常是可能和另一个系统(例如物理学)的概念相联系的,或者为后者所解释。在某一门科学的进化过程中,当一个陈述系统正在用

一个新的(更加一般的)假说系统来**解释**的时候,上述可能性特别重要。从这个新的假说系统中,不但可以演绎出属于第一个系统的陈述,而且可以演绎出属于其他系统的陈述。在这样的情况下,用原来在某个旧的系统中使用的概念来定义新系统的基本概念是可能的。

18. 普遍性水平　否定后件假言推理

在一个理论系统内,我们可以区别属于各种普遍性水平的陈述。普遍性水平最高的陈述是公理;较低水平的陈述能由它们演绎出来。较高水平的经验陈述相对于从它们演绎出来的较低水平的陈述来说,总是具有假说的性质:它们能为这些不那么普遍的陈述之被证伪所证伪。但是,在任何假说的演绎系统中,这些不那么普遍的陈述本身仍然是(在这里所理解的意义上)严格全称陈述。因此,它们也必定具有**假说**的性质——在较低水平的全称陈述的情况下,这点往往被忽视。例如,马赫[1]称傅里叶[Fourier]的热传导理论是"物理学的模型理论",他有一个古怪的理由:"这个理论的基础不是一个**假说**,而是一个**观察事实**。"然而,马赫用下列陈述来描述他所指的这个"观察事实":"……假定温度差别很小,温度差消除的速度正比于温度差本身。"这是一个全陈述,它的假说性质应该说是够明显的。

我甚至要说,某些单称陈述也是假说的,因为(依靠一个理论系统的帮助)可以从它们演绎出结论,使这些结论的被证伪可以证伪这些单称陈述。 76

这里提到的证伪的推理方式——用这个方式,一个结论的被证伪必然得出这结论从之演绎出来的那个系统的被证伪——是古典逻辑的

1　马赫,《热学原则》[*Principien der Wärmelehre*],1896 年,第 115 页。

否定后件假言推理。这个方法可以描述如下：*1

设 p 是一个陈述系统 t 的一个结论，这系统可由理论和初始条件（为了简便的缘故，我不区别这二者）组成。然后我们可以用符号“$t\rightarrow p$”表示，p 可从 t 推导出的关系（分析蕴涵），“$t\rightarrow p$”读作：“p 从 t 得出。”假定 P 是假的，我们可写作“$\bar{p}$”，读作“非 p”。已知可演绎关系 $t\rightarrow p$ 和假定 $\bar{p}$，我们能推出 t（读作“非 t”）；即我们认为 t 已被证伪。如果我们用一个点放在代表两个陈述的符号之间来表示这两个陈述的合取（同时断言），我们也可把证伪推理写作：$((t\rightarrow p).\bar{p})\rightarrow\bar{t}$，读作：“如果 p 可从 t 推导出，而且如果 p 是假的，那么 t 也是假的。”

用这个推理方式我们证伪了**整个系统**（理论和初始条件），这个系统是演绎出陈述 p，即演绎出被证伪的陈述所必需的。因此，不能断言系统中的任何一个陈述，说它特别受到或不受到证伪的影响。只有当 p 对系统的某个部分是**独立的**，我们才能说：这个部分不受证伪的影响。[2] 与
77 此相关的是下列可能性：在某种情况下，也许考虑到**普遍性的水平**，我们可以把证伪归之于某个确定的假说——比如，一个新引进的假说。

---

*1 在这一段和后面的两段（参照第 35 节注 *1 和第 36 节注 *1 里，我用了符号“→”，与此有关，我想说明，当我写这本书的时候，我仍然分不清下面两种陈述：条件陈述（蕴含陈述[if-then-statement]；有时被错误地称作“实质蕴涵”[material implication]）和关于可演绎性的陈述（或者说，断言某一个条件陈述在逻辑上是真的，或分析的；或者断言陈述的前件必然得出后件的陈述）。在这本书出版后几个月，阿尔弗雷德·塔尔斯基[Alfred Tarski]教我懂得了这个区别。这个问题与这本书的前后关系不大相干；但是，这个混乱仍然应该指出（这些问题在我的有些论文，比如在《心灵》[*Mind*]，56，1947 年，第 193 页以后的论文中有较充分的讨论。）

2 因此，首先我们不能知道，在余下的子系统 t'（其中 p 不是独立的）中的种种陈述中，p 之为假我们应归咎于哪一个陈述；在这些陈述中，我们必须更换哪一个，我们应该保留哪一个（在这里，我不讨论可互换的陈述）。常常只是研究者的科学本能（当然受检验和再检验的结果所影响），使得他们猜测 t' 的哪一个陈述应该被认为无辜的，哪一个陈述应该被认为需要修改。但是，值得记住的是，常常正是我们往往认为显然无辜的陈述（因为它和我们通常的思想习惯完全一致）的修改可以产生决定性的进展. 关于这点的一个著名例子是爱因斯坦对同时性概念的修改。

假如一个得到充分验证并继续得到进一步验证的理论，可从一个更高水平的新假说演绎出来因而获得解释，上述情况就可以发生。必须努力用它的某些尚未得到检验的推断来检验这个新假说。如果任何这些推断被证伪，那么就完全可以把证伪单独归之于这个新假说。然后，我们将寻找其他高水平的概括来代替它，但是我们不必认为那个概括性较低的旧系统已被证伪。（参照第 85 节关于“准归纳”的论述）

第四章

可证伪性

78 关于是否存在可证伪的单称陈述(或者“基础陈述”)的问题,将在以后考察。这里我假定对这个问题采取一个肯定的回答;我将考察我的划界标准可以在何种程度上应用到理论系统上来——假如可以利用的话。对一种通常称作“约定主义”的立场进行批判性讨论,首先会提出若干方法问题,我将采取一定的**方法论决定**来对付这些问题,其次,我将试图表征那些可证伪的理论系统的逻辑性质——可证伪的,即假如采用我们的方法论决定的话。

19. 约定主义的若干反对意见

对于我采取可伪证性作为我们判定一个理论系统是否属于经验科学的标准的建议,一定会有反对意见。例如,那些受“约定主义”这一学派影响的人们就会提出反对意见。[1] 在第 6、11、17 节中,我们已经接触到某些这种反对意见,现在要稍微详细一些加以考察。

---

1 这个学派的主要代表是庞加莱和迪昂(参照《物理学理论的目标与结构》[*La théorie physiqne, son objet et sa structure*],1906 年;P. P. 维纳[P. P. Wiener]英译本,*The Aim and Structure of Physical Theory*,普林斯顿,1954 年)。最近的一位支持者是 H. 丁格勒(在他的许多著作中,可以提到:《实验》[*Das Experiment*]和《科学的瓦解与哲学的特权》[*Der Zusammenbruch der Wissenschaft und das Primat der Philosophie*],1926 年)。* 不要把德国人胡果·丁格勒[Hugo Dingler]和英国人赫伯特·丁格尔[Herbert Dingle]相混淆,约定主义在英语世界的主要代表是爱丁顿[Eddington]。这里可以提到:迪昂否定(英译本,第 188 页)判决性实验的可能性,因为他认为它们是证实,而我肯定判决性的**证伪**实验的可能性。也可对照我的论文:“关于人类知识的三种看法”[Three views Concerning Human Knowledge],载《当代英国哲学》[*Contemporary British Philosophy*],iii,1956 年,以及我的《猜想与反驳》,1959 年。

约定主义哲学的根源似乎是,对物理定律中显示出来的世界朴素 79
优美的**简单性**感到惊奇。如果我们不得不与实在论者一起相信,自然定律给我们揭示了在外表丰富的多样性下面世界内在的结构的简单性,约定主义者却似乎感到,这种简单性是不可理解的,实在是神秘的。康德的唯心主义没法解释这种简单性,声称是我们自己的知性把它的定律赋予自然。同样地,甚至更加大胆地,约定主义者把这个简单性看作我们自己的创造。但他们认为,这种简单性并不是由于我们的知性把定律加于自然,因而使得自然成为简单的;因为他们并不相信自然是简单的。仅仅"**自然定律**"是简单的。约定主义者还认为,这些自然定律是我们自己的自由创造,我们的发明,我们的任意决定和约定。对于约定主义者来说,理论自然科学不是自然界的图景,只是逻辑建构。决定这种建构的不是世界的性质;相反,正是这种建构决定着一个人工世界的性质:一个概念的世界,这些概念由我们选择的自然定律隐含给予的定义。科学所谈论的只是**这个**世界。

按照这个约定主义的观点,自然定律不能为观察所证伪;因为需要这些自然定律来决定观察,特别是科学的测量是什么。正是这些我们制定的定律为钟的调节和所谓"刚性"量杆的校正形成必不可少的基础。仅当用这些工具来测量的运动满足我们决定采用的力学公理时,才能称钟是"准确的",量杆是"刚性的"。[2]

---

2 这个观点也可当作解决归纳问题的一种尝试,因为假如自然定律是定义因而是重言式[toutologies],那么归纳问题就消失了。因此,按科尔内留斯[Cornelius]的观点(参照"论对于科学基本概念的批判"[*Zur Kritik der Wissenschaftlichen Grundbegriffe*],《认识》2,1931,第4册),"铅的熔点大约是335℃"这一陈述是"铅"这一概念的定义的一部分(为归纳经验所提示),因此是不能被反驳的。另外的一种物质,和铅相似但是有不同的熔点,就根本不是铅。但是,按照我的看法,铅的熔点这一阵述作为科学的陈述,是综合性的。它的一个意思是,一个元素,已知它的原子结构(原子序数82),就一定具有这个熔点,不论我们给这个元素什么样的名称。

(阅看本书校样时补充)艾伊杜凯维支[Ajdukiewicz]似乎同意科尔内留斯的观点(参照《认识》4,1934,第100页以后,以及在那里预告的著作,《世界观与概念装置》[*Das Weldbild und die Begriffsapparatur*]);他称他的观点为"彻底约定主义"。

约定主义哲学帮助我们澄清理论和实验的关系是很值得称赞的。它认识到,在进行和解释我们的科学实验时,按照约定和演绎推理设计的我们的动作和操作所起作用的重要性,而归纳主义者很少注意到这种重要性。我认为,约定主义是一种独立完整的可加以辩护的系统。想从其中发现矛盾大概不能得到成功。但是不管所有这些,我发觉它是完全不能接受的。它的基础是一种关于科学、关于科学的目标和功能的观念,这种观念和我的观念完全不同。我并不向科学要求任何最终的确定性(因此我也没有得到),而约定主义者在科学中追求"基于最终根据的知识系统",这是丁格勒的用语。这个目的是可以达到的;因为把任何给定的科学系统解释为隐定义的系统是可能的。在科学发展缓慢的时期,很少机会引起倾向于约定主义的科学家和赞成与我类似观点的科学家之间的冲突,除非是纯学术性的冲突。在科学危机时期,情况就完全不同了。每逢当时的"经典"系统受到新的实验结果的威胁(按照我的观点,这可以解释成为证伪)时,约定主义者都认为这一理论系统是不可动摇的。他们会把这些已出现的矛盾解释过去,也许归咎于我们对这系统没有掌握,或者他们会特设性地建议采用某些辅助假说,或者对测量工具作某些校正,以此来消除上述矛盾。

在这种危机时期,关于科学目标的这个冲突变得尖锐起来。我们以及同意我们态度的人们,希望作出新的发现;我们希望新建立的科学系统会帮助作出新发现。因此我们对起证伪作用的实验有着最大的兴趣。我们将欢呼它的成功,因为它开辟新的远景,进入一个新经验的世界。即使这些新经验供给我们新论据来反对我们自己的最近才提出的理论,我们也要欢呼它。但是约定主义者却把这个新出现的结构(我们赞美这个结构的大胆)看作"科学总崩溃"的纪念碑,正如丁格勒所说的那样。在约定主义者的眼里,只有一个原理能够帮助我们从所有可能的
81 系统中选出一个这当然实际上是指目前的"经典"系统:这就是选择最简单的系统——最简单的隐定义的系统的原理;当然这实际上就是当时的"经典"系统(关于简单性问题,见第 41 –45 节,特别是 46 节)。

因此,我和约定主义者的冲突不是可以仅仅用超然的理论讨论所

能最终解决的。然而我想从约定主义者的思想方式中抽出若干反对我的划界标准的有趣论据来,这是可能的。譬如,一个约定主义者可能这样说:我承认自然科学的理论系统是不可证实的,但是我认为它们也是不可证伪的。因为总是有可能……使任何合意的公理化系统达到所谓它"和实在相符";[3] 可以用多种方法达到这一点(前面已经建议过几种方法)。例如我们可以引进特设性假说。或者我们可以修改所谓"直指定义"(或者修改"显定义",如在第 17 节所表明的,它们可以代替"直指定义")。或者我们可以对实验者的可靠性采取怀疑态度,我们可以把威胁我们系统的实验者的观察从科学中排除出去,根据这样的理由:这些观察的根据不充分、不科学,或者不客观,甚或根据这样的理由:实验者是一个说谎者(这是物理学家有时对所谓神秘现象所采取的那种正确态度)。作为最后的手段,我们总能对理论家的才智表示怀疑(例如,假如一个理论家如丁格勒那样不相信电的理论将来有一天从牛顿的引力理论中推导出来)。

因此,按照约定主义的观点,把理论系统分为可证伪的和不可证伪的是不可能的;或者更确切地说,这样一种区分是模糊的。结论就是,我们的可证伪性标准作为划界标准必定证明是无用的。

20. 方法论规则

我认为,这些想象中的约定主义者的反对意见,正如约定主义哲学本身那样,是无可争辩的。我承认我的可证伪性标准不会导致一个毫不模糊的分类。的确,不可能靠分析一个陈述系统的逻辑形式来判定, 82
它是一个由不可反驳的隐定义组成的约定系统还是一个在我的意义上是经验的也就是可以反驳的系统。然而,这不过说明我的划界标准不能直接应用到**陈述系统**上去——这个事实我已经在第 9、11 节中指出

---

3 卡尔纳普,"论物理学的任务"[Über die Aufgabe der Physik],《康德研究》[*Kantstudien*],28,1923 年,第 100 页。

过。因此,一个给定的**系统**本身应该被认为是一个约定主义的系统还是一个经验的系统问题是错误的。**只有参照应用**于理论系统的**方法**才可能问,我们处理的是惯例主义的还是经验的理论。避免惯例主义的唯一方法是采取一个**决定**:决定不应用它的方法。我们决定,假如我们的理论系统受到威胁,我们将不用任何种类的**惯例主义**策略来挽救它。因此我们将防止利用那总是存在着的刚才提及的可能性:"……使任何合意的……系统达到所谓它'和实在相符'。"

在庞加莱之前一百年,布拉克[Black]表达了对约定主义方法的得失的清楚理解。他写道:"巧妙地适应条件,能使得几乎任何假说和现象相符合。这个将满足我们的想象,但是不能推进我们的知识"。[1]

为了表述防止采取惯例主义策略的方法论规则,我们必须熟悉这些策略可能采取的各种形式,以便针对每种形式采取适当的反惯例主义的对抗手段。而且,我们应该决定,每当我们发现一个系统为约定主义策略所挽救时,我们就要重新检验它,假如情况需要,就摈弃它。

在前一节的末尾,已经列举了四种主要的约定主义策略。这个列举并不完全,必须让研究者,特别是在社会学和心理学领域里的研究者(物理学家不大需要这样的警告),经常保持警惕,不受使用新的约定主义策略的诱惑——例如,心理分析家常常屈从于这种诱惑。

关于**辅助假说**,我们建议规定这样的规则:只有那些引进以后并不
83 减少、反而增加该系统的可证伪度或可检验度的辅助假说才是可接受的(如何计算可证伪度,将在第 31 – 40 节中说明)。如果可证伪度增加了,那么引进假说真正加强了这理论:这系统比以前排除更多的东西,禁止更多的东西。我们也可以这样说,辅助假说的引进总应被看作构建新系统的尝试;然后这个新系统总是应该根据它被采用后能否构成我们对世界的认识的一个真正的进展来判断其优劣。一个在这个意义上能被接受的辅助假说的突出例子是,泡里[Pauli]的不相容原理

---

1 J. 布拉克,《关于化学元素的演讲》[*Lectures on the Eelments of Chemistry*],第 1 卷,爱丁堡[Edinburgh],1803 年,第 193 页。

(参照第 38 节)。一个不能令人满意的辅助假说的例子是,菲茨杰拉德[Fitzgerald]和洛伦兹[Lorentz]的收缩假说,它没有可证伪的推断,只是*[1]为了恢复理论和实验——主要是迈克耳逊和莫雷的发现——的一致。在这里进展只有靠相对论才获得的,它预见了新推断,新的物理效果,因而开辟了检验和证伪理论的新的可能性。我们的方法论规则可以用下列的话来加以限制:我们不需要把每一个不能满足上述标准的辅助假说都当做约定主义的而加以摈弃。特别是,有一些单称陈述实际上根本不属于理论系统。它们有时被称作"辅助假说",虽然它们被引进来帮助理论,它们是完全无害的。(一个例子是这样的假定:一个不能重复的观察或测量可能是由于错误所致。参照第 8 节注 6,第 27、68 节)。

在第 17 节里,我提到过**显定义**。凭着这种定义,我们用一个普遍性水平较低的系统来给出一个公理系统的概念的意义。假如有用,改变这些定义是可以允许的;不过它们必须被认为是系统的修改,以后就必须重新审查这个系统,仿佛它是新的系统一样。关于未定义的普遍名称,必须区别两种可能性:(1)有某些未定义的概念只出现在普遍性水平最高的陈述中,它们的使用是基于这样的事实:我们知道其他概念和它们处于什么样的逻辑关系中。在演绎过程中,它们能被取消掉(一个例子 84
是"能"[energy])。[2] (2)其他未定义的概念也出现在普遍性水平较低的陈述中,它们的意义由惯用法确定(例如,"运动"、"质点"、"位置")。与此相联系,我们要禁止惯用法的偷偷改变[surreptitious alterations],而在其他方面就如前面说的那样按照我们的方法论决定来行事。

---

*1 **这是一个错误**,就如在 A. 格林鲍姆[A. Grünbaum],《英国哲学与科学杂志》[*B. J. P. S*]10,1959 年,第 48 页以后中指出的。然而,因为这个假说比狭义相对论的可检验性少,它可用来说明**特设性程度**。

2 例如,可比较哈恩[Hahn],"逻辑、数学与自然认识"[Logik, Mathematik, und Naturerkennen],载《统一科学》[*Einheitswissenschaft*] 2,1933 年,第 22 页以后。在这里我只想说,按我的看法,"可组成的"[constituable](就是可用经验来定义的)术语根本不存在。我用不可定义的普遍名称代替这些术语,它们只是靠着语言学惯用法确定的。参见第 25 节末尾。

关于我们列举的其他两点(涉及实验家或理论家的能力),我们要采用类似的规则。可以接受或根据相反的实检拒绝一个可主体间相互检验的实验。去诉诸要在未来被发现的逻辑指导可以不予考虑。

21. 对可证伪性的逻辑考察

只是在(如按照我们的经验方法规则处理它)可证伪的系统的情况下,才需要注意防止约定主义的策略。让我们假定,我们已经用我们的规则成功地禁止了这些策略,现在可以要求说明这种可证伪的系统的**逻辑**特征了。我们将试图以理论和基础陈述类之间的逻辑关系来说明理论的可证伪性的特征。

我称作"基础陈述"的单称陈述的性质,还有它们是否也是可证伪的问题,将在下一章中作更充分的讨论。这里我们假定:存在可证伪的基础陈述。必须记住:当我讲到"基础陈述"时,我并不是指**已接受**的陈述系统。毋宁说我使用基础陈述系统这一术语时,它包括具有一定逻辑形式的**所有自相一致的单称陈述**——可以说是关于事实的所有可设想的单称陈述。因此,由全部基础陈述组成的系统包含着许多互不相容的陈述。

作为第一次尝试,每当单称陈述能从某一理论演绎出来时,人们也许会称该理论为"经验的"。然而,这个尝试失败了,因为要想从一个理
85 论中演绎出单称陈述来,我们总是需要其他的单称陈述——初始条件,它告诉我们用什么去替代理论中的变量。作为第二次尝试,假如依靠作为初始条件的其他单称陈述的帮助可以演绎出单称陈述,人们就称这个理论是"经验的"。但是这样也不行,因为即使非经验陈述,例如重言陈述,也允许我们从其他的单称陈述中演绎出某些单称陈述(例如,按照逻辑规则,我们可以说:从"2 × 2 = 4"和"这里有一只黑渡鸦"的合取中,除了别的以外,可以得出"这里有一只渡鸦"。)即使要求从和一些初始条件在一起的理论中,我们应该能够演绎出比我们仅仅从这些初始条件中能演绎出的**更多**的陈述,也是不够的。这个要求的确排除重言的理论,但

是它并不排除综合的形而上学陈述(例如,从“每一事件都有原因”和“这里发生一场灾难”,我们能演绎出“这个灾难有原因”)。

这样就引导我们得出这样的要求:大致说来,理论应该允许我们,演绎出比我们单单从初始条件中能演绎出更多的**经验的**单称陈述*[1]。这意味着我们必须把我们的定义建筑在特殊的单称陈述类上;而这正 86
是我们需要基础陈述的目的。由于要详细地说出一个复杂的理论系统是如何帮助演绎出单称陈述或基础陈述是不很容易的,因此我建议采用下面的定义。如果一个理论把所有可能的基础陈述类明确地分作下面两个非空的子类,它应被称作“经验的”或“可证伪的”。第一,所有那些和理论不一致的(或理论排除的、禁止的)基础陈述组成一类,我们称这类为这个理论的**潜在证伪者**类;第二,那些和理论不矛盾的(或

*1 在我的书出版以后,甚至那些蔑视我的可证伪性标准的批评者也一再提出与这里的表述相同的表述,作为**语句**的**意义**标准(而不是作为应用于理论**系统**的**划界**标准)。但是很容易看出,假使用作**划界**标准,我们现在的表述就等于可证伪性。因为如果基础陈述 b_2 不是从 b_1 得出,而是从 b_1 和理论 t 的合取中得出(这是现在的表述),那么这就等于说:b_1 和 b_2 的否定的合取和理论 t 相矛盾。但是 b_1 和 b_2 的否定的合取是一个基础陈述(参看第 28 节)。因此,我们的标准要求存在一个起证伪作用的基础陈述,就是说,它要求恰好在我的意义上的可证伪性(参见第 82 节注 1)。

然而,作为一个**意义**(或者“弱的可证实性”)的标准,由于各种理由,它就失败了。首先,因为按照这个标准,一些有意义的陈述的否定,就会变成没有意义的了。其次,因为一个有意义的陈述和一个“没有意义的伪陈述”的合取会变成有意义的——这同样是荒谬的。

如果现在我们试图把这两点批评应用于我们的**划界**标准,它们二者证明都是无害的。关于第一点,见上面的第 15 节,特别是注 2(还有我的《后记》第 *22 节)。关于第一点,经验理论(例如牛顿的)可以包含“形而上学”因素。但是我们不能用一僵死的规则把它取消掉。纵然我们能成功地表述这个理论,使它变为一个可检验的部分和一个不可检验的部分的合取,当然我们知道,我们现在能够排除掉它的一个形而上学成分。

这个注的以上段落可以看作是举例说明了另一条**方法规则**(参照第 80 节注 *5 的末尾):对一个敌对理论进行批评以后,我们总应该作一认真的尝试,将这个或类似的批评应用于我们自己的理论。

理论“允许”的)基础陈述组成一类。我们可以更简短地说,如果一个理论的潜在证伪者类不是空的,那么它是可证伪的。

还可作这样的补充:理论只作出关于它的潜在证伪者的断言(它断言它们的谬误)。关于“允许的”基础陈述,它什么也没有说,特别是,它不说它们是真的。*2

22. 可证伪性和证伪

我们必须清楚地区别可证伪性和证伪。我们引进可证伪性只是作为陈述系统的经验性质的标准。至于证伪,必须引进特殊规则来决定一个系统在什么条件下应被看作已被证伪。

我们说一个理论已被证伪,只有当我们已经接受和理论相矛盾的基础陈述时(参照第 11 节,规则 2)。这个条件是必要的,但不是充分的,因为我们知道,不能复制的个别偶发事例对于科学是没有意义的。所以少数偶然的与理论矛盾的基础陈述不会促使我们把理论作为已被证伪而摈弃。只有当我们发现一个反驳理论的**可复制**的效应时,我们才认为它已被证伪。换句话说,只有当描述这样一种效应的一个低水平的经验假说
87 被提出和确认时,我们才接受这个证伪。这种假说可以称作**证伪假说**。1

---

*2 事实上,许多“允许的”基础陈述在理论的面前是互相矛盾的(参照第 38 节)。例如,普遍性定律:“所有行星按圆形轨道运行”(就是说,任何一个行星的任何一组位置处在同一个圆上)可以用一个行星的任何一组不多于三个的位置作为简单的“例证”;但是两个这样的“实例”加在一起,在大多数情况下,是和那个定律相矛盾的。

1 证伪假说可以普遍性水平很低(可以说,通过概括观察结果的个别坐标而获得;我可以引证马赫的所谓“事实”作为例子,这在第 18 节中曾谈到过)。即使它应是在主体间可相互检验的,事实上它却不一定必是一个严格全称陈述。因此,为了证伪“所有渡鸦是黑的”这一陈述,“在纽约动物园里有一群白渡鸦”这一在主体间可相互检验的陈述就足够了。*所有这些说明:迫切需要用一个更好的假说来取代已被证伪的假说。在大多数情况下,在证伪一个假说以前,我们已经有另一个假说准备着了,因为证伪实验通常是一个**判决性实验**,设计在两个假说中决定一个。就是说,实验是根据这两个假说在某些方面的不同这一事实提示的;它利用这个不同来反驳其中(至少)一个。

证伪假说必须是经验的因而是可证伪的,这一要求的意思只是,它必须和可能的基础陈述具有一定的逻辑关系;因此,这个要求只与假说的逻辑形式有关。这假说应该得到验证,这一个附加条件是指它应该通过检验——使它面对着已接受的基础陈述的检验。*1

因此,基础陈述有两个不同的作用。一方面,我们使用所有**在逻辑上可能的**基础陈述的系统,是为了借助它来得到我们正在探求的经验陈述形式的逻辑特征。另一方面,**已接受的**基础陈述是假说得到验证的基础。如果已接受的基础陈述和理论相矛盾,那么我们就认为仅当它们同时验证了一个起证伪作用的假说时,它们就为理论的证伪供给了充足的理由。

23. 事例和事件

可证伪性的要求在开始时有一些模糊,现在已经分裂成两部分。[88] 第一,方法论的公设(参照第 20 节)不大可能把它搞得很精确。第二,

---

*1 这里涉及已接受的基础陈述,似乎包含了无穷后退的种子。因为我们这里的问题是这样:由于假说因**接受**一个基础陈述而被证伪,我们就需要关于**接受基础陈述的方法论规则**。假如这些规则本身又需要涉及已接受的基础陈述,我们就陷入无穷后退。对于这点我的答复是,我们需要的规则只是接受基础陈述的规则,这些陈述证伪经过很好检验而且直到现在是成功的假说;而规则所求助的已接受的基础陈述并不需要具有这种性质。而且,在原文中表述的规则远未说完;它只是提到接受证伪一个在其他方面成功的假说的基础陈述的一个重要方面,在第五章(特别是第 29 节)将予以展开。

J. H. 伍杰[J. H. Woodger]教授在给我的私人信件中提出了这个问题:一个效应在实际上要复制多少次才算是"**可复制的效果**"(或看"**发现**")? 答复是:在某些情况下,甚至一次也不要。假如我断言:在纽约动物园里,有一群白渡鸦,那么,我的断言**在原则上**是能够检验的。假如有一人想检验它,他到达动物园后,人们告诉他这群渡鸦已经死了,或者说我们从未听到过。这就留待他来决定接受或拒绝我的这个起证伪作用的基础陈述。一般说,他会有办法形成一个看法:去询问目击者、查看文献等等;这就是说,诉诸其他的在主体间可相互检验的、可复制的事实(参照第 27 - 30 节)。

逻辑标准,一旦我们弄清楚了哪一些陈述应被称作“基础的”,它是非常确定的(参照第 28 节)。这个逻辑标准迄今已经以某种形式的方式表达为陈述之间的逻辑关系——理论陈述和基础陈述之间的逻辑关系。假如我现在用更“实在论的”语言来表述我的标准的话,也许会使它更清楚、更直觉。虽然这是和形式的言语方式等价的,但是可能比较接近于日常用法。

在这个“实在论的”言语方式里,我们可以说,一个单称陈述(基础陈述)描述一个**事例**[*occurrences*]。因此我们不说被理论排除或禁止的基础陈述,而是说理论排除某些可能的事例,并且说假如这些可能的事例事实上发生了,理论将被证伪。

使用这个模糊的词“事例”也许会遭到批评。有时会说,[1] 像“事例”或“事件”这种词应从认识论的讨论中全部驱除出去,我们不应该说“事例”或“非事例”或者“事件”的发生,而应该说陈述的真或伪。不过,我赞成保留“事例”这种词。很容易将它的用法加以定义,使之不会引起反对。因为我们可以这样来使用它:每当我们说到一个事例时,我们也能说出与之相应的某个单称陈述来代替它。

给“事例”下一定义时,我们可以记住这样的事实:说两个**逻辑上等价的**(就是说,可以相互演绎出来的)单称陈述描述同一事例,这是
89 很自然的。这提示下列定义。设p_k为一单称陈述(下标“k”指发生在p_k里的个别名称或坐标)。则我们称所有与p_k等价的陈述类为事例P_k。例如,**现在这里正在打雷**,我们说这是一个事例。我们可以认为这个事例是下列陈述类:“现在这里正在打雷”;“1933 年 6 月 10 日下午 5 时 15 分,在维也纳第 13 区,正在打雷”,还有所有其他与这些陈述等价

---

1 说这些话的特别是某些讨论概率问题的作者。参照凯恩斯,《论概率》,1921 年,第 5 页。凯恩斯提到昂西雍[Ancillon]是第一个提出“形式的表达方式”的人,也提到布尔[Boole]、楚伯[Czuber]和斯顿夫[Stumpf]。 * 虽然我仍然认为我下面给出的“**事例**”和“**事件**”的(“句法的”)定义,**对我的目的来说**是适当的,但是我不再相信,它们是直觉地适当的;即我不相信他们适当地代表我们的用法或意图。阿尔弗雷德·塔尔斯基向我指出(1935 年于巴黎):需要用“语义学的”定义来代替“句法的”定义。

的陈述。因此实在论的表述“陈述 p_k 代表事例 P_k”可以被认为与有点繁琐的陈述“陈述 p_k 是所有与它等价的陈述的 P_k 类的一个元素”有相同的意义。同样,我们认为陈述“事例 P_k 已经发生”(或者“正在发生”)的意义和“P_k 和所有与它等价的陈述是真的”的意义相同。

这些翻译规则的目的不是说不管谁以实在论的言语方式使用“事例”这个词都在想到一类陈述;它们的目的只是为了给出一个实在论言语方式的解释,这个解释使得有些说法容易理解,例如说:一个事例 P_k 和一个理论 t 相矛盾。现在这个陈述的意思不过是:每一个与 p_k 等价的陈述和理论 t 相矛盾,因而是这理论的一个潜在证伪者。

现在要引进另一个术语“事件”来表示什么是一个事例的**典型的或普遍的**东西,或者在一个事例中什么东西可以用普遍名称来加以描述。(因此,我们并不根据事件来理解复杂的或者也许长时间的事例,不管这些词的日常用法提示什么。)我们定义:设:P_k,P_l,……为事例类的元素,这些事例只在有关个体(时空位置或区域)方面是不同的;则我们称这个类为“事件(P)”。遵循这个定义,例如,关于陈述“一杯水刚刚在这里被打翻”,我们要说,和这陈述等价的陈述类是事件“一杯水的打翻”的一个元素。

说到代表事例 P_k 的单称陈述 p_k,我们可以用实在论的言语方式说:这个陈述说事件(P)在空时位置 k 的发生。我们认为这个说法的意义和“等价于 p_k 的单称陈述类 P_k 是事件(P)的一个元素”相同。

现在,我们要将这个术语[2]应用于我们的问题。我们说,一个理 90
论,假使它是可证伪的,它就不仅排除或禁止一个事例,而且总是**至少**排除或禁止**一个事件**。因此,被禁止的基础陈述类,也就是理论的潜在证伪者类,假如它不是空的,总是包含无限数量的基础陈述;因为理论

---

2 必须注意,虽然单称陈述**代表**事例,但全称陈述并不**代表**事件:它们**排除**事件。对于事例的概念也是同样,可以通过说全称陈述**代表**均一性对“均一性”或“规律性”下定义。但是由于我们只关心全称陈述**排除**什么,这里我们不需要任何这种概念。由于这个理由,如均一性(普遍的“事态”等等)是否存在的问题与我们无关。* 但是这种问题将在第 79 节中讨论,今见附录 * X,以及《后记》的第 * 15 节。

并不指个体本身。我们可以把属于**一个**事件的单称基础陈述称作“同型的”[homotypic],以表示描述**一个**偶发事件的**等价的**陈述与描述一个(典型的)事件的**同型的**陈述之间的类似。因此我们可以说,理论的潜在证伪者的每一个非空类至少包含同型的基础陈述的一个非空类。

现在让我们想象,一个圆形面积代表所有可能的基础陈述类。这个圆面积可以被看作代表**经验的所有可能的世界**或所有可能的经验世界的总体。我们进一步想象,一条半径(更精确地说,沿着一条半径的一个很窄的面积,或者说一个很窄的扇形)代表每一个事件,并且想象具有相同的坐标(或个体)的任何两个事例的位置和圆心的距离相等,因而在同一个同心圆上。然后我们可以这样用图说明可证伪性这一公设:要求每一个经验理论在我们的图形里必须至少有**一条**理论禁止的半径(或很窄的扇形)。

这个图解可以证明,在讨论我们的各种问题时是有用的,*[1] 比如关于纯粹存在陈述的形而上学性质问题(在第 15 节里曾简短地涉及过)。显然,一个事件(一条半径)属于每一个这种陈述,因而属于这个事件的各种基础陈述,每一个都将证实这个纯粹存在陈述。然而,它的潜在证伪者类是空的;所以,从纯粹存在陈述那里**不能得出**任何关于可
91 能的经验世界的知识(它不排除或禁止任何半径)。相反,从每一个基础陈述中得出一个纯粹存在陈述,这个事实不能用来作为支持后者的经验性质的一个论据。因为每一个重言式也可从每一个基础陈述中得出,由于重言式可从任何陈述中得出。

在这里我也许可以说一说自我矛盾的陈述。

虽然可以说重言式陈述、纯存在陈述以及别的不可证伪的陈述对于可能的基础陈述类断言**太少**,而自我矛盾的陈述则是断言**太多**。从

---

*1 这个图解将在下面特别是第 31 节以后更多地用到。

一个自我矛盾的陈述中,任何陈述都可以正当地演绎出来。*[2] 因此,它的潜在证伪者类就等于所有可能的基础陈述类:它为任何陈述所证伪。(也许人们可以说:这个事实是我们的方法的一个优点的例证,就是说,考虑可能的证伪者不考虑可能的证实者的方法。因为假如人们能以一个陈述的逻辑推断的证实来证实这个陈述,或者以这种方式仅仅使它成为可几的[probable],那么,人们就可以期望,不管接受何种基础陈述,任何自我矛盾的陈述就会成为被确证的,或成为被证实的,或者至少成为可几的陈述了。)

---

*2 这个事实即使在这本书出版十年以后尚未被普遍地理解。情况可以总结如下:一个事实上伪的陈述"实质蕴涵"每一个陈述(但是它在逻辑上不衍推每一个陈述)。一个逻辑上伪的陈述在逻辑上蕴涵——或者衍推——每一个陈述。所以,清楚地区别只是在**事实上伪的**(综合的)陈述和**在逻辑上伪的**或**不一贯的**或**自我矛盾**的陈述,即从中可以演绎出具有 $p \cdot \bar{p}$ 形式的陈述的陈述,当然是很必要的。

一个不一贯的陈述衍推每一个陈述,这点可表示如下:

从罗素的"原始命题",我们立即得到

(1) $p \rightarrow (p \vee q)$

再先以'$\overline{p}$'代'p',然后以'$p \rightarrow q$'代'$\bar{p} \vee q$'我们得

(2) $\bar{p} \rightarrow (p \rightarrow q)$

由"前件合取"得到:

(3) $\bar{p} \cdot p \rightarrow q$

但是,(3)允许我们运用肯定前件推理[*modus pollens*]从任何具有形式'$\bar{p} \cdot p$'或'$p \cdot \bar{p}$'的陈述中演绎出**任何**陈述 q 来(参见我的注,见《心灵》52,1943 年,第 47 页以后)。从一组矛盾的前提中可以演绎出一切这一事实,被 P. P. 维纳[P. P. Wiener]正确地认为是一般公认的(《罗素的哲学》[*The Philosophy of Bertrand Russell*],P. A. 希尔普编,1944 年,第 264 页);但是令人惊奇的是,罗素在他对维纳的答复中(同上,第 695 页以后)反对这个事实,在维纳说到"**矛盾**前提"的地方,他总是说"**假**命题"。参照我的《猜想与反驳》,1963 年,1965 年,第 317 页以后。

24. 可证伪性和无矛盾性

在一个理论系统或公理系统必须满足的各种要求中间，无矛盾性
92 要求起着特殊的作用。它可被看作**每一个**理论系统，不论它是经验的还是非经验的，都要满足的第一个要求。

为了说明这个要求的基本重要性，只提到明显的事实，即必须摈弃自相矛盾的陈述，因为它是“伪”的，这样做是不够的。我们经常和这样一种陈述打交道：它虽然实际上是伪的，然而产生适合于一定目的的结果*[1]（一个例子是能斯脱[Nernest]关于气体平衡方程式的近似）。但是，如果人们认识到，自相矛盾的陈述不传达任何信息，无矛盾性要求的重要性就会得到认识。它所以不传达任何信息是因为，我们喜欢的任何结论都能从它推导出来。因此，不能挑选出或作为不相容的或作为可推导的任何陈述，因为所有的陈述都是可推导的。在另一方面，无矛盾的陈述把这组所有可能的陈述分为两种：与它相矛盾的陈述和与它相容的陈述在后者中间，是能从它推导出来的结论）。这就是为什么无矛盾性对一个系统来说是最一般的要求，不论它是经验的还是非经验的，如果它想有任何用处的话。

在无矛盾性以外，经验系统必须满足进一步的条件：它必须是**可证伪的**，这两个条件在很大程度上是类似的。[1] 不满足无矛盾性条件的陈述，不能在所有可能的陈述的总体中区分任何两个陈述。不满足可证伪性条件的陈述，不能在所有可能的经验的基础陈述的总体中区分任何两个陈述。

---

*1 参照我的《后记》，第*3节（我对“第二个建议”的答复）和第*12节，第(2)点。

1 照我的注，见《认识》3，1933年，第426页。今见下文附录*i。

第五章

经验基础问题

现在我们已把理论的可证伪性问题，归结为我们称作基础陈述的 93
那些单称陈述的可证伪性问题。而何种单称陈述是基础陈述呢？它们如何能被证伪？对于实际的研究工作者来说，对这些问题可能很少关心。但是，围绕这个问题有一些模糊和误解，因而在这里较详细地讨论它是有益的。

25. 作为经验基础的知觉经验：心理学主义

经验科学可以还原成感觉、知觉，因而还原成我们的经验，许多人接受这个学说，认为明显得毫无疑问。然而，这个学说是和归纳逻辑共命运的，在这里我把它和归纳逻辑一起加以摈除。我不想否认，数学和逻辑的基础是思维，而事实科学的基础是知觉，这个观点里有一点真理。但是这个观点中的真理和认识论问题没有什么关系。的确，在认识论中，几乎没有一个问题比这个经验陈述基础问题更严重地受心理学和逻辑之间的混淆之害了。

经验基础问题对思想家的困扰很少如弗里斯[Fries]那样深，[1] 他说，假如科学陈述不被**教条地**接受，我们必须能够**证明**它们。如果我们要求用推理的论证在逻辑的意义上去证明，那么我们就得接受这样的看法：**陈述只能为陈述所证明**。因而，要求**所有**的陈述都要被合乎逻辑地证明（弗里斯称作“对证明的偏爱”）一定会导致**无穷后退**。假如我 94

---

1 J. F. 弗里斯[J. F. Fries]，《对理性的新批判或人类学批判》[*Neue oder anthropologische Kritik der Vernunft*]（1828 至 1831 年）。

们想避免教条主义和无穷后退的危险,似乎我们只能求助于**心理学主义**,即这样的学说:陈述不但可以为陈述所证明,也可以为知觉经验所证明。面对这个三难推理[*trilemma*]——教条主义、无穷后退和心理学主义——弗里斯以及几乎所有想说明我们的经验知识的认识论学者都选择心理学主义。他说,在感觉经验里,我们有"直接知识",[2] 用这种直接知识,我们可以证明我们的"间接知识"——用某种语言符号表达的知识。这种间接知识当然包括科学陈述。

通常对这个问题的探讨并不进行得如此之远。在感觉主义和实证主义的认识论里,经验科学陈述"述说我们的经验"这点被视为当然之理。[3] 因为,假如不经过感觉-知觉,我们如何能够得到任何事实知识呢?仅仅依靠思考,一个人不能对他关于事实世界的知识加进一丁点儿。因此,知觉经验必须是所有经验科学的唯一"知识源泉"。所以,关于这个事实世界我们知道的一切都必定可以用**关于我们的经验**的陈述的形式表达。这张桌子是红的还是蓝的只能诉诸我们的感觉经验才能知道。感觉经验传达我们一种直接的确信感,我们凭此就能区别出真陈述(它的术语和经验一致)和伪陈述(它的术语和经验不一致)。科学只是试图分类和描述这种知觉知识,我们不能怀疑这些直接经验的真理性,**科学是我们的直接确信的系统表述**。

照我看来,这个学说在归纳问题和普遍概念问题上失败了。因为我们说的科学陈述没有一个不远远超过我们"在直接经验的基础上"所能确定无疑地知道的东西(这个事实可以看作"在任何描述中固有的经验超越")。每一个描述都使用**普遍**名称(或符号,或观念),每一
95 个陈述都具有理论、假说的特性。陈述"这里有一玻璃杯水"不能为任何观察经验证实。理由是,在这陈述中出现的**普遍**概念不能和任何特

---

2 参照,比如,J. 克拉夫特,《从胡塞尔到海德格尔》[*Von Husserl zu Heidegger*](1932 年),第 102 页以后(第 * 2 版,1957 年,第 108 页以后)。

3 这里我几乎逐字照搬 P. 弗兰克(参照第 27 节注 1)和 H. 哈恩(参照第 27 节注 1)的说明。

殊的知觉经验发生相互关系。(一个“直接经验”的“直接给予”**只有一次**;这是独一无二的。)例如,玻璃杯这个词表示一种物体,它显示一定**似定律行为**,“水”这个词也是如此。普遍概念不能还原为经验类;它们不可能由经验“组成”。[4]

26. 关于所谓“记录语句”

在我看来,上一节讨论的我称为“心理学主义”的观点,似乎仍然是经验基础现代理论的基础,即使它的拥护者并不说经验或知觉,而代之以“语句”——代表经验的语句。纽拉特[Neurath][1]和卡尔纳普[2]称之为“**记录语句**”。

赖宁格[Reininger]主张类似的理论甚至更早,他的出发点是这样的问题:在一个陈述和它描述的事实或事态之间的对应或一致在哪里?他达到的结论是:陈述只能和陈述相比较。按照他的看法,陈述和事实的对应不是别的,只是属于不同的普遍性水平的陈述之间的逻辑对应:这是[3]“……较高水平的陈述和具有同样内容的陈述,最后和记录经验的陈述之间的对应”。(赖宁格有时称这些陈述为“基本陈述”。[4])

卡尔纳普从有点不同的问题出发。他的命题是,所有哲学的研究谈的是“言语的形式”。[5] 科学的逻辑必须研究“科学语言的形式”。[6]它不谈(物质的)“客体”,只谈词;不谈事实,只谈语句。卡尔纳普用这

---

4 参照第 20 节及其注 2,*“组成”是卡尔纳普的用语。

1 这个术语是纽拉特创造的,参照,例如,《社会学》[Soziologie],载《认识》2,1932,第 393 页。

2 卡尔纳普,《认识》2,1932,第 432 页以后;3,1932 年,第 107 页以后。

3 R. 赖宁格,《真实性的形而上学》[*Metaphisik der Wirklichkeit*],1931 年,第 134 页。

4 赖宁格,同上,第 132 页。

5 卡尔纳普,《认识》2,1932 年,第 435 页,“元逻辑论纲”[*These der Metalogik*]。

6 卡尔纳普,《认识》3,1933 年,第 228 页。

96 个正确的“**形式的言语方式**”和日常的或他称之为“内容的言语方式”相对比。假如要避免混乱,内容的言语方式就只能用在有可能把它翻译成为正确的形式的言语方式的地方。

这个观点——我同意它——导致卡尔纳普(和赖宁格一样)主张:在科学逻辑里,我们不应说,检验语句是把它们和事态或经验相比较;我们只能说,检验语句是把它们和其他**语句**相比较。然而卡尔纳普实际上是在保留着对待这问题的心理学主义方法的基本思想;他正在做的只是把它们翻译成“形式的言语方式”。他说,科学的语句“借助记录语句”[7]接受检验;但是因为记录语句被解释为“不需要确证但是可作为科学的所有其他语句的基础”的陈述或语句,这就等于说——在日常的“内容的”言语方式里——记录语句指的是“给予”:“感觉资料”。它们描述(正如卡尔纳普自己说的)“直接经验的内容,或现象;因而也最简单的可知的事实”,[8]这十分清楚地表明,记录语句的理论不过是翻译成形式的言语方式的心理学主义。对于纽拉特的观点[9]也完全可以这样说。他要求在记录语句里,如“感到”、“看见”这些词应该和记录语句的作者的姓名一起出现。记录语句,就如这个术语所表明的,应该是**直接观察或知觉的记载或记录**。

纽拉特像赖宁格[10]一样认为,记录经验的知觉陈述——即“记录语句,”——不是不可取消的,而有时它们是可以被摈弃的。他反对[11]卡尔纳普的下列观点(自从卡尔纳普修改观点以后:[12]记录语句是最终的,**不需要确证**。但是,当赖宁格描述一个在发生怀疑时用其他陈述来

---

7 卡尔纳普,《认识》2,1932 年,第 437 页。

8 卡尔纳普,《认识》,第 438 页。

9 纽拉特,《认识》3,1933 年,第 205 页以后。纽拉特举了下列例子:“一个完全的记录陈述可以是这样:{奥托[Otto]的记录在 3 点 17 分。〔奥托的言语思维是在 3 点 16 分:(在 3 点 15 分,奥托在房间里看见一张桌子)〕}。”

10 赖宁格,《认识》,同上,第 133 页。

11 纽拉特,同上,第 209 页以后。

12 卡尔纳普,《认识》3,1933 年,第 215 页以后;参照第 29 节注 1。

检验他的“基本”陈述的方法——这是演绎然后检验演绎所得结论的 97
方法——时,纽拉特没有给出这样的方法。他只是说,我们能够或者“删除”和系统矛盾的记录语句,“……或者接受它,用这样的方法来修改系统,使得加上这语句以后,系统仍然是无矛盾的”。

在我看来,纽拉特关于记录语句不是神圣不可侵犯的观点,代表一个值得注意的进展。但是除了以知觉陈述来代替知觉——仅仅是翻译成形式的言语方式——外,记录语句可以修改这一学说,就是他在知觉认识的直接性理论(来自弗里斯)上的唯一进展了。这是在正确方向上前进的一步;但是假如不跟上另一步,它就得不出什么结果:我们需要一组规则来限制“删除”(或者“接受”)记录语句的任意性。纽拉特未能给出这种规则,因而在无意中抛弃了经验主义。因为没有这些规则,经验陈述就不再从任何其他种类的陈述中区别出来。假如允许人们(在纽拉特看来,允许每一个人)在感到一个记录语句不方便时,就可以干脆“删除”它,那么,每一个陈述系统就都成为可辩护的了。人们不仅能够用约定主义的方式挽救任何系统;而且,由于有了许多记录语句的供应,人们根据证人的证言(他们证明或记录他们的所见所闻)甚至可以确证任何系统。纽拉特避免了教条主义的一种形式,然而他却为自称为“经验科学”的任何随意的系统开辟了道路。

因此,不很容易看出在纽拉特的图式里记录语句应该起什么作用。卡尔纳普的初期观点是,记录语句系统是经验科学的每一个主张必须据以判定的试金石。这就是为什么它们必须是“不可反驳的”。因为只有它们能够推翻语句——当然是在记录语句以外的语句。但是,假如它们被剥夺了这种作为试金石的功能,而且它们自己可以被理论推翻,那么它们起什么作用呢?由于纽拉特不想解决划界问题,他关于记录语句的观点似乎只是一种遗迹——认为经验科学始于知觉的传统观点的一种残留纪念物。

27. 经验基础的客观性

我建议对科学采取一种和各种心理学学派的观点稍有不同的看
98 法。我希望在**客观科学和"我们的知识"二者之间加以明确的区别**。

我很愿承认,只有观察能给我们"关于事实的知识,"我们"只有通过观察才能觉察事实"(如哈恩所说)[1],但是这种觉察,这种知识并不证明或确立任何陈述的真理性。所以我不相信,认识论必须提出的问题是:"……我们的知识建筑在什么基础之上?…或者更确切些,我有了**经验** S,如何能证明我对这经验的描述和捍卫它不受怀疑?"[2] 这点是做不到的,即使我们把术语"经验"改为"记录语句"。在我看来,认识论必须提出的问题应该是:我们如何根据科学陈述的演绎推断来检验它们?*[1] 假如这些推断本身也必须是可以在主体间相互检验的,那么为了这个目的,我们能选择**哪一种**推断?

现在,就逻辑的或重言的陈述而言,这种客观的、非心理学的看法被相当普遍地接受了。然而在不久以前,人们还认为,逻辑是一门科学,它研究精神过程及其规律——我们的思维规律。按照这种观点,所能找到的对逻辑的正确性的唯一证明,就是他们提到的这样的事实:我们就是不能用其他的任何方式来思维。逻辑推理似乎被证明了,就因为它被体验到是一种思维的必然性,一种不得不沿一定路线进行思维的感觉。在逻辑领域里,这种心理学主义现在也许已成为过去的事情了,没有人想象为了证明某一逻辑推理的正确性,或者捍卫它不受怀

---

1 H. 哈恩,"逻辑、数学与自然科学"[Logik, Mathematik und Nuturerkennen],载《统一科学》2,1933 年,第 19 页、24 页。

2 参照比如卡尔纳普《哲学的表象问题》[*Scheinprobleme in der Philosophie*],1928 年,第 15 页(原文中没有黑体字)。

*1 现在,我必须这样来表述这个问题:我们如何能最好地**批判**我们的理论(我们的假说、猜测)而不是捍卫它们不受怀疑?当然,在我看来,**检验总是批判**的一部分(参照我的《后记》,第 *7 节,注 5 和 6 之间正文以及第 52 节末尾)。

疑,在这个推论的旁边空白处写上一个记录语句:“记录:今天我在校核这一连串推理时,我体验到一种强烈的确信感。”

当我们谈到**科学的经验陈述**时,情况就很不一样。在这里每人都相信,这些陈述的基础是如知觉那样的经验,或者是以形式言语方式的记录语句。大多数人认识到,把逻辑陈述建筑在记录语句的基础上的 99
任何试图,都是一种心理学主义。但是很奇怪,涉及经验陈述时,同样的做法现在却被称作“物理主义”。然而不管问题涉及逻辑的陈述还是经验科学的陈述,我想回答是一样的:我们的**知识**,可以被模糊地描述为**意向**系统,可以和心理学有关,在这两种情况下,它都可以和信念感或确信感联结着。在一种情况下,也许和不得不以一定方式思维的感觉联结着。在另一种情况下,和“知觉的自信”的感觉联结着。但是所有这些都只有使心理学家感兴趣。它甚至没有触及如科学陈述之间的逻辑关系这样的问题,只有这些问题才使认识论学者感兴趣。

(有一种广为传布的看法是,从认识论观点看来,陈述“我看见这里的这张桌子是白的”与陈述“这里的这张桌子是白的”比较,具有某种深刻的优点。但是,从评价它可能的客观检验这一观点看来,述说我的情况的第一个陈述,似乎并不比述说这里的桌子的情况的第二个陈述更可靠些。)

只有一种方法可以确定一连串逻辑推理的正确性。就是把它置于最容易接受检验的形式中:我们把它分解成许多小步骤,每一步骤都易受任何学习过变换语句的数学或逻辑技巧的人检查。如果在这样做了以后,任何人仍然提出怀疑,那么我们只能请他指出在证明的步骤中的错误,或者请他自己再想一下这个问题。在经验科学的场合,情况很相像。任何经验科学陈述都能这样来表述(通过描述实验安排,等等),以至任何学习过有关技巧的人都能检验它。假使结果他拒斥这个陈述,那么,如果他只是告诉我们他对他的知觉的怀疑感或确信感,这是不能令我们满意的。他必须做的是提出一个和我们的断言相矛盾的断言,并且提供给我们如何检验他的断言的指示。假如他不能这样做,我们就只能请他对我们的实验更加仔细地考察一番,重新想一想。

一个由于它的逻辑形式而不可检验的断言，至多在科学内起一种刺激物的作用：它能提示一个问题。在逻辑和数学的领域里，费尔马
100 [Fermat]问题可做为一个例子。在博物学领域，例如关于海蛇的报告。在这种情况下，科学并不说，这些报告是无根据的，费尔马是错误的，或者，关于见到海蛇的记录都是谎言。反之，科学暂不作判断。[3]

可以从不同的角度来考察科学，不仅是从认识论的角度。比如，我们能把它当作一种生物学的或社会学的现象。科学本身可以被描述为一种工具、器械，也许可以和某种工业机器相比。科学可以被认为是一种生产手段——“间接生产”[4]中的最新品种。即使从这一观点看，科学和其他工具或生产手段相比，并不与“我们的经验”有更密切的联系。即使我们把科学看作是满足我们智力需要的东西，它和我们的经验的联系，在原则上与任何其他客观结构和我们的经验的联系并无不同。一般公认，这样讲并不错：科学是“……一种工具”，它的目的是“……从直接的或已知的经验中预见以后的经验，甚至尽可能地控制它们”。[5] 但是我不认为这段关于经验的谈话有助于澄清问题。它和下面的话一样不解决问题：谈到石油钻井并非不正确的特点时断言：它的目的是提供给我们一定的经验：不是油，而是关于油的视觉和嗅觉；不是钱，而是有钱的感觉。

28. 基础陈述

已经简略地指出，在我主张的认识论理论内，基础陈述起什么作用。我们需要它们，为了判定一个理论是否能被称作可证伪的，即经验

---

3 参照第8节关于“神秘效应”的话。

4 这个词是庞巴维克[Böhm-Bawerk]的(“*Produktionsumweg*”)。

5 弗兰克，《因果律及其界限》[*Das Kausalgesetz und seine Grenzen*]，1932年，第1页。*关于工具主义，见第12节前面的注*1，和我的《后记》，特别是第*12至*15节。

的(参照第 21 节)。我们需要它们,也是为了验证起证伪作用的假说,为此也就需要证伪理论(参照第 22 节)。

因此,基础陈述必须满足下列条件。(a)从没有初始条件的全称陈述中,不能演绎出基础陈述。*1

另一方面,(b)全称陈述和基础陈述可能互相矛盾。只有在一个基础陈述的否定有可能从和它矛盾的理论中演绎出来时,条件(b)才

---

*1 当我写这一点时,我认为,很明显,仅从牛顿理论,没有初始条件,不能演绎出任何观察陈述性质的东西来(因此当然也不能演绎出基础陈述)。遗憾的是,后来知道,某些批评我的书的人并不理解这个事实以及这个事实对观察陈述或"基础陈述"问题的结论。所以我在这里作少许补充。

首先,可观察的东西不能以任何纯粹全称陈述——比如,"所有天鹅都是白的"中得出。这一点容易理解,假如我们想一想这样的事实,"所有天鹅是白的"和"所有天鹅是黑的"当然并不互相矛盾,但是二者一起仅仅蕴含着:没有任何天鹅——很清楚,这不是一个观察陈述,甚至不是一个可以被"证实"的陈述。(顺便说一句,一个单方面可证伪的陈述,如"所有天鹅是白的"具有和"没有任何天鹅"相同的逻辑形式,因为它等价于"没有任何不白的天鹅。")

假如承认上述看法,马上就可以看出:能从纯粹全称陈述中演绎出来的单称陈述不可能是基础陈述。我指的是这样形式的陈述,"如在 k 地有一天鹅,则在 k 地有一白天鹅。"(或"在 k,或者没有天鹅或者有一白天鹅"。)现在我们马上看到,为什么这些"示例陈述"[instantial statements](可以这样称呼它们)不是基础陈述。理由是:这些示例陈述**不能起检验陈述的作用**(或者潜在证伪者的作用),而这正是基础陈述应起的作用。假使我们接受这些示例陈述作为检验陈述,我们就将为任何理论(因此也就为"所有天鹅是白的"**和**"所有天鹅是黑的"二者)得到非常大量的证实——实际上是无限数量。一旦我们接受这样的事实:世界的绝大部分地方是没有天鹅的。

由于"示例陈述"可以从全称陈述中推导出来,它们的否定必定是潜在证伪者,因此**可能**是基础陈述(如果在下面的正文中说到的条件被满足的话)。因此,倒过来说,示例陈述就具有否定的基础陈述的形式(参见第 8 节注 *4)。注意到下一点是饶有趣味的:基础陈述(它太强以至不能单从全称陈述中演绎出来)比它们的示例否定具有更大的信息内容;这就是说,**基础陈述的内容超过它们的逻辑概率**(因为它必须超过 1/2)。

以上这些就是作为我关于基础陈述的逻辑形式的理论的基础的一些考虑(见我的《猜想与反驳》,1963 年,第 386 页以后)。

能得到满足。从这一点和条件(a)中,可以得出:基础陈述必须有这样一种逻辑形式,以致它的否定不能是基础陈述。

我们已经遇到过这样一种陈述,它们的逻辑形式和它们的否定的形式不同,这些陈述就是全称陈述和存在陈述。全称陈述存在是陈述的否定,反之亦然,它们的逻辑形式不一样。**单称**陈述能用类似的方法构建。陈述:"在时空区域 k,有一只渡鸦",可以说在它的逻辑形式上——不仅是在它的语言学形式上——不同于陈述;"在时空区域 k,没有渡鸦",具有"在区域 k 有某物"或"在区域 k 某一事件发生"(参照
102 第 23 节),这种形式的陈述可以称作一个**单称**存在陈述,"或**单称**有[there-is]陈述"。而从否定这个陈述得出的陈述,即:"在区域 k 没有某物"或"在区域 k 某种事件没有发生",可以称作"**单称**非存在陈述","**单称**无[there-isnot]陈述"。

我们现在可以规定下列关于基础陈述的规则:**基础陈述具有单称存在陈述的形式**。这个规则意味着:基础陈述将满足条件(a),因为单称存在陈述决不能从严格全称陈述即严格非存在陈述中演绎出来。它们也将满足条件(b),这能从下列事实中看出:从每一个单称存在陈述中,只要不提及任何个别的时空区域,就能推导出一个纯粹存在陈述;我们已经知道,纯粹存在陈述确实可以和理论相矛盾。

必须注意的是,两个互相不矛盾的基础陈述,p 和 r 的合取,也是一个基础陈述。有时我们甚至可以把一个基础陈述和另外一个非基础陈述结合起来得到一个基础陈述。例如,我们可以形成基础陈述 r"在 k 地,有一只猎狗"和单称非存在陈述 $\bar{p}$"在 k 地,没有运动着的猎狗"的合取。因为显然,这两个陈述的合取 $r \cdot \bar{p}$("r 和非 p")等价于单称存在陈述:"在 k 地,有一只不动的猎狗。"这有如下的推断:假如已知理论 t 和初始条件 r,我们由之演绎出预见 p,那么陈述 $r \cdot \bar{p}$ 将是这个理论的一个证伪者,因而是一个基础陈述。(另一方面,条件陈述"$r \rightarrow p$",即:"如 r,则 p",就和 p 的否定 $\bar{p}$ 一样,不是基础陈述,因为它等价于一个基础陈述的否定,即 $r \cdot \bar{p}$ 的否定。)

这些是对基础陈述的形式要求;所有单称存在陈述都满足这些要

求。除了这些要求外，基础陈述还必须满足一个实质要求——一个和事件有关的要求，正如基础陈述告诉我们的，这个事件发生在 k 地。这个事件必须是“**可观察的**”事件；这就是说，基础陈述必须是可以用“观察”在主体间相互检验的。由于它们是单称陈述，这个要求当然只能涉及适当地处于空间和时间中的观察者（这一点我不想详细说明）。 103

毫无疑问，由于要求可观察性，我毕竟已允许心理学主义悄悄地溜回到我的理论中来。然而并非如此。无可否认，以心理学的意义解释**可观察事件**的概念是可能的。但我在这样一个意义上使用这个概念，它完全可以用“涉及宏观物体的位置和运动的一个事件”代替它。或者我们可以更确切地规定：每一个基础陈述本身必须或者是关于物体的相对位置的陈述，或者它必须等价于某种“机械论的”或“唯物论的”基础陈述（这个规定是可行的，这和下列事实相联系：一个在主体间能相互检验的理论，也就是在感觉间能相互检验的。[1] 这就是说，涉及我们感觉的一种知觉的检验，在原则上能为涉及其它感觉的检验所代替）。因此，批评我由于诉诸可观察性已偷偷地重新承认心理学主义，和批评我已承认机械论或唯物论一样无力。这表明，我的理论实际上是完全中立的，这些标签都贴不上。我讲这些都只是为了从心理学主义的恶名声中挽救我用的术语“可观察的”。（观察和知觉可以是心理学的，但是可观察性不是。）我不想对“可观察的”或“可观察事件”**下定义**，虽然我很愿意用心理学的或力学的例子来阐明它。我想它应该作为一个未定义的术语引进，这种术语在使用中是足够确切的：作为一种原始概念，认识论学者必须学习它的用法，正如他必须学习术语“符号”的用法一样，或者如物理学家必须学习术语“质点”的用法一样。

因此，基础陈述——在质料的言语方式中——就是断言在空间和时间的一定的个别区域里一个可观察事件正在发生的陈述。在这个定义里使用的各种术语，除了原始术语“可观察的”以外，已在第 23 节里较精确地解释过；虽然对“可观察的”未下定义，但是，就如我们已在这

1 卡尔纳普，《认识》2，1932 年，第 445 页。

里看到的,也可能对它予以相当确切地说明。

29. 基础陈述的相对性　弗里斯的三难推理的解决

104 一个理论的每一次检验,不论它的结果是验证还是证伪,都必须中止于某一个我们**决定接受**的基础陈述。假如我们没有到达任何决定,没有接受某一个基础陈述,那么这检验就没有导致任何结果。但是从逻辑观点来考虑,决不会有这样的情况:它迫使我们只能中止于这一个特定的基础陈述,不能中止于那一个特定的基础陈述,否则就放弃整个检验。因为任何基础陈述本身也能接受检验,使用任何能够借助某个理论(正接受检验的理论或者另一个理论)从它演绎出来的基础陈述作为试金石。这个程序并没有自然的终点,[1] 因此,如果检验引导我们到达某一点,不过是中止于这一或那一点,并且说:我们暂时满意了。

很容易看出,我们这样到达了一个程序,按照这种程序,则仅仅中止于特别易于检验的陈述,因为这意味着我们中止于这样的陈述;关于它们的接受或拒绝,各种研究者易于达成一致意见。假如他们没有取得一致,他们就继续检验下去,或者重新开始一遍。假如这也没有得到什么结果,我们可说,该陈述不是可在主体间相互检验的,或者说我们毕竟没有和可观察的事件打交道。假如有一天科学的观察者不再可能取得关于基础陈述的一致意见,这就等于语言不能作为普遍的交往工具了。这形同一场新的"语言混乱"[Babel of Tongues]:科学发现将化作荒谬。在这个新的混乱里,高耸入云的科学大厦将迅速化为废墟。

---

1 参照卡尔纳普,《认识》3,1933 年,第 224 页。我能接受卡尔纳普关于我的理论的这个报道,除了一些不太重要的细节以外。这些细节是:第一,提出基础陈述(卡尔纳普称为"记录语句")是由之建立科学的出发点;第二,指出能"以某种程度的确定性"确证记录语句(第 225 页);第三,"关于知觉的陈述"构成"在链条中同等有效的环节",并且我们"在关键情况下诉诸的正是这些关于知觉的陈述"。参照下注正文中的引证。我想借此机会感谢卡尔纳普教授,他在上面提到的地方,说了一些关于我的未出版的著作的友好的话。

恰如逻辑证明到达了一个令人满意的形态，那时困难的工作已经过去，一切都易于核查。这样，在科学已经做完它的演绎的或解释的工作以后，我们就中止于易于检验的基础陈述。关于个人经验的陈 105
述——即记录语句——显然**不**是这类陈述。因此，它们作为我们在那里中止的陈述是不很合适的。我们当然利用记载或记录，例如科学的和工业的研究部门发出的检验证明书。如果需要，这些证明书能够接受重新审查。因此，例如，检验这些实行检验的专家的反应时间（即确定他们在观察上的个人误差）可能成为必要。但通常特别是“……在关键情况下”，我们中止于易于检验的陈述，而**不**是如卡尔纳普建议的，中止于知觉或记录语句；即我们**不**“……中止于这些……，因为对知觉陈述作主体间相互检验……，是相对复杂和困难的”。[2]

那么，关于弗里斯的三难推理，在教条主义、无穷后退和心理学主义之间的选择，我们的观点是什么呢（参照第 25 节）？不可否认，我们中止于其上的，我们认为满意并已经过充分检验因而决定接受的基础陈述，具有**教条**的性质，但这只是在我们不再进一步的论证（或进一步的检验）来证明它们的条件下才是如此。但这种教条主义是无害的，因为假如需要，这些陈述能容易地接受进一步的检验。我承认这也能使得演绎的链条原则上成为无限的。但是，这种“**无穷后退**”也是无害的。因为在我们的理论中，没有试图用它来证明任何陈述的问题。最后，关于**心理学主义**；我也承认，决定接受一个基础陈述，对它感到满意，和我们的经验——特别是我们的**知觉经验**——有因果联系。但是我们不想用这些经验来**证明**基础陈述。经验能够**推动一个决定**，因而推动对一个陈述的接受和拒绝，但是基础陈述不能被经验证明——就

2　参照前一个注。*这篇卡尔纳普的文章包含关于我的检验假说理论的第一个发表的报告；这里从此文中引证的观点在那篇文章里被错误地归属于我。

如不能以拍桌子来证明一样。[3]

30. 理论和实验

106 基础陈述是作为一个决定或一致意见的结果而被接受的;在这个程度内,它们是约定。达到决定遵循由规则所支配的程序。在这些规则中,特别重要的是一条这样的规则:它告诉我们,我们不应接受**零散的基础陈述**——就是在逻辑上不联系的陈述——但我们应该在检验**理论**的过程中,在提出关于这些理论的探索性问题(接受基础陈述应回答这些问题)的过程中接受基础陈述。

因此,真实情况是和朴素的经验主义者或归纳逻辑的信仰者所看到的完全不同。他们认为,我们从收集和整理我们的经验开始,就这样沿着科学的梯子上升。或者,使用比较形式的言语方式,假如我们希望建立一门科学,首先我们必须收集记录语句。但是如果我接到命令:"记录下你现在正在经验着的东西。"我将不知道怎样执行这个模糊不清的命令。我是否该报告我正在写字;我听到铃响;一个报童在叫卖;一个扩音器发出嗡嗡之声;或者,也许我是否该报告这些噪音使我恼怒?而且即使能够执行这个命令,不论你用这种方法积累的陈述收集得如何丰富,它决不能加在一起成为一门**科学**。科学需要观点和理论问题。

在基础陈述的接受或拒绝上达到一致意见,一般是在应用**理论**的情况下做到的;事实上,意见一致是使理论接受检验的应用的一部分。就像其他种类的应用一样,在基础陈述上达到一致是在各种理论考虑

---

3 在我看来,这里主张的观点更接近"批判的"(康德的)哲学学派(也许是弗里斯表达的形式)而不是更接近实证主义。弗里斯在他的"对证明的偏爱"的理论里强调,在陈述之间保持的(逻辑的)关系是和在陈述与感觉经验之间的关系完全不同的。而实证主义却总是想取消这种区别:或者使得所有的科学成为我的认识、"我的"感觉经验的一部分(感觉资料的一元论);或者使得感觉经验成为以记录语句为其形式的客观的科学的论证网络的一部分(陈述的一元论)。

的指导下进行的有目的的行动。

我想,现在我们有条件来解决诸如怀特海问题那样的问题了。怀特海的问题是:为什么对可触的早餐总是伴随可视的早餐呢,为什么可触的《泰晤士报》[*Times*]总是伴随着可视的和瑟瑟可闻的《泰晤士报》呢,*[1] 这种有规律的同时发生一定使得那些相信所有科学始于零散的原始知觉的归纳逻辑家感到迷惑不解,他们认为,它们一定是完全"偶然的"。他们不能用理论来解释规律性,因为他们的看法是,理论只不过是有规律地同时发生的事件的陈述而已。

但是,按照这里已经达到的观点,在我们的各种经验之间的联系是 107
可以用我们正在对之进行检验的**理论**来说明并演绎出来的。(我们的理论并不导致我们期望:可见的月亮伴随着可触的月亮,我们也不期望被一可听见的恶梦所困扰。)当然,有一个问题仍然存在——一个显然不能用任何可证伪的理论来答复的问题。因而是一个"形而上学"问题:为什么在我们构建理论中时常是这样幸运——为什么存在"自然定律"?*[2]

所有这些考虑对于**实验的**认识论**理论**来说都是重要的。理论家提出某些确切的问题给实验家,后者力图用他们的实验来对这些问题而不是对任何其他问题,给出一个判决性的回答:他努力排除所有的其他问题。(在这里,理论的子系统的相对独立性可能是重要的。)因此,他使得他的检验对这一个问题"……尽可能地敏感,而对所有其他有关问题尽可能地不敏感……这个工作的一部分在于排除所有可能的错误来源。"[1] 但是,设想实验家这样做,"是为了减轻理论家的工作",[2] 或者

---

*1 A. N. 怀特海,《自然知识原则探索》[*An Enquirg Concerning the Principles of Natural Knowledge*](1919 年),1925 年,第 194 页。

*2 这个问题将在第 79 节中讨论,参见我的《后记》,特别是 *15, *16 节。

1 H. 韦尔[H. Weyl],《数学与自然科学的哲学》[*Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft*],1927 年,第 113 页;英译本:*Philosophy of Mathematics and Natural Science*,普林斯顿,1949 年,第 116 页。

2 韦尔,同上。

也许是为给理论工作者提供进行归纳概括的基础,那是错误的。相反,理论家必须在很久以前已经作了他的工作或至少是他工作的最重要部分:他必须已经尽可能清楚地提出了他的问题。因此,正是理论家给实验家指示道路。不过,即使实验家,他的大部分工作也不是进行精确的观察,他的工作也主要是理论性的。理论支配着实验工作,从它开始计划一直到在实验室里最后完成。*3

下列情况为这一观点作了很好的说明:理论家成功地预见某一可
108 观察的效应,这个效应以后为实验所产生;也许最出色的例子是德布罗伊[de Broglie]预见物质的波动性质,首先为戴维森[Davisson]和革末[Germer]用实验确证。*4 也许下列情况为这一观点作了甚至更好的说明:实验对理论的进步有着引人注目的影响。在这种情况下,迫使理论家寻求一个更好的理论的,几乎总是对一个迄今被接受和验证的理论的实验**证伪**,这又是理论指导的检验的结果。著名的例子是导致相对论的迈克耳逊-莫雷[Michelson-Morley]实验和导致量子论的卢梅尔[Lummer]和普林斯海姆[Pringsheim]对瑞利和琼斯[Rayleigh and Jeans]辐射公式和维恩[Wien]公式的证伪。当然,偶然的发现也发生,但是它们是比较罕见的。马赫[3]正确地说到这种情况是,"科学的意见为偶然的情况所改正"(因而违反了他的本意,承认了理论的意义)。

---

*3 现在我感到,我本应在这里强调在本书其他地方也可以找到的一个观点(例如第19节的第4段和最后一段)。这个观点就是:观察总是对被观察的事实的**解释**,观察陈述和实验结果的陈述更是如此;它们是**根据理论的解释**。这就是下述为什么的主要理由之一:为什么找到理论的**证实**总是很容易但是靠不住,为什么假如我们不想进行循环论证,我们就必须对我们的理论采取一种**高度批判**的态度:试图反驳这理论的态度。

*4 马克斯·波恩[Max Born]简短而出色地叙述过这个故事,载《科学家和哲学家阿尔伯特·爱因斯坦》[*Albert Einstein, Philosopher-Scientist*],P. A. 希尔普编,1949年,第174页。有更好的例证,诸如亚当斯[Adams]和勒维耶[Leverrier]发现海王星,赫兹[Hertz]波的发现。

3 马赫,《热学原理》,1896年,第438页。

现在我们可以回答这样的问题:怎样和为什么我们优先于其他理论而接受一个理论?

这种优先选择当然完全不是由于经验证明组成理论的陈述所致;它不是由于在逻辑上把理论还原成经验所致。我们优先选择在和其他理论的竞争中最能坚持住的理论,在自然选择中证明自己最适于生存的理论。这种理论不仅迄今为止经受住最严格的检验,而且仍然可以用最严格的方法进行检验。理论是工具,我们通过应用它来检验它,我们通过它的应用结果来判断它的适应性。*[5]

从逻辑的观点看,理论的检验依靠基础陈述,而基础陈述的接受或拒绝则依靠我们的**决定**。因此,解决理论的命运的是**决定**。在这个程度内,我对"我们怎样选择理论"这一问题的回答和约定主义者给出的回答相似;而且像他一样,我说这种选择部分地决定于对效用的考虑。但是,尽管如此,在我的观点和他的观点之间仍然存在很大的不同。这 109
是因为我认为经验方法的特点正是:约定或决定不直接决定我们对**全称**陈述的接受,而是相反,它进入我们对**单称**陈述即基础陈述的接受。

约定主义者认为,他的**简单性**原则支配着全称陈述的接受,他选择最简单的系统。

我则相反,建议首先应该重视的是检验的严格性。(在我称为"简单性"的东西和检验的严格性之间有着密切的联系;但是,我的简单性观念和约定主义者的有很大的不同,见第 46 节。)而且我认为,最终决定理论的命运的是检验的结果,即关于基础陈述的一致意见。我与约定主义者一样认为:任何特定理论的选择是一个行动、一个实践的问题。但是,我认为选择受到理论的应用以及与这种应用相联系的基础陈述的接受的决定性影响;而约定主义者则认为,美学的动机是决定性的。

因此,和约定主义者不同,我认为,为意见一致所决定的陈述**不是**

---

*5 对"工具主义"观点的批评,参照第 12 节前的注 *1(第 59 页)和第 12 节注 1 中有星号的补充部分。

全称的而是单称的。我和实证主义不同,认为基础陈述不能为我们的直接经验所证明,而是从逻辑观点来看,因一个行动、一个自由的决定而接受。(从心理学的观点看来,也许这是一种有目标的和适应良好的反应。)

在**证明**和**决定**——遵循由规则支配的程序达到的决定——之间的这个重要区别,也许可以用一个类比来阐明:通过陪审团进行的古老的审判程序。

陪审团的**裁定**[*verdict*](*vere dictum* = 说实话),像实验工作者的裁决一样,是对事实问题(*quid facti*[什么事实]?)的回答,这问题必须以最鲜明、最确定的形式提给陪审团。但是,问什么问题,问题如何提出,主要视法律情境,即现行的刑法系统(相当于理论系统而定。由于意见一致,陪审团通过它的决定接受关于事实发生的陈述——可以说是基础陈述。这个决定的意义在于:从它和(刑法)系统的全称陈述一起,能演绎出一
110 定的推断。换句话说,这决定形成**应用**刑法系统的基础;这裁决起着一个"事实的真陈述"的作用。但是显然,这陈述不一定仅仅因为陪审团已经接受它就成为真的。这个事实是在允许废止或修改裁决的规则里得到承认的。

达到裁决遵循由规则支配的程序。这些规则建立在一定的基本原则的基础之上,设计这些基本原则,主要是(如果不是仅仅是)为了发现客观真理。有时这些规则不仅为主观确信甚至也为主观偏见留有余地。然而即使我们不考虑古老程序的这些特定方面,想象出一个完全建立在促进发现客观真理的目的基础上的程序,情况仍然是如此:陪审团的裁决决不证明它所断言的真理性,也不给这真理性提供根据。

也不能认为陪审团员的主观确信证明所达到的决定的正确性;虽然在主观确信和所达到的决定之间当然存在着密切的因果联系——这联系可以用心理学规律陈述;因此这些确信可以称为这决定的"动机"。与确信不是证明这一事实相联系的是这样的事实:可以有不同的规则来调节陪审团的程序(例如,简单多数或限定多数),这一点说

明,在陪审团员的确信和他们的裁决之间的关系可以有很大的变化。

和陪审团的裁决相反。法官的**判决**是“推理性的”。它需要,也包含着证明。法官试图用其他陈述即法律系统的陈述,和起到初始条件作用的裁决结合起来,去证明判决。或者从中合乎逻辑地演绎出判决来。这就是为什么可以用逻辑的根据对判决提出异议。另一方面对陪审团的决定提出异议,就只能质问决定是否遵循公认的程序规则而达到,就是说,只涉及决定的形式,不涉及它的内容。(决定的内容的证明被称作“动机报告”而不称作“逻辑证明报告”,这是意味深长的。)

在这个程序和我们借以决定基础陈述的程序之间的类似是清楚的。比如,这种类比帮助我们理解基础陈述的相对性和基础陈述如何依赖理论提出的问题的方式。在陪审团审判的情况下,除非首先通过决定达到一个裁决,显然不可能**应用**“理论”;然而,这裁决必须在遵循 111
因而应用一般法规的一部分的程序中才能作出。这种情况和基础陈述的情况类似。接受基础陈述是理论系统的应用的一部分;只有这个应用才使得这理论系统的进一步应用成为可能。

因此,客观科学的经验基础没有任何“绝对的”东西。[4] 科学不是

---

4 韦尔(前引书,第 83 页,英译本,第 116 页)写道:“……我认为,这一对对立物:**主观 - 绝对**和**客观 - 相对**似乎包含了我们能够从对自然的研究中得到的最深刻的认识论真理。谁想要绝对,他就必定同时也得到主观性(自我中心)。谁追求客观性,他就不能回避相对主义的问题。”在这之前还写道:“直接经验到的是**主观的和绝对的**……;另一方面,客观世界(自然科学设法把它沉淀成纯结晶形式)……是相对的”。波恩用类似的术语表达了这个意思(《爱因斯坦的相对论及其物理学原理》[*Die Relativitätstheorie Einsteins und ihre physikalschen Grundlagen*],第 3 版,1922 年,“导论”)。这个观点基本上是一贯地发展了的康德关于客观性的理论(对照第 8 节和这一节的注 1)。赖宁格也谈到这个情况。他在《心理—生理问题》[*Das Psycho-Physische Problem*],1916 年,第 29 页写道:“形而上学**作为科学**是不可能的……因为虽然绝对可以被经验到,并且由于这个理由能被直觉地感觉到,但是它不能用词语表达。因为‘*Spricht* die Seele, So spricht, ach! schon die *Seele* nicht mehr’(假如灵魂**说话**,那么,哎呀,说话的就不再是**灵魂**了)。”

建立在坚固的基岩上。可以说,科学理论的大胆结构耸立在沼泽之上。它就像树立在木桩上的建筑物,木桩从上面被打进沼泽中,但是没有到达任何自然的或“既定的”基底;假如我们停止下来不再把木桩打得更深一些,这不是因为我们已经达到了坚固的基础。我们只是在认为木桩至少暂时坚固得足以支持这个结构时候停止下来。

补遗 1972 年

(1)我的术语“基础”[basis]具有反语的含意:这是一种**不坚固的**基础。(2)我采取一种实在论和客观主义的观点,我试图用**批判的检验**来代替作为“基础”的**知觉**。(3)我们的观察经验决不能不受检验,它们浸透着理论。(4)“基础陈述”是“检验陈述”:它们和所有语言一样,浸透着理论(即使允许形成如“现在这里红”这样的陈述的“现象”语言,也浸透着关于时间、空间和颜色的理论)。

第六章

可检验度

理论是或多或少可以严格检验的;这就是说,或多或少可以容易证伪的。它们的可检验性的程度对于理论的选择是有意义的。 112

在这一章里,我要通过比较理论的潜在证伪者类来比较它们不同的可检验度或可证伪度。这个考察完全独立于是否有可能在绝对意义上区别可证伪的和不可证伪的理论这一问题。人们的确可以说,这一章通过表明可证伪性是一个程度问题而把可证伪性的要求“相对化”。

31. 纲领和例证

就如我们在第 23 节中看到的,假如至少存在一个同型基础陈述的非空类,而这些基础陈述为一个理论所禁止;就是说,假如这理论的潜在证伪者类不是空的,这个理论就是可证伪的。第 23 节中也说到,假如我们用一圆面积代表所有可能的基础陈述类,用圆的半径代表可能的事情,那么我们可以说,至少有**一条**半径——也许更确切地说,一条窄的扇形,它的宽度可以代表事件应是“可观察的”这一事实——必须是和这理论不相容的,是为这理论所排除的。因此,人们可以用不同宽度的扇形代表各种理论的潜在证伪者。按照这些理论排除的扇形宽度的大小,可以表明理论具有或多或少的潜在证伪者(暂时不谈这个“或多”“或少”是否可能精确测定的问题)。因此可以进一步说,假如一个理论的潜在证伪者类比另一个理论的潜在证伪者类“大”,那么第一个理论就有更多的机会为经验所反驳;因此,和第二个理论相比较,第一 113
个理论可以说具有“更高的可证伪度”。这也就意味着,第一个理论关

于经验世界比第二个理论**说得更多**,因为它排除的基础陈述类较大。虽然允许的陈述类因而变得更小,这并不影响我们的论证;因为我们已经看到,理论对于这个类并不断言任何东西。因此可以说,一个理论传达的经验信息量,或者它的**经验内容**,随着它的可证伪度的增加而增加。

现在我们设想,给我们一个理论,代表这理论禁止的基础陈述的扇形变得越来越宽。最后只留下一条窄的扇形代表着不为这理论所禁止的基础陈述(假如这理论是无矛盾的,就必定会有这样的扇形留下)。像这样的理论显然很容易证伪,因为它只允许经验世界有一个很小范围的可能性;因为它排除了几乎所有可设想的,即逻辑上可能的事件。它对经验世界断言如此之多,它的经验内容如此之大,以至可以说很少有逃脱被证伪的机会。

确切地说,理论科学的目的就在于获得在上述意义上易于证伪的理论。它的目的在于限制允许的事件到最小的范围,假如能够做到的话,小到这样的程度,任何进一步的限制就会导致这理论的实际的经验的证伪。假如我们能成功地获得这样一个理论,那么这个理论就能描述"我们的特殊世界"精确到理论描述所可能达到的程度;因为它会用理论科学所可能达到的最大的精确性,来从所有在逻辑上可能的经验世界类中挑选出"我们的经验"世界来。所有我们实际遭遇到和观察到的所有事件或偶发事件类,而且只有这些,才称作"被允许的"。*[1]

32. 如何比较潜在证伪者类

114 潜在证伪者类是无限类。直觉的"较多"和"较少",不要任何特殊保证条件就可应用于有限类,却不能同样地应用于无限类。

我们不容易躲开这个困难。即使我们为作比较而考虑被禁止的事

---

*1 关于科学目的的进一步论述,见附录 * X,以及《后记》第 * 15 节,我的论文"科学的目标"[The Aim of Scjence],《理性》[*Ratio*] 1,1957 年,第 24 - 35 页。

件类，而不考虑被禁止的基础陈述或**事例**，为了弄清其中哪一个含有“更多的”被禁止的事件，也不易躲开上述困难。因为某一经验理论所禁止的事件数也是无限的，这点可以从下列事实中看出：一个被禁止的事件和任何其他事件（不管它是否是被禁止的）的合取又是一个被禁止的事件。

我将考虑三种方法，即使在无限类的情况下，也给予这直觉的“较多”或“较少”一个精确的意义，以便找出其中哪一种可用来比较被禁止的事件类。

（1）类的**基数（或幂）**的概念。这个概念不能帮助我们解决我们的问题，因为很容易看出，潜在证伪者类对所有的理论有着同一的基数[1]。

（2）**维的概念**。立方体以某种方式包含比直线更多的点，这个模糊的直观的观念，能够通过集合论的“维”概念以逻辑上无懈可击的术语清楚地表述。这种概念对点的类或集是按照在它们的元素之间的“邻域关系”的丰度加以区别的：更高维的集具有更丰富的邻域关系。维的概念，使我们能比较“较高”和“较低”维的类，这里将被用来处理比较可检验度的问题。这是可能的，因为基础陈述通过和其他基础陈述的合取结合起来又产生基础陈述，这个新产生的基础陈述比它们的组成部分“具有更高的复合度”；而基础陈述的这个复合度可以和维的概念联系起来。不过，必须使用被允许的事件的复合而不是被禁止的事件的复合。理由是，一个理论禁止的事件可以有任何复合度；另一方面，某些被允许的陈述之所以被允许，只是因为它们的形式，或者更确 115
切地说，因为它们的复合度太低，以至使它们不能和该理论相矛盾；可

1　塔尔斯基证明，在一定的假定下，每一个陈述类是可数的（参照《数学与物理月刊》[*Monatshefte f. Mathem. u. Physik*] 40，1933 年，第 100 页，注 10）。* 由于类似原因（即因为一种语言的全部陈述集是可数的），测量概念不适用。

以利用这个事实来比较维。*[1]

(3)**子类关系**。设类 α 的所有元素也是类 β 的元素,因而 α 是 β 的子类(符号表示:$\alpha \subset \beta$)。那么,或者 β 的所有元素也是 α 的元素——在这种情况下,我们说这两类具有相同的外延或者说它们是等同的——或者 β 的有些元素不属于 α。在后一种情况下,不属于 α 的 β 的元素形成"余类"或称为 α 对于 β 的**补类**,α 是 β 的一个**真子类**。子类关系和直觉的"较多"和"较少"非常对应,但是,它的不利之处是,这种关系只能用来比较两个互相包含的类。所以,假如两个潜在证伪者类不是互相包含,而是互相交叉,或者它们没有共同的元素,那么,相应的理论的可证伪度就不能用子类关系来比较;它们对于这种关系来说,是不可比的。

33. 用子类关系比较可证伪度

暂时引进下列定义,以后在讨论理论的维数时将加以改进。*[1]

(1)说陈述 x 比陈述 y"更高度可证伪"或"更可检验",或用符号表示:$Fsb(x) > Fsb(y)$,当且仅当 x 的潜在证伪者类包含作为一个**真子类**的 y 的潜在证伪者类。

(2)如果两个陈述 x 和 y 的潜在证伪者类同一,则它们有相同的可证伪度,即:$Fsb(x) = Fab(y)$。

116 (3)如果这两个陈述的潜在证伪者类并不作为真子类相互包含,则这两个陈述没有可比的可证伪度($Fsb(x) \parallel Fsb(y)$)。

---

*1 德语"*komplex*"在这里以及类似的段落里被译成"**复合的**"[*composite*]而不是"**复杂的**"[*complex*]。理由是它不像英语"complex"[复杂的]那样表示"simple"[简单的]的反面。简单的("*einfach*")的反面在德语里是"*kompliziert*"[复杂的](参照第 41 节第一段,在那里"*kompIiziert*"译为"complex")。鉴于**简单度**是本书的主要问题之一这个事实,在这里(还有在第 38 节)谈**复杂度**会引起误解。所以,我决定使用"**复合度**"这个术语,这个术语似乎非常适合于语境。

1 见第 38 节,以及附录 i 、 vii 和viii。

假如(1)适用,总是有一个非空的补类。在全称陈述的情况下,这个补类必定是无限的。因此,两个(严格全称)理论不可能有这样的区别:其中一个理论禁止为另一个理论所允许的有限数量的单个偶发事件。

所有重言的和形而上学的陈述的潜在证伪者类都是空的。所以,按照(2),它们是同一的。(因为,空类是所有类的子类,因而也是空类的子类,所以,所有空类是同一的;这一点可以表示为:只存在一个空类。)如果我们用"e"表示经验陈述,用"t"或"m"分别表示重言的或形而上学的陈述(例如,纯粹存在陈述),那么我们可以给重言的或形而上学的陈述一个零可证伪度,我们写作:$Fsb(t) = Fsb(m) = 0$,而且 $Fsb(e) > 0$。

自相矛盾的陈述(可以用"c"来表示),可以说是具有所有在逻辑上可能的基础陈述作为它的潜在证伪者类。这个意思就是说,任何陈述,就其可证伪度而言,都是和自相矛盾陈述可比的。我们得出:$Fsb(c) > Fsb(e) > 0$。*2 如果我们任意地设 $Fsb(c) = 1$,即任意地把 1 赋予某一自相矛盾的陈述的可证伪度,那么我们甚至可以用条件 $1 > Fsb(e) > 0$ 来定义经验陈述 e。按照这个公式,$Fsb(e)$ 总是在 0 和 1 之间的间隔内,不包括两端,即在以这两个数字为界的"开放间隔"内。由于把矛盾陈述和重言陈述(形而上学陈述也一样)排除在外,这个公式同时表达了**无矛盾性的要求和可证伪性的要求**。

34. 子类关系的结构　逻辑概率

我们已经用子类关系对两个陈述的可证伪度的比较下了定义。因此,可证伪度的比较就具有子类关系的所有结构性质。可比较性问题可以用一个图(图 1)来说明。在这个图中,左边画的是某些子类关系,右边画的是相应的可检验性关系。右边的阿拉伯数字对应于左边的罗 117

*2 不过,今见附录 * vii。

马数字,某一罗马数字表示相应的阿拉伯数字所表示的那个陈述的潜在证伪者类。在这个图里表示可检验度的箭头,从具有更可检验的或更可证伪的陈述走向不那么可检验的陈述(因此它们相当准确地与可推导性箭头相当;见第 35 节)。

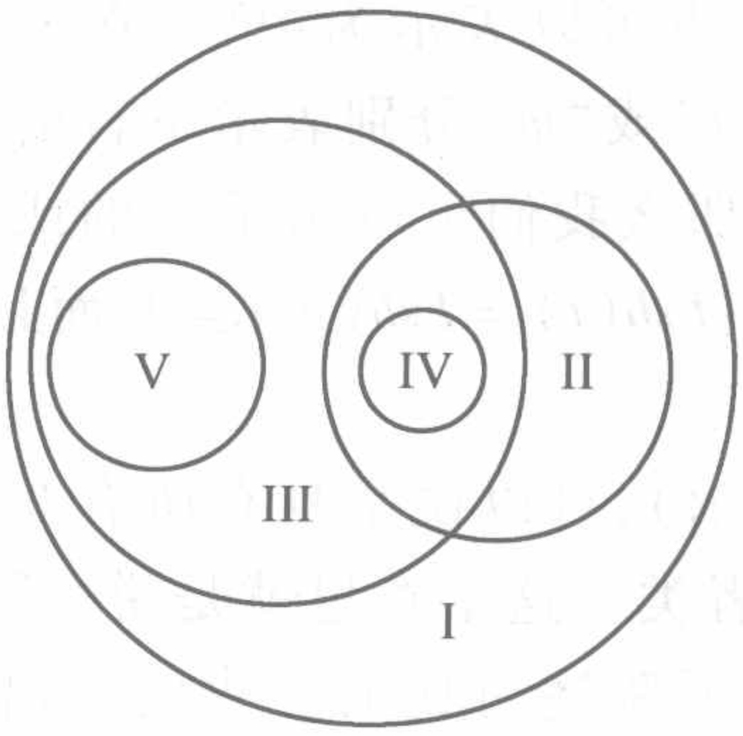
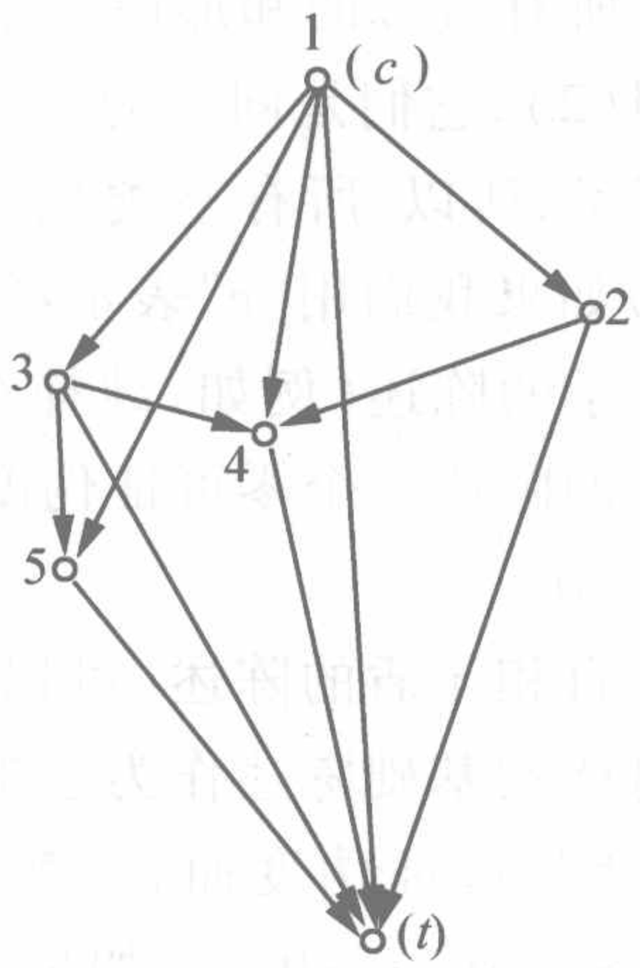


图 1



从图中可以看出,各种子类序列可加以区别和追溯,例如,序列Ⅰ-Ⅱ-Ⅳ或Ⅰ-Ⅲ-Ⅴ;并且可以看出,引进新的中间类,可以使得这些序列更加“密集”。所有这些序列在这个特殊情况下都始于Ⅰ和终于空类,因为空类被包含在每一个类里(在左面的图里,不可能画出空类,只是因为它是每一个类的子类,因此可以说必须出现在每一个地方)。如果我们选择类Ⅰ作为所有可能的基础陈述类,那么Ⅰ就变成矛盾陈述
118 (c),而 0(相当于空类)就可以表示重言陈述(t)。从Ⅰ到空类,或者从(c)到(t),可能通过各种途径;从右边的图中可以看出,某些途径可以互相交叉。因此我们可以说,这种关系的结构是一种网络结构(由箭头或子类关系排列成的“序列的网络”)。在节结点(例如,陈述 4 和 5)网络部分地联结起来。只有在普遍类和空类里,对应于矛盾陈述 c 和重言陈述 t;关系才完全联结起来。

是否可能把各种陈述的可证伪度排列在一个标尺上,即把按照它们的可证伪度排列的数字同各种陈述相关起来?显然,我们不可能用

这种方法把所有的陈述排列起来，*[1] 因为如果能够的话，我们就会随意地使得那些不可比的陈述成为可比的。但是，我们完全可以从网络中挑选出某个序列，用数字来表示该序列陈述的次序。这样做时，我们必须给距离矛盾陈述 c 较近的陈述的数字，比给距离重言陈述 t 较近的陈述高。由于我们已经分别以 0 和 1 赋予重言陈述和矛盾陈述，我们就必须以**真分数**赋予所挑选的序列中的经验陈述。

然而，我并不真正想挑选出某一个序列来。赋予这序列中的陈述以数字也是完全任意的。不过，能够赋予这样一些分数，这一事实有很大意义，特别是因为它说明了在可证伪度和**概率**观念之间的联系。每当我们能比较两个陈述的可证伪度时，我们就能说，可证伪度较小的陈述由于它的逻辑形式，也是概率较大的，这种概率我称为*[2]“**逻辑概率**”。[1] 不可把它和在博奕论和统计学中使用的数值概率相混淆。**陈述的逻辑概率和它的可证伪度是互补的**：它随可证伪度的减少而增加。 119

*1 我仍然相信，引进一种**度量**来使得所有陈述成为可比的这种试图，必定含有一种任意的超逻辑的因素。这点在下面这样的陈述中很明显：“所有成年人的高度超过二英尺”（或者，“所有成年人的高度低于九英尺”）；那就是说，带有陈说可测量性质的谓词的陈述。因为可以看出，在这种情况下，内容或可证伪性的度量必须是谓词的度量的函数，而谓词的度量必定总是含有任意的或是超逻辑的因素。当然，我们可以构建人工语言，为它规定一种度量。无论如何只要仅允许使用不连续的、定性的、是或否的谓词（与定量的、可测量的谓词相反），但是不管测量是如何的“明显”，得出的测量仍将不是纯逻辑的。

*2 现在（自 1938 年以后；参照附录 * ii）我用“绝对逻辑概率”这一术语而不用“逻辑概率”，是为了把它和“相对逻辑概率”（或者“条件逻辑概率”）相区别。参见附录 * iv 和 vii 至 ix。

1 这个逻辑概率（倒转的可检验性）观念相当于博尔扎诺[Bolzano]的妥当性[validity]概念，特别是当他把它用于**陈述的比较**时。例如，他把在可推导关系中的大命题描述为有较少正确性的陈述，把后件看作有较大正确性的陈述。（《科学学说》[*Wissenschaftslehre*]，1837，Vol. Ⅱ，§157，No. 1）。他的妥当性概念和概率概念的关系，博尔扎诺在上引书 §147 里作了解释。参照凯恩斯，《论概率》，1921 年，第 224 页，那里举的例子显示我的逻辑概率的比较与凯恩斯的“我们先验地赋予一个概括的概率的比较”是同一的。参见第 36 节注 1 和第 83 节注 1。

逻辑概率 1 相当于可证伪度 0,反过来也是如此。具有更可检验度的陈述,即具有更高可证伪度的陈述,是在逻辑上更少可几的陈述;而可检验性较差的陈述是在逻辑上更可几的陈述。

在第 72 节中将看到,**数值**概率能和逻辑概率联结起来,因而也能和可证伪度联结起来。有可能把数值概率解释为适用于(从逻辑概率关系中挑选出来的)子系列的东西,可以在频率估计的基础上为这子系列规定一种**测量系统**。

这些对可证伪度比较的考察不仅适用于全称陈述或理论系统;它们也可推广应用于单称陈述。例如,它们适用于和初始条件合取的理论。在这种情况下,潜在证伪者类不可被误认为事件类——同型的基础陈述类——因为它是事例类(这点和将在第 72 节中分析的逻辑概率和数值概率之间的联系有某种关系)。

35. 经验内容、衍推和可证伪度

在第 31 节中说到,我称之为陈述的**经验内容**的东西随着它的可证伪
120 度而增加:陈述禁止越多,它对经验世界所说越多(参照第 6 节)。我称为"经验内容"的东西和比如卡尔纳普[1]定义的"内容"概念有密切的关系,但不是同一的。对于后者,我使用术语"逻辑内容",以与**经验**内容相区别。

我定义陈述 p 的**经验内容**为它的潜在证伪者类(参照第 31 节)。**逻辑内容**,借可推导性概念之助,被定义为从该陈述中可推导出的所有非重言陈述类(可以称作它的"后承类")。所以,p 的逻辑内容**至少等于**(即大于或等于)陈述 q 的逻辑内容,如 q 可从 p 中推导出来(符号表示:如"$p \rightarrow q$"*1)。如果可推导性是相互的(符号:"$p \longleftrightarrow q$"),则说 p

---

1 卡尔纳普,《认识》2,1932 年,第 458 页。

*1 按照这个解释,"$p \rightarrow q$"意味着,有着前件 p 和后件 p 的条件陈述是**重言的**,或在逻辑上真的。(在写本文时,我对这点并不清楚;也不懂得下列事实的意义:关于可推导性的论断是一种元语言学的论断。参见第 18 节注 *1。)因此"$p \rightarrow q$"在这里可以读作:"p 衍推 q"。

和 q 有相同的内容。[2] 如 q 可从 p 中推导出，而 p 不能从 q 中推导出，则 q 的后承类，一定是 p 的后承类的一个真子集；则 p 具有更大的后承类，并且从而具有更大的逻辑内容（或者逻辑力 *[2]）。

我的**经验内容**的定义的一个推断是，两个陈述 p 和 q 的逻辑内容和经验内容的比较导致相同的结果，假如作比较的陈述不包含形而上学要素的话。因此我们要求：(a) 有着相等的逻辑内容的两个陈述也必定具有相等的经验内容；(b) 陈述 p 的逻辑内容大于陈述 q 的逻辑内容，也必定具有更大的经验内容，或者至少相等的经验内容；最后 (c) 假如陈述 p 的经验内容大于陈述 q 的经验内容，那么它的逻辑内容必定更大，否则就是不可比的。在 (b) 里必须加上“或者至少相等的经验内容”，这个限制因为 p 例如可能是 q 和某个纯粹存在陈述或其他某类形而上学陈述（我们必须赋予一定的逻辑内容）的合取；因为在这种情 121
况下，p 的经验内容将不大于 q 的经验内容。相应的考虑使得在 (c) 上加上“否则就是不可比的”这条限制成为必要。*[3]

因此，在比较可检验度或经验内容度时，我们通常——就是说，在纯粹经验陈述的情况下——达到和比较逻辑内容或可推导性关系时所达到的相同的结果。因此，可能把可证伪度的比较在很大程度上建立在可推导性关系的基础之上。两种关系都表明网络的形式，这网络在自相矛盾陈述和重言陈述里完全地联结起来（参照第 34 节）。这一点可以下列说法表示：自相矛盾陈述衍推每一个陈述，而重言陈述为每一个陈述所衍推。而且，我们已经看到，**经验**陈述可被描述成这样的陈述：它们的可证伪度落在以自相矛盾陈述的可证伪度为一端，以重言陈述的可证伪度为另一端的开放间隔中间。相同地，一般的**综合**陈述

---

2 卡尔纳普，在上引书中说：“元逻辑术语‘内容相等’定义为‘可相互推导’。”卡尔纳普的《语言的逻辑句法》[*Logische Syntax der Sprache*]，1934 年，和他的《科学逻辑的任务》[*Die Aufgabe der Wissenschaftslogik*]（1934 年）出版太晚，这里不能考虑。

*2 如 p 的逻辑内容超过 q 的，则我们也说：**p 在逻辑上比 q 强，或者，它的逻辑力超过 q 的。**

*3 另外，见附录 * vii。

(包括非经验的陈述)也由于衍推关系,被放置在自相矛盾陈述和重言陈述之间的开放间隔中间。

因此,和所有非经验的(形而上学的)陈述都是"无意义的"实证主义命题相对应的就会是这样的命题:我在**经验**的陈述和**综合**的陈述之间,或在**经验**内容和**逻辑**内容之间所作的区别是多余的;因为所有综合陈述必须是经验的——即所有都是真正的而不只是伪陈述。但是,我认为,这种使用词的方式,虽然是可行的,并不能把问题澄清,反而把问题混淆了。

因此,我把对两个陈述的经验内容所作的比较,看作等同于对它们的可证伪度所作的比较。这就使得我们的方法论规则,即应该选择那些能经受最严格的检验的理论(参照第 20 节中反约定主义的规则),等同于这样的规则:选择具有最大可能的经验内容的理论。

36. 普遍性水平和精确度

还有其他的方法论要求,可以还原为对最大可能的经验内容的要
122 求。其中两个要求是突出的:对可能达到的最高水平(或程度)的**普遍性**的要求,和对可能达到的最高**精确度**的要求。

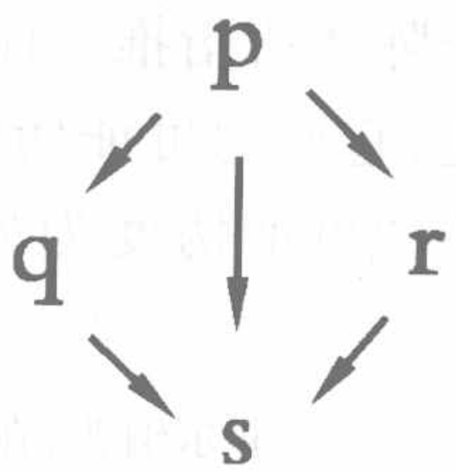
考虑到这些要求,我们来考察下列可设想的自然律:

p:所有在封闭轨道中运行的天体作圆形运动,或者更简洁地说,所有**天体轨道是圆**。

q:所有**行星轨道是圆**。

r:所有**天体轨道是椭圆**。

s:所有**行星轨道是椭圆**。



在这四个陈述中存在的可推导性关系在我的图中用箭头表示。从 *p* 可以得出所有其他的陈述,从 *q* 可以得出 *s*,*s* 也可从 *r* 得出;所以 *s* 可以从所有其他陈述得出。

从 p 移动到 q，**普遍性程度**减少；q 表达的比 p 少，因为行星轨道形成天体轨道的一个真子类。因此，p 比 q 更易于被证伪：如 q 被证伪，p 也被证伪，但是反之不然。从 p 移动到 r，（谓语的）**精确度**减少：圆是椭圆的真子类；如 r 被证伪，p 也被证伪，但是反之不然。相应的话可以应用到其他的移动上：从 p 移动到 s，普遍性程度和精确度二者都减少；从 q 到 s，精确度减少；而从 r 到 s，普遍性程度减少。和较高程度的普遍性或精确度相对应的是较大的（逻辑的，或）经验的内容，因而有较高的可证伪度。

全称陈述和单称陈述二者都可以写成“全称条件陈述”的形式（或者经常称作“一般蕴涵”）。假如我们把我们的四个定律写成这个形式，那么我们也许能更容易和更准确地看到两个陈述的普遍性程度和精确度是如何进行比较的。

全称条件陈述（参照第 14 节注 6）可以写成下列形式：“$(x)(\varphi x \rightarrow fx)$”，或者读为：“所有 x 的值，满足陈述函项 φx 的，也满足陈述函项 fx。”我们图中的陈述 s 产生下列例子：“(x)（x 是一颗行星的轨道 $\rightarrow x$ 是一个椭圆）”的意思是：“不论 x 是什么，如果 x 是一颗行星的轨道，则 x 是一个椭圆。”设 p 和 q 是写成这种“标准”形式的两个陈述；那么我们可以说，p 比 q 有着更大的普遍性，因为 p 的前件陈述函项（可以用“$\varphi_p x$”来表示）是重言地蕴含于（或可合乎逻辑地推导于）但是不等同于 q 的相应的陈述函项（可以用“$\varphi_q x$”来表示）；或换言之，因为“$(x)(\varphi_q x \rightarrow \varphi_p x)$”是**重言的**（或逻辑上真的）。同样，我们说，p 比 q 有着更大的精确性，如果“$(x)(f_p x \rightarrow f_q x)$”是重言的，即如果 p 的谓词（或者后件陈述函项）比 q 的谓词更窄，这就意味着：p 的谓词衍推 q 的谓词。*1 123

这个定义可以推广到有着不止一个变量的陈述函项中。基本的逻辑变换从它导至我们已断言过的可推导性关系，这种关系可以用下列

---

*1 可以看出，在本节中（和第 18、35 节相反），箭头用来表示的与其说是衍推关系，不如说是条件关系；还可参照第 18 节注 *1。

规则来表示：[1] 如果两个陈述的普遍性和精确性都是可比的，那么，较不普遍或较不精确的陈述可以从较普遍或较精确的陈述中推导出来；当然，除非一个更普遍而另一个更精确（如在我的图中 q 和 r 的情况）。[2]

现在，我们可以说，我们的方法论决定——有时被形而上学地解释成为因果性原理——应该不让任何事情得不到解释，即总是试图从其他具有更高普遍性的陈述中推导出陈述来。这个决定是从可以达到的最高普遍性程度和精确度的要求中推导出来的，而这个要求是可以还原成这样的要求或规则的：应该选择能能够经受的起最严格检验的理论。*[2]

37. 逻辑域　略论测度理论

124 如果陈述 p，由于具有更高水平的普遍性或精确性，比陈述 q 更易于证伪，那么，为 p 所允许的基础陈述类是为 q 所允许的基础陈述类的一个真子类。适用于被允许的陈述类之间的子类关系，是适用于被禁止的陈述（潜在证伪者）类之间的子类关系的对立物：这两个关系可以说是相反的（也许可以说是互补的）。为一个陈述所允许的基础陈述

1　我们可以写成：$[(\phi_q x \rightarrow \phi_p x) \cdot (f_p x \rightarrow f_q x)] \rightarrow$，$[(\phi_p x \rightarrow f_p x) \rightarrow (\phi_q x \rightarrow f_q x)]$ 或者短一些：$[(\phi_q \rightarrow \phi_p) \cdot (f_p \rightarrow f_q)] \rightarrow (p \rightarrow q)$。* 在本文里断言过的这个公式的基本性变得清楚，如果我们写成："$[(a \rightarrow b) \cdot (c \rightarrow d)] \rightarrow [(b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow d)]$"。然后按照本文我们以"$p$"代"$b \rightarrow c$"，以"$q$"代"$a \rightarrow d$"，等等。

2　我所谓陈述的较高普遍性大体相当于古典逻辑所说的较大的"主词外延"，我所谓较大的精确性相当于较小的外延，或"谓词的限制"。我们刚讨论的关于可推导性关系的规则，可以看作对古典的"全或无原理"[*dictum de omni et nullo*]和"记号的记号"[*nota-notae*]原理，"中介谓词的基本原理"的澄清和结合。参照博尔扎诺，《科学学说》Ⅱ，(1837)，§263，Nos. I 和 4；屈尔珀，《逻辑讲座》[*Vorlesungen über Logik*]（沙尔兹[Selz]编，1923 年），§34，5 和 7。

*2　参见我的《后记》第 *15 节和第 *ⅳ章，特别是第 *76 节，注 1 的本文。

类,可以称作它的"**域**"。[1] 一个陈述允许实在有的"域",可以说是它允许实在"自由活动"的范围(或者自由度)。域和经验内容(参照第35节)是相反(或互补)的概念。因此,两个陈述的域的相互关系和它们的逻辑概率的相互关系一样(参照第34、72节)。

我引进域概念,因为它帮助我们处理跟**测度的精确度**相联系的某些问题。假定两个理论的推断在所有的应用领域里区别是如此之小,以至在计算可观察事件之间的细微差别由于在我们的测度中可达到的精确度不够高而不能检测到。因此,不首先改进我们的测度技术,就不可能用实验在这两个理论中作出判定。*[1] 这表明,现行的测度技术决定了一定的域——一个范围,在这个范围内观察其间的差别为理论所允许。

因此,理论应该有可达到的最高可检验度(因此只允许最窄的域),这一规则衍推这样的要求:测度的精确度应尽可能提高。

人们经常说,所有测度都在于确定点的重合。但是任何这种确定只能在某些限度内才是正确的。在严格的意义上,不存在点的重合。*[2] 两个物理"点"——比如,在量杆上的一个标记,在被测度物体 125
上的另一个标记——它们至多能做到靠得很近;但不能重合,即不能合并成一点。不管在其他场合这个说法是如何的平凡,它对测度的精确性来说是重要的。因为它使我们想到,测度应该用下列术语来描述。我们发现,被测度的物体的点落在量杆的两个级别或标记**之间**,或者比方说,我们的测度仪器的指针落在刻度的两级**之间**。然后我们可以或

---

1 域(*Spielraum*)概念为冯·克里斯[von Kries](1886年)所引进,类似概念可在博尔扎诺的书中找到。魏斯曼(《认识》1,1930年,第228页以后)试图把域理论和频率理论结合起来;参照第72节。*凯恩斯(《概率论》,第88页)译"*Spielraum*"为"field",这里我译为"range";他也用"scope"(第224页),我看完全是一回事。

*1 我相信,这一点迪昂作了错误的解释。见他的《物理理论的目标与结构》[*Aim and Structure of Physical Theory*],第137页以后。

*2 注意:在这里我说的是测度,不是计算(在这二者之间的区别是与在实数和有理数之间的区别有密切的关系)。

者把这些级别或标记看作我们误差的两个最佳界限,或者去估计(比方说)指针在刻度间隔内的位置,因而得到一个比较准确的结果。人们可以这样描述后一情况:我们使指针落在两个想象中的分级标记之间。因此,一个间隔、一个域总是存留着。物理学家的习惯是每一次测度都要估计这个间隔。(因此,例如他们效法密立根[Millikan]用静电单位测度电子的基本电荷,得出 $e = 4.774.10^{-10}$,加上:不精确范围是 $\pm 0.005.10^{-10}$。)但是这里发生一个问题。人们用**两个**标记——即间隔的两个边界——来代替刻度上的一个标记的目的究竟是什么,对于这两个边界的每一个,又一定会提出同样的问题:对于这间隔的边界,什么是准确性的界限呢?

给出间隔的边界显然是无用的,除非这两个边界本身能以大大超过我们对原来的测度所希望达到的精确度确定下来;即在它们不精确的间隔内确定下来,这些间隔因此应该比它们为原来的测度值确定的间隔小几个数量级。换句话说,间隔的边界不是截然分明的,而实际上是很小的间隔,这个间隔的边界本身仍然是更小得多的间隔,等等。就这样我们达到了可以称为间隔的"不分明的边界"或"**缩聚边界**"的观念。

这些考虑并不以误差的数学理论和概率论为前提。这走的是另一条迂回的路;通过分析测度间隔的观念,这些考虑提供了一个背景,如
126 果没有这个背景,误差的统计理论就没有什么意义。如果我们测度一个量许多次,我们得到的数值以不同的密度分布在某一间隔——精确性的间隔依赖现行的测量技术。仅当我们知道我们追求什么——即这个间隙的缩聚边界——我们才能把误差理论应用到这些数值上,并确定间隔的边界。*3

现在我想所有这一切多少说明了**使用测度方法对于纯定性方法的优越性**。即使在定性估计的情况下,例如对一个乐音的音高的估计,有时也可能为这种估计给出一个准确性的间隔,这是正确的;但是,没有

---

*3 重印于附录 * ix 的"第三条札记"第 8 点以下所谈及的结果与这些考虑密切相关,并为之提供说明力。关于测度理论的"深度"的意义,参见《后记》第 * 15 节。

测度,任何这样的间隔只能是很模糊的,因为在这种情况下,不能应用缩聚边界的概念。这个概念只能在我们可以谈到数量级的地方因而只能在规定了测度方法的地方才适用。我将在第 68 节中联系到概率论,进一步运用精确性间隔的缩聚边界这一概念。

38. 用维与可检验度进行比较

直到现在为止,我们仅在理论可以借助子类关系来作比较的范围内来比较它们的可检验度。在某些情况下,这个方法在指导我们选择理论方面很成功。因此现在我们可以说,在第 20 节中举例说到的泡里的不相容原理的确证明是一个令人满意的辅助假说。因为它极大地增加了旧的量子论的精确度,因而增加了可检验度(如新量子论的相应的陈述断言:电子具有反对称状态,而不带电粒子和某些带大量电荷的粒子具有对称状态)。

然而,对于很多目的来说,用子类关系的方法来进行比较是不够的。因此,例如弗兰克指出,具有高水平的普遍性的陈述——例如在普 127
朗克公式里的能量守恒原理——易于变成重言的,失去它们的经验内容,除非初始条件可以"用**少数**测度,……即依靠系统状态特有的很少几个量值"来确定。[1] 关于必须确定和代入公式的参量的数目的问题是不能借助子类关系的帮助来阐明的,尽管它是显然与可检验性和可证伪性以及它们的程度密切联系着的。确定初始条件需要的量值越少,足以使理论被证伪的基础陈述就越不是复合的;*[1] 因为起证伪作用的基础陈述,是由初始条件和推导出的预见的否定二者的合取组成的(参照第 28 节)。因此,通过弄清一个基础陈述必须有的最小复合度(如果它能够与理论矛盾的话),就有可能比较理论的可检验度;只要我们能找到一种方法来比较基础陈述以弄清它们是否更(或不那

---

1 .参照弗兰克,《因果律及其界限》,1931 年,例如第 24 页。

*1 关于"复合的"这一术语见第 32 节注 *1。

么)复合的,即是否是大量(或小量)比较简单的一种基础陈述的复合物。所有复合度没有达到必要的最低限度的基础陈述,不管它们内容如何,只是由于它们的低复合度,就都是为理论所允许的。

但是,任何这样的纲领都面临着困难。因为一般地说,单靠检查,是不容易说出一个陈述是否是复合的,即是否等于更简单的陈述的合取。在所有的陈述里,都出现普遍名称,通过分析它们,人们往往能把陈述分解为合取的成分(例如,陈述"在 k 地有一玻璃杯水"也许可以被分析和分解成两个陈述:"在 k 地有一玻璃杯盛着一种液体"和"在 k 地有水")。用这种方法来分解陈述,没有希望找到任何自然的终点,特别是因为,我们为了使进一步分解成为可能,总能引进新的已定义的普遍名称。

为了使得所有基础陈述的复合度成为可比的,可以建议:我们必须
128 选择一定的陈述类作为**基本**的或**原子**的陈述,[2] 然后通过合取和其他的逻辑运算就能够从这些基本或原子陈述中得到所有其他陈述。如果成功,我们就应用这种方法来定义复合的"绝对零度",然后可以把任何陈述的复合表示为可以说是绝对复合度。*[2] 但是由于上面已经说过的理由,这样一种程序必须被认为是非常不适当的;因为它会给科学语

---

2 维特根斯坦《逻辑哲学论》[*Tractatus Logico-Philosophicus*]"基本命题"之命题5:"命题是基本命题的真值函项"。在怀特海和罗素的《数学原理》[*Principia Mathematica*]第一卷,1925 年第 2 版导论,第 xv 页以后是"原子命题"(和复合的"分子命题"相对立),参见 C. K. 奥格登[C. K. Ogden]翻译维特根斯坦的术语"*Elementarsatz*"为"基本命题"(参看《逻辑哲学论》4.21),而罗素在维氏的《逻辑哲学论》序言(1922 年),第 13 页中,把这个术语翻译为"原子命题"。后一术语更为流行。

*2 当然,绝对的复合度决定绝对的内容度,因而也决定绝对的逻辑不可几度。这里指出的通过挑选出一定的绝对原子陈述类来引进不可几性,因而也引进概率的纲领(以前例如维特根斯坦大致描述过)最近由卡尔纳普在他的著作《概然性的逻辑基础》[*Logical Foundations of Probability*](1950 年)里为了建立归纳的理论而详细论述过。参见我在本书英译本序言(1958 年)里关于模型语言的评论,在那里我提到:第三模型语言(卡尔纳普的语言系统)不允许可测量的性质(在它的现有形式里,也不允许引进时间或空间次序)。

言的自由使用施加苛刻的限制。*3

然而，比较基础陈述的复合度，因而也比较其他陈述的复合度，仍然是可能的。可以这样做：任意选择一个**相对**的原子陈述类，我们把它作为进行比较的基础。这样一种相对原子陈述类可以用**生成的图式或母式**来定义（例如，“在……地方为了……有一个量器，它的指针指在刻度……和……之间”）。然后，我们可以通过代入确定值，从这种母式（或者陈述函项）中得到的所有陈述类定义为相对原子的，因而定义为等复合的。这些陈述类，与所有可从这些陈述形成的合取一起，可以称之为一个“**场**”。一个场的 n 个不同的相对原子陈述的合取，可以称之为“这场的 n 组复合”，并且我们可以说，它的复合度等于数 n。 129

如果对一个理论 t，存在这样一个单称（但是不一定是基础）陈述场：对某个数目 d，理论 t 不能为这场的任何 d 组复合所证伪，虽然它能为某些 $d+1$ 组复合所证伪，那么我们称 d 为理论对于那个场的**特性数**［*characteristic number*］。因此，这场的复合度低于 d 或等于 d 的所有陈述是同这理论相容的，是为这理论所允许的，不管这些陈述的内容是什么。

现在就有可能把对理论的的可检验度的比较建立在这个特性数 d 的基础之上。但是为了避免在使用不同的场时可能造成的不一贯，有必要使用一个比场这一概念更窄的概念，就是**应用场**的概念。如果已知理论 t，我们说一个场是这**理论 t 的一个应用场**，假如对于这个场，存在理论 t 的一个特性数 d，而且假如它满足其他一些条件。

一个理论 t 对于一个应用场的特性数 d，我称之为 t 对于这个应用场的维。“维”这个词本身就说明了问题，因为我们可以把场的所有可能的 n 组复合看作有空间结构的（在无限维的构型空间中）。例如，若

---

*3 这里非常朴素地使用“科学语言”这个词，不能用现在称为“语言系统”的专门意义来解释它。相反，我的主要论点是，我们必须记住，科学家不能使用“语言系统”，因为他们在采取每一个新步骤时经常不得不改变他们的语言。“物质”或“原子”在卢瑟福［Rutherford］以后，以及“物质”或“能量”，在爱因斯坦以后的意义和以前的意义不一样。这些概念的意义是经常变化着的**理论**的函数。

$d = 3$,则那些可允许的陈述(因为它们的复合度太低)形成这个构型的一个三维的子空间。从 $d=3$ 过渡到 $d=2$,相应于从立体过渡到平面。维数 d 越小,容许的陈述类(这些陈述由于它们的复合度低,不管内容如何,不能与这理论矛盾)受到的限制就越严格,这理论的可证伪度就越高。

应用场的概念不限于基础陈述,但各种单称陈述都被容许作为属于一个应用场的陈述。但是通过借助场比较它们的维,我们能估计基础陈述的复合度(我们假定,与高度复合的单称陈述相应的是高度复合的基础陈述)。因此可以假定,与较高维的理论相应的是一个较高
130 维的基础陈述类,这个类的所有陈述为这理论所容许,不管它们断言的是什么。

这回答了两种比较可检验度的方法如何联系的问题——一种方法通过理论的维,另一种方法通过子类关系。有这样一些情况:这两种方法都不适用,或者只有其中一种方法适用。在这种情况下,在这两种方法之间当然没有发生冲突的余地。但是如果在一种特殊情况下,这两种方法都适用,那么可以想象会发生这样的事:两个理论有相同的维,但是,假如用建基于子类关系的方法来评价,可能有不同的可证伪度。在这种情况下,从后一种方法得出的判断应该被接受,因为这一种方法证明是比较灵敏的方法。在这两种方法都适用的所有其他情况下,它们一定会导致相同的结果;因为,借助维理论的一条简单定理可以表明:一个类的维一定大于或等于它的子类的维。[3]

39. 曲线集之维

有时我们可把我所说的一个理论的“应用场”很简单地等同于**它的图形表示场**,即图纸上的一块面积,我们在这张图纸上用图形表示理

---

3 参照门格尔,《维度理论》[*Dimensionstheorie*](1928 年),第 81 页。 * 可以假定这个定理有效的条件总是为我们在这里涉及的“空间”所满足。

论:可认为这个图形表示场的每一点相应于一个相对原子陈述。因此理论相对于这个场的维,就等于相应于这理论的曲线集的维。我将用第 36 节中的两个陈述 q 和 s 来讨论这些关系(我们用维作比较适用于具有不同谓词的陈述)。假说 q——所有行星轨道都是圆——是三维的:要证伪它,至少需要这场的四个单称陈述,相应于它的图形表示的四个点。假说 s——所有行星轨道都是椭圆——是五维的,因为要证伪它,至少需要六个单称陈述,相应于图形上的六个点。我们在第 36 节里看到,q 比 s 更易证伪,因为所有圆都是椭圆,所以有可能把比较建 131
基于子类关系之上。但是使用维使我们能比较以前不能比较的理论。例如,我们现在可以比较一个圆假说和一个抛物线假说(它是四维的)。“圆”、“椭圆”,“抛物线”,每一个词表示一个**曲线类或集**;这些集中的每一个集有 d 个维,假如挑选出这集中的一条特定曲线,或者给以特征描述,d 点是必要和充分的话。在代数表示式里,这曲线集的维依赖于**参数**的数目,这些参数的值我们可以自由选择。所以我们可以说,用以表示一个理论的一个曲线集的、可以自由测定的参数的数目,是那个理论的可证伪(或可检验)度的特性数。

与我的例子中的陈述 q 和 s 相联系,我愿意对开普勒[Kepler]发现他的定律作一些方法论的评论。*[1]

我并不想提出这样的看法:完美的信念——指导开普勒作出发现的助发现原理——是有意或无意地由对可证伪度的方法论考虑所引起的。但是,我的确认为,开普勒取得成功部分地由于这一事实:作为他出发点的圆假说,相对地说是易于证伪的。假如开普勒从由于其逻辑形式不是如圆假说那样易于检验的假说出发,考虑到计算的困难,这种计算的基础是“在空中”——可以说,漂浮在天空中,以不知道的方式

---

*1 这里发展的观点为下面二人所接受,并得到他们的感谢:W. C 涅尔[W. C. Kneale],《概率与归纳》[*Probability and Induction*],1949 年,第 230 页和 J. G. 开米尼[J. G. Kemeny],“简单性在归纳中的运用”[The Use of Simplicity in Induction],《哲学评论》[*Philos. Review*] 57,1953 年;见他在第 404 页上的脚注。

在运动,他很可能得不到任何结果。开普勒通过证伪他的圆假说达到的毫不含糊的**否定**结果,事实上是他的第一个真正的成功。他的方法也被证明完全正确,因而他可以继续进行下去;特别是因为,即使这第一步尝试也已经产生一些近似值。

无疑,开普勒定律可以用另外的方法找到。但是我想,这是引致成功的方法,这一点不仅仅是偶然的。这相当于**消除法**,仅当理论足够易于证伪——足够**精确**,能够和观察经验相冲突时,这种方法才是可应用的。

40. 两种减少曲线集维数的方法

132 非常不同的曲线集可以有相同的维。例如,所有圆的集是三维的;但是所有通过一个给定点的圆的集是一个二维集(和直线集一样)。如果我们要求圆应该都通过**两个**给定点,则我们得一个一维集,如此等等。每一个添加的要求,即一个集的所有曲线必须通过多一个给定点,减少这个集的一个维。

零维类[1]	一维类	二维类	三维类	四维类
—	—	直线	圆	抛物线
—	通过一个给定点的直线	通过一个给定点的圆	通过一个给定点的抛物线	通过一个给定点的圆锥曲线
通过两个给定点的直线	通过两个给定点的圆	通过两个给定点的抛物线	通过两个给定点的圆锥曲线	—
通过三个给定点的圆	通过三个给定点的抛物线	通过三个给定点的圆锥曲线	—	—

除增加给定点数的方法以外,还有其他方法也可以减少维数。例

1 当然,我们也可以从空的(过度决定的)负一维类开始。

如,给定长短轴比的椭圆集是四维的(和抛物线集一样),已知偏心率数值的椭圆集也是这样。从椭圆过渡到圆,当然等于指定一个偏心率(0)或者一个特定的长短轴比(1)。

因为我们对评价理论的可证伪度感兴趣,现在我们要问:这些减少维数的种种方法对于我们的目的来说是否是等价的,或者我们是否应该更仔细地考察它们的相对价值。一条曲线必须通过一定的**单一点**(或小区域)这样的规定常常是联接于或相应于某一**单称陈述**即一个初始条件的接受。另一方面,比方说从一个椭圆假说过渡到一个圆假说,显然相应于**理论本身**的维的减少。但是,如何区别清楚这两种减少维的方法?一种减少维的方法**并不**根据有关曲线的"形式"或"形状"的规定来进行;即例如通过指定一个或更多的点,或者通过某种等价的规定来减少维,我们可以给这种方法一个名称:"**内容的减少**[*material reduction*]。"在另一个方法里,曲线的形式或形状规定得更窄,例如,我们从椭圆到圆或从圆到直线等等,我称之为维数的"**形式的减少**[*formal reduction*]"的方法。 133

然而,要使得这个区别截然分明是不很容易的。这一点可以这样来看:减少理论的维用代数术语来说意味着以常数代替参数。现在,我们如何能区别不同的以常数代替参数的方法,是不大清楚的。从椭圆的一般方程过渡到圆的方程这种**形式的减少**,可以被描述为使一个参数等于0,使第二个参数等于1。但是如果另一个参数(绝对项)等于0,那么这就意味着**内容的减少**,就是规定椭圆的一个点。但是,我想,如果我们看到它和普遍名称问题的联系,就有可能使得区别清楚起来。因为内容的减少把一个个别名称引入相关曲线集的定义之中,而形式的减少则引进一个普遍名称。

让我们设想,也许根据"直指定义",给予我们某一个别的平面。在这个平面上的所有椭圆集可以用椭圆的一般方程来定义;圆集可以用圆的一般方程来定义。这些定义**不依赖于**我们在这平面的**什么地方画**与它们有关的(**笛卡尔**)**坐标**[(*Cartesian*) *co-ordinates*];因此,它们不依赖于坐标的原点和方向的选择。特定的坐标系统只能由个别名称来

134 决定;比方说由直接指定它的原点和方向来决定。由于椭圆(或圆)集的定义对于所有笛卡尔坐标是相同的,它不依赖于这些个别名称的规定:它对欧几里得群的所有坐标变换(位移和相似变换)是**不变**的。

另一方面,假如人们想定义在共同的平面上有着一个特殊个别点的椭圆(或圆)集,那么我们就必须运用一个方程,它对于欧几里得群的变换不是不变的,而是和一个单称的,即个别地或直指地规定的坐标系统相联系的。因此,它是和个别名称相联系的[2]。

可以把这种变换安排在一个等级系统里。对于比较一般的变换群是不变的一个定义,对于比较特殊的变换群也是不变的。对于一个曲线集的每一个定义,有一个它特有的(最一般的)变换群。现在我们可以说:一个曲线集的定义 D_1 与一个曲线集的定义 D_2"同样一般"(或比它更一般),假如 D_1 和 D_2(或一个更一般的定义)对于同一个变换群都是不变的话。一个曲线集的维的减少现在可以被称为**形式的**,假如这个减少并不减弱定义的一般性;否则它可以被称为**内容的**。

如果我们通过考虑它们的维来比较两个理论的可证伪度,显然我们必须在考虑它们的维的同时考虑它们的**一般性**,就是它们对于坐标变换的不变性。

按照理论(如开普勒理论)事实上是否作出了关于世界的几何陈述,或理论是否只是在它可以用图形来表示的意义上是"几何的"——例如,表示压力依赖温度的图形,上述程序当然必定是不同的。对后一种理论,或相应的曲线集提出这样的要求:它的定义必须对于比方说坐标系统的旋转是不变的,这是不适当的;因为在这些情况下,不同的坐标可以表示完全不同的东西(一个是压力,另一个是温度)。

135 这就是我对用以比较可证伪度的方法的阐述的结论。我相信这些方法能帮助我们阐明认识论问题,例如**简单性问题**,我们接着就要讨论

---

2 关于变换群和"个别化"之间的关系,参照韦尔,《数学与自然科学哲学》[*Philosophie der Mathematik u. Naturwissenschaft*],1927 年,第 59 页,英译本第 73 页以后,那里引证了克莱因[Klein]的《埃尔兰根纲领》[*Erlanger Programm*]。

这个问题。但是,我们将要看到,还有其他问题通过我们对可证伪度的考察而得到新的说明;特别是所谓“假说的概率”或**验证**的问题。

补遗 1972 年

这本书的比较重要的思想之一是关于理论的(经验的或信息的)**内容**的思想(“我们称自然定律为‘律’,不是没有道理的:它们所禁越多,所述越多。”比较上面第 41 页和第 112 页以后)。

在前一章里我强调两点:(1)理论的内容或可检验性(或简单性,见第 7 章)可以有**度**,因此可以说这度使得可证伪性概念相对化了(它的逻辑基础仍然是**否定后件假言推理**)。(2)科学的目标——知识的增长——可以和我们的理论的内容的增长是完全一致的。(见我的论文:“科学的目标”[The Aim of Science],载《理性》[*Ratio*] I,1957 年,第 24 - 35 页,(经过修改)重载《当代哲学》[*Contemporary Philosophy*],R. 克利邦斯基[R. Klibansky]编辑,1969 年,第 129 - 142 页;现又成为我的书《客观的知识——一个进化论的研究》[*Objective Knowledge: An Evolutionary Approach*] 的第 5 章,此书即将由克莱伦登出版社[Clarendon Press]出版。)

最近我进一步发展了这些思想;特别参看我的《猜想与反驳》[*Conjectures and Refutatinns*]第 10 章,1963 年版和以后的版本。两个新观点是:(3)内容或可检验性概念联系到正在讨论的**问题**或问题集而进一步相对化(在 1934 年我已经把这些概念联系到应用场而相对化了)。(4)引进理论的**真性内容**和它对真理的近似或接近(“逼真性”)的概念。

第七章

简单性

136 关于所谓“简单性问题”的重要性几乎没有一致意见。韦尔在不久前说:“简单性问题对于自然科学的认识论是最重要的”。[1] 然而,近来对于这个问题的兴趣低落了;也许是因为似乎很少有机会来解决这问题,特别是在韦尔进行透彻的分析之后。

直到最近,简单性观念一直在毫无批判地使用,仿佛简单性是什么,为什么它应该有价值,是很明显的。不少科学哲学家在他们的理论里给予简单性概念一个关键性的重要地位,甚至没有注意到它所引起的困难,例如,马赫、基尔霍夫[Kirchhoff]、阿芬那留斯[Avenarius]的追随者试图用“最简单的描述”这一观念来代替因果解释的观念。没有形容词“最简单的”或者类似的词,这个学说就什么也没有说。当应该解释为什么我们认为用理论对世界进行的描述,优于用单称陈述对世界进行的描述时,就似乎预先假定理论比单称陈述更简单。然而很少有人曾经尝试解释过,为什么理论应该是更简单的,或者更确切地说,简单性是什么意思。

而且,如果我们假定,使用理论是由于简单性,那么显然,我们应该使用最简单的理论。庞加莱(他认为理论的选择是一个约定的问题)就是这样来表述他的理论选择原理的:他选择可能的约定中**最简单的**。但是,哪一个是最简单的?

---

1 参照韦尔,上引书,第115页以后;英译本,第155页。参见下面第42节。

41. 排除美学的和实用的简单性概念

"简单性"这个词用于很多不同的意义。例如薛定谔[Schrödinger] 137
理论在方法论意义上具有很大的简单性,但在另外一种意义上,完全可以说它是"复杂的"。我们可以说,一个问题的解决不是简单的而是困难的,或者说,一个描述或一个说明不是简单的而是难以理解的。

首先,我要从我们的讨论中排除简单性这一术语应用于任何象描述或说明这类东西。有时,我们说到同一个数学证明的两种说明,其中一个比另一个更简单或更优美。从知识理论的观点看来,这种区别意义很小;它不在逻辑的范围之内,只是表示一种**美学**性质或**实用**性质的选择。当人们说一项工作比另一项工作可以"用更简单的办法完成"时,意思是它可更容易地完成,或者为了完成它,需要较少的训练或较少的知识,这情况是类似的。在所有这些情况下,很容易排除"简单"这个词;这一词的使用是逻辑外的。

42. 简单性的方法论问题

在我们排除了美学的和实用的简单性观念以后,如果有什么东西遗留下会是什么呢?是否有对于逻辑学家是重要的简单性概念?是否可能按照它们的简单度来区别在逻辑上不等同的理论?

对这个问题的回答似乎是很可疑的,因为大部分想定义这个概念的尝试得到很小的成功。例如,石里克给了一个否定的回答。他说:"简单性是……一个概念,它表示的选择性质上,部分地是实用的,部分地是美学的"。[1] 值得注意的是,他给出了这个回答,是在他写到这里使我们感兴趣的概念,我称之为**简单性的认识论概念**的时候;因为他

---

1 石里克,《自然科学》19,1931 年,第 148 页。 * 我意译了石里克的术语"*pragmatischer*"。

继续说道:“即使我们不能解释简单性在这里的真正意思是什么,我们仍然必须认识到这样的事实:任何科学家成功地用一个非常简单的公式(例如:一个线性的,二次的,或指数的函数)来描述一系列观察,他就立即确信,他已发现了一条定律。”

138 石里克讨论了用简单性概念来定义似定律[lawlike]的规律性概念,特别是“定律”和“机遇”区别的可能性。他最后排除了这个可能性,说道:“简单性显然是一个完全相对和模糊的概念;用它不能得到因果性的严格定义,定律和机遇也不能精确地区别开”。[2] 从这一段话中真正期待简单性概念完成什么就很清楚了:它要提供一种事件的似定律性或规律性程度的量度,费格尔说出了同样的看法,他说到“用简单性概念来定义规律性或似定律性的程度”。[3]

简单性的认识论观念在归纳逻辑理论里起着特殊的作用,比如联系到“最简单曲线”问题。归纳逻辑的信仰者假定,我们通过概括特殊的观察到达自然律。如果我们设想在一系列观察中的各种结果,作为在一个坐标系统中标绘的点。那么定律的图形表示就将是一条通过所有这些点的曲线。但是,通过有限数目的点,我们总能画出形式极为多样的数目无限的曲线。因此,由于定律不是单单由观察决定的,归纳逻辑面临在所有这些可能的曲线中决定选择哪一条曲线的问题。

通常的回答是:“选择最简单的曲线。”例如,维特根斯坦说:“归纳过程在于发现可以使之和我们的经验相协调的**最简单的**定律。”[4] 在选择最简单的定律时,通常不言而喻地假定,比方说,线性函数比二次函数简单,圆比椭圆简单,等等。但是,没有给出任何理由,或说明选择这个特殊的简单性等级,而不是任何其他的等级,或说明相信“简单的”

---

2 石里克,同上。

3 费格尔,《物理学中的理论与经验》[*Theorie und Erfahrung in der Physik*],1931 年,第 25 页。

4 维特根斯坦,上引书,命题 6.363。

定律优于比较不简单的定律——除了美学的实用的理由以外。[5] 石里克和费格尔想到了[6] 纳特金[Natkin]的一篇未发表的论文,按照石里克的叙述,纳特金建议称一条曲线比另一条更简单,如果它的平均曲率 139
更小的话,或者按照费格尔的叙述,如果它偏离一条直线更小的话(这两种叙述是不等价的)。这个定义似乎和我们的直觉符合得相当好;但是,这一定义并没有抓住关键之处,例如,它使得双曲线的一部分(渐近线部分)比圆简单得多,等等。实在说,我不认为,问题能够为这样的"技巧"(石里克这样称呼它们)所解决。而且,为什么我们应该给予简单性(如果用这个特殊方法来定义它)以优先权,这一点仍然是个谜。

韦尔讨论了并否定了一个非常有趣的把简单性置于概率基础之上的尝试。"例如,假定同一函数 $y=f(x)$ 的二十对坐标值 (x,y),当标绘在方格图解纸上时,落在一条直线上(在预期的精确度内)。因此我们推测,我们在这里面对一条严格的自然律,y 线性地依赖于 x。我们所以这样推测是由于直线的**简单性**,或者因为,如果该定律是一条不同的定律,这二十对任意选择的观察正好非常接近地落在一条直线上,是**极端不可几**的。假如现在我们用这条直线来进行内插和外推,我们会得到超出观察告诉我们的东西之外的预见,然而,这个分析是可以批判的。总有可能来定义……会被这二十项观察所满足的各种数学函数;而这些函数中的某些会相当大地偏离直线。对这些函数中的每一个,我们都可以说,除非它代表真的定律,这二十项观察正好落在这条曲线上,是**极端不可几**的。因此,函数,更确切地说,函数类,由于它的数学简单性,必定是先验地由数学提供给我们的,这毕竟是必不可少的。应

---

5 维特根斯坦谈到逻辑简单性的话(规定了"简单性标准",上引书,命题 5.4541)没有提供任何线索。赖兴巴赫的"最简单曲线原理"(《数学杂志》34,1932 年,第 616 页)是以他的归纳公理(我认为是站不住脚的)为基础的,也没有提供什么帮助。

6 在我已引证过的地方。

该注意,这个函数项不必依赖与应满足的观察数一样多的参数”。[7] 韦尔关于“函数类,由于它的数学简单性,必定是先验地由数学提供给我们的”这段话以及他提到的参数的数目,和我的观点(在第 43 节中展开)是一致的。但是,韦尔没有说“数学的简单性”是什么;而且,最重要的,他没有说较简单的定律,与较复杂的定律相比较,应该具有什么**逻辑的或认识论的优点**。[8]

140

以上引证的几段话是很重要的,因为它们和我们现在的目的有关,这目的是分析简单性的认识论概念。因为这个概念尚未精确地加以确定。所以有可能摈弃任何想通过下述办法使这个概念精确化的尝试(比如我的尝试)而说:认识论家感兴趣的这个简单性概念,实际上是一个完全不同的概念。对于这种反对意见,我可以这样回答:我不赋予“简单性”这个**词**丝毫重要性。这个术语不是我引进的,我也知道它的缺点。我所要说的只是,如我的引证所表明的,我要澄清的这个简单性概念帮助我们回答的问题,正好就是科学哲学家常常提出的与他们的“简单性问题”相联系的问题。

43. 简单性和可证伪度

与简单性概念相联系而产生的认识论问题都可得到解答,只要我

---

7 韦尔,上引书,第 116 页,英译本,第 156 页。* 我在写这本书时不知道(无疑,韦尔写他的书时也不知道);在韦尔以前六年,哈罗德·杰弗里斯[Harold Jeffreys]和多萝西·林奇[Dorothy Wrinch]已经建议:我们应该用函数缺少可自由调整的参数来测量它的简单性(参看他们合写的论文,《哲学杂志》[*Phil. Mag.*]42,1921 年,第 369 页以后。)我借此机会对这些作者表示谢意。

8 韦尔对简单性和验证之间的关系的进一步讨论也是与此有关的;它们的大部分和在第 82 节里表述的我的观点相一致,虽然我的探讨路线和我的论证与他很是不同;参照第 82 节注 * 1,以及下面新注(第 43 节注 * 1)。

们把这个概念等同于**可证伪度**。这个断言可能遭到反对；*[1] 所以我首先试图使它在直觉上更易于为人所接受。

我已经说明，具有低维的理论比高维理论更易于证伪。例如，具有 141

---

*1 可喜的是，发现这个简单性理论（包括第 40 节的思想）至少已被一位认识论家所接受——威廉·涅尔，他在他的书《概率与归纳》[*Probability and Induction*]，1949 年，第 229 页以后写道："……容易看到，在这个意义上是最简单的假说也是我们能希望最快地排除的假说，如果它是假的的话……简言之，总是采取和已知事实相符的最简单的假说的政策是能使我们最快地摆脱假说的政策"。涅尔加上一个脚注，在脚注里他引证韦尔的书第 116 页和我的书。但是，在韦尔的伟大著作（或任何其他著作）里的这一页——我在本文里引证了这一页的有关部分——或者任何其他地方，我不能发现下列观点的那怕是一丁点儿痕迹：理论的简单性是与它的可证伪性相联系的，即与它的易于被排除相联系的。假使韦尔（或者任何其他我知道的人）在我之前，提出了我的理论，我就不会写道（如我在前一节的临近末尾处写道）韦尔"没有说较简单的定律应该具有什么**逻辑的或认识论的优点**"。

事实是这样。在韦尔对这问题的深刻的讨论中（在第 42 节注 1 的本文中曾引证过），他首先提到这样的直觉的观点：简单的曲线——比方说直线——比较复杂的曲线有利，**因为，如果所有观察都适合这样一条简单正曲线，就可以认为这是一个高度不可几的偶然事件**，但是韦尔没有把这个直觉观点（我想这个观点本来会使他看到：更简单的理论是更可受检验的理论）探究到底，他放弃了这个观点，认为它经不起理性的批判：他指出，对**任何给定**的曲线，不管这曲线是如何的复杂，都是如此（这个论据是正确的，但是如果我们考虑**潜在证伪者**——以及它们的复合度——而不考虑起证实作用的实例，这论据就不再有效了）。然后韦尔继而讨论作为简单性标准的参数之少，没有以任何方式把这一点或者和他刚放弃的直觉观点相联系，或者和任何诸如可检验性或内容那种可以解释我们在认识论上优先选择较简单的理论的东西相联系。

韦尔以曲线的参数之少作为它的简单性的特证，哈罗德·杰弗里斯和多萝西·林奇（《哲学杂志》42，第 369 页以后）在 1921 年就先他而提出了。但是，如果说韦尔只是没有看到现在"易于看到"（涅尔的说法）的东西，那么杰弗里斯实际上看到的——而且现在仍然看到的——正好是反面：他赋予较简单的定律以较大的先验概率而不是较大的先验不可几性（因此，杰弗里斯的观点和涅尔的观点一起可以说明叔本华[Schopenhauer]的话，一个问题的解决常常起先看来像个悖论，后来看来又像个老生常谈）。在这里我想补充一点，我已经进一步发展了我关于简单性的观点，在这样做时，我曾经努力而且我希望不无成功地从涅尔那里学到了一些东西。参照我的《后记》第 *15 节。参照附录 *X。

一次函数形式的定律比用二次函数表示的定律更易于证伪。但是后者在具有代数函数的数学形式定律中间,仍然属于最可证伪的定律之列的。这一点和石里克对简单性的评论完全一致:“我们当然应该倾向于认为一次函数比二次函数简单,虽然后者无疑地也描述一条很好的定律……。”[1]

我们已经看到,理论的普遍度和精确度和它的可证伪度一起增加。因此我们也许可以把理论的**严格度**——可以说理论把定律的严格性加于自然的程度——等同于它的可证伪度;这一点表明,可证伪度正是做的石里克和费格尔期望简单性概念做的事情。我还可以说,石里克希望在定律和机遇之间作出的区别,也能借可证伪度概念之助弄清楚。关于具有似机遇特征的序列的概率陈述,证明具有无限的维(参照第65节);不是简单的而是复杂的(参照第58节和第59节的后半部分);而且只是在特殊的保证条件下才是可证伪的(第68节)。

可检验度的比较已经在第31到40节里详细地讨论过。那里提供
142 的某些例子和其他细节可以容易地转用到简单性问题上来。这一点特别适用于理论的普遍度,一个比较普遍的陈述能代替许多较不普遍的陈述,并由于这个理由时常被称作为“比较简单”。理论的维的概念可以说是使得韦尔的用参量的数目来确定简单性概念的思想精确化了。*[2] 通

---

1 石里克,《自然科学》19,1931年,第148页(参看前一节注1)。

*2 在第42节注7和这一节注*1中提到,首先建议用函数的可自由调整的参数之少来测量函数的简单性的是哈罗德·杰弗里斯和多萝西·林奇。但是他们也建议赋予较简单的假说以较大的先验概率。因此,他们的观点可以用下列图式来表示:

简单性 = 参数少 = 高先验概率

我恰好从一个完全不同的角度探讨这个问题,我感兴趣的是估阶可检验度。我首先发现可检验性可以用“逻辑”不可几性来测量(这正相应于杰弗里斯的“先验”不可几性)。然后我发现可检验性因而先验不可几性,可以等同于参数之少;只是在最后,我把高度可检验性等同于高度简单性。因此我的观点可以用下列图式来表示:

可检验性 = 高先验不可几性 = 参数少 = 简单性。

可以看出,这两个图式部分重合;但是在决定点——概率与不可几性——上;它们正好相反。参见附录 *viii。

过我们在理论的维的形式的减少和内容的减少之间所作出的区别(参照第 40 节),可以对付对韦尔理论的某些可能的反对意见。这些反对意见之一是,轴比率和偏心率数值给定的椭圆集虽然它显然不是那么"简单的",但具有和圆集正好一样多的参数。

最重要的是,我们的理论解释了**为什么简单性是如此高度的合乎需要**。为了理解这一点,我们不需要假定"思维经济原理"或者任何这类原理。假如知识是我们的目的,简单的陈述就比不那么简单的陈述得到更高的评价,**因为它们告诉我们更多东西;因为它们的经验内容更多,因为它们更可检验。**

44. 几何形状与函数形式

我们关于简单性概念的观点使我们能够解决一些矛盾,直到现在这些矛盾曾使得这个概念是否有任何用处成为疑问。

很少人会认为,比方说对数曲线的**几何形状**是特别简单的;但是一个由对数函数表示的**定律**常常被认为是简单的定律。同样,一个**正弦函数**通常被说成是简单的,纵然**正弦曲线**的几何形状也许不是很简单 143
的。

假如我们记住在参数数目和可证伪度之间的联系,假如我们又在维的形式减少和内容减少之间加以区别,像这样的困难可以得到解决。(我们也必须记住对于坐标系统的变换的不变性的作用。)如果我们说到一条曲线的**几何形式或形状**,那么我们所要求的是,对于所有归属位移群的变换的不变性,我们还可以要求对相似变换的不变性;因为我们并没有想把几何图形或形状和一定的**位置**联结起来。因此,如果我们把一条单参数对数曲线($y = log_a x$)的形状看作置于一个平面的任何地方,那么它就有**五**个参数(假如我们允许相似变换)。因此,它就完全不是一个特别简单的曲线。另一方面,如果用一条对数曲线来表示一**个理论或定律**,那么描述过的那种坐标变换是无关的。在这种情况下,进行旋转、平移或相似变换,都是没有意义的。因为一条对数曲线通常

是一种坐标不能互变的图形表示(例如,x 轴可以表示大气压力,y 轴表示海拔高度)。由于这个理由,相似变换在这里同样没有任何意义。类似的考虑适用于沿着一根特殊的轴,例如时间轴的正弦振荡;还有许多其他情况都是如此。

45. 欧几里得几何学的简单性

在相对论的大部分讨论中起着主要作用的问题之一是,欧几里得几何学的简单性。从未有人怀疑过,欧几里得几何学本身是比任何有一定曲率的非欧几里得几何学更简单些——更不要说具有随地方而变化的曲率的非欧几里得几何学了。

乍一看来,这里涉及的这种简单性似乎和可证伪性很少关系。但是,如果讨论中的陈述被表述为经验的假说,那么我们发现,在这种情况下这两个概念,简单性和可证伪性,也是重合的。

144 让我们考虑什么实验可以帮助我们检验这样的假说:"在我们的世界里,我们必须运用具有某一曲率半径的一种度量几何学。"仅当我们把一定的几何学实体和一定的物理客体——例如直线和光线、点和几根线的交点——等同起来时,检验才是可能的。如果采取了这样的等同(一个相关定义,或者也许是一个直指定义;参照第 17 节),那么可以看出,欧几里得光线几何学的正确性假说的可证伪度,比任何断言某种非欧几里得几何学的正确性的与前者相匹敌的假说的可证伪度高。因为如果我们测量一个光线三角形的角度之和,那么对 180 度任何显著偏离都将证伪欧几里得假说。另一方面,具有给定曲率的波尔约-罗巴切夫斯基几何学[Bdyai-Lobatschewski geometry]的假说是和任何不超过 180 度的特定测量相容的。而且,为了证伪这个假说,必须不仅测量角度之和,而且还要测量三角形的(绝对)大小;这意味着,在角度之外,必须再定义一个测量单位,例如面积单位。因此我们看到,证伪需要更多的测量;假说和测量结果的更大的变化相容;因此更难于证伪:它的可证伪度较小。换句话说,欧几里得几何是唯一的具有确定曲

率的、在其中可能进行相似变换的度量几何学。因此,欧几里得几何图形能对比较多的变换保持不变;即它们可能是维数较少的:它们可能是较简单的。

46. 约定主义和简单性概念

约定主义者所说的“简单性”并不对应于我所说的“简单性”。任何理论都不是为经验所毫不含糊地决定的,这是约定主义者的中心思想,也是他们的出发点;这一点我同意。他们相信,他们因此必须选择“最简单的”理论。但是,由于约定主义者并不把他们的理论当作可证伪的系统,而是当作约定的规定,显然他们认为“简单性”的意义是和可证伪度不同的。

约定主义者的简单性概念证明确实是部分地美学的和部分地实用 145
的。因此,下列石里克的评论(参照第 42 节)适用于约定主义者的简单性概念,而不适用于我的:“人们只能用约定来定义简单性概念,这约定必定总是任意的,这一点是确定无疑的。”[1] 奇怪的是,约定主义者自己没有看到他们自己的基本概念——简单性概念的约定性质。他们必定忽略了这一点,这是明显的,因为否则他们本来会注意到,一旦他们已选择了任意约定的方法,他们求助于简单性决不可能使他们避免任意性。

从我的观点来看,假如有人按照约定主义者的实践,坚持某一系统是一个永远确立了的系统,每当它处于危险中时,他就决意引进辅助假说去挽救它,那么必须说这个系统是**最高度复杂的**。因为这样保护起来的系统的可证伪度等于零。这样我们就被我们的简单性概念引回到第 20 节的方法论规则;特别是也引回到限制我们过度使用特设性假说和辅助假说的规则或原理:使用假说的节约原理。

---

1 石里克,同上,第 148 页。

补遗　1972 年

在这一章里，我试图表明简单度能够和可检验度等同到什么程度。没有什么东西依赖于“简单性”这个词。我从不就此进行争论，我也不设法揭示简单性的本质。我所试图说明的只是如下。

有些大科学家和大哲学家已经论述了简单性和它对科学的价值。我认为，假如我们假定，当说到简单性时，他们有时在心里想的是可检验性，就能够更好地理解其中一些论述。这一点甚至说明了庞加莱的某些**例子**，虽然这些例子和他的**观点**是冲突的。

现在我应该进一步强调两点：(1)我们能在可检验性方面比较理论，仅当在这些理论应该解决的**问题**中，至少有一些是重合的。(2)不能用这种方法比较特设性假说。

第八章

概　率

在这一章，我将只讨论**事件的概率**以及它引起的问题。这些问题 146
的产生同博奕论和物理学的概率定律有关。我将什么可称之为**假说的概率**问题——例如一个经常受到检验的假说是否比一个很少受到检验的假说更可几等问题——留到第 79 至 85 节在“验证”这一题目下进行讨论。

与概率论有关的观念在现代物理学中起着决定性的作用。然而我们仍然缺乏一个满意的、前后一致的概率定义；也就是说，我们仍然缺乏一个满意的概率计算的公理系统。概率和经验之间的关系也仍然需要澄清。在研究这个问题时，我们将发现对我的方法论观点几乎不能克服的反对意见最初是什么。因为虽然概率陈述在经验科学中起着如此重要的作用，可是结果它们却在原则上**不受严格证伪的影响**。然而，这块绊脚石将成为检验我的理论，以便查明它有什么价值的试金石。

因此，我们将要面临两项任务。**第一项任务是为概率计算提供新的基础**。我将试图通过把概率论发展为频率理论做到这一点，沿着理查德·冯·米泽斯[Richard von Mises]所遵循的路线，但不用他称之为的“收敛公理”（或“极限公理”），而使用有点削弱了的“随机公理”。**第二项任务是阐明概率和经验之间的关系**。这是指解决我所说的**概率陈述的可判定性问题**。

我希望这些研究将有助于减轻目前的不满意的情况，物理学家在 147
这种情况下大量使用概率，而未能前后一致地说明他们所说的“概率”

是什么。*[1]

47. 概率陈述的解释问题

我将从区别两类概率陈述开始:用数字表示某一概率的陈述——我称之为**数值**概率陈述——以及不用数字表示的概率陈述。

例如,“用两颗骰子掷 11 的概率为 1/18”,这种陈述就是数值概率陈述一个例子。非数值概率陈述可以有各种各样。“把水和酒精混合获得均匀的混合物是十分可几的”,这类陈述如得到适当阐明,就能转变为数值概率陈述(例如,“获得……的概率很接近 1”)。另一种很不同的数值概率陈述例如“发现一种与量子论相矛盾的物理效应是高度不可几的”;我认为这种陈述不可能转变为数值概率陈述,或者与某种数值概率陈述等价,而不歪曲它的意义。我将首先讨论**数值**概率陈述;非数值概率陈述,我认为不那么重要,容后再考虑。

148 与每一个数值概率陈述有联系的是这样一个问题:“我们应如何解释这类陈述,特别是这类陈述所作出的数值方面的断言?”

---

*1 自 1934 年以来,我在概率论内作了三类变更。

(1)引入概率的形式(公理)计算,概率可用多种方法解释——例如,可用本书讨论的逻辑和频率[frequency]来解释,也可用我的《后记》讨论的趋向性[propensity]来解释。

(2)通过比 1934 年更充分更直接地实行重建作为本章基础的频率理论的纲领,把概率的频率理论简化。

(3)用另一种客观的解释——**趋向解释**——代替用频率对概率作客观的解释、以及用新古典主义的(或测量理论的)形式系统代替频率计算。

前面两个变更可追溯到 1938 年。它们在本书中得到简要说明。对第一个变更的说明在新附录 * ii 至 * v,第二个变更——影响到本章论证的变更——则在本章的几个新增脚注以及新附录 * vi 中得到说明。主要变化在第 57 节注 * 1 得到说明。

第三个变更(我第一次于 1935 年试验性地引入这个变更)在《后记》中得到解释和发展,并应用于量子论。

48. 主观解释与客观解释

古典的(拉普拉斯[Laplace]的)概率理论把某一概率的数值定义为用同样可能的情况数除有利的情况数所得的商。我们可以不理会已经提出来的反对这个定义的逻辑上的异议,[1] 如"同样可能的"不过是"同样可几的"另一种说法。但是甚至在那时我们也很难承认这个定义提供了一个可毫不含糊地应用的解释。因为其中隐含着若干种不同的解释,我要把这些解释分为主观的和客观的两类。

概率论的**主观解释**常常使用的带有心理学味道的说法,如"数学**期望**",或者比方说,"**误差**的正态定律"等等,使人想起概率论的**主观解释**;其最初的形式是**心理学主义**的。它把概率的大小看作确定或不确定、相信或怀疑的感觉的量度,这些感觉可由某些断言或推测在我们心中引起。关于某些非数值陈述,"可几的"一词可用这种方法颇为满意地加以转译;但是我认为沿着这些路线对数值概率陈述所作的阐释是十分不能令人满意的。

然而,主观解释的较新变种 *[1] 应该在这里给予更认真的考虑。这不是在心理学上,而是**在逻辑上**把概率陈述解释为关于可称之为陈述

---

1 参照例如冯·米泽斯,《概率、统计与真理》[*Wahrsheinlichkeit, Statistik und Wahrheit*],1928 年,第 62 页以后;第 2 版,1936 年,第 84 页以后;J. 内曼[J. Neyman],D. 绍尔[D. Sholl]和 E. 拉比诺维奇[E. Rabinowitsch]英译本《概率、统计与真理》[*Probability, Statistics and Truth*],1939 年,第 98 页以后。* 虽然古典定义常称为"拉普拉斯定义"(本书也是如此),但它至少可至追溯德莫弗[De Moivre]的《机遇论》[*Doctrine of Chances*],1718 年。早期对"同样可能的"一词的反对意见,请阅皮尔斯,《文集》[*Collected Papers*],第 2 卷,1932 年(1878 年首次发表)第 417 页第 2 段,第 673 页。

*1 为什么我把逻辑解释列为主观解释的一个变种的理由在《后记》的第二章中作了更充分的讨论,在《后记》中对主观解释作了详细批判。参照附录 *ix。

"逻辑近似"[2]的断言。正如我们全都知道的那样,陈述能互相处于各
149 种逻辑关系中,如可推演性、不相容性或相互依赖性;而逻辑 - 主观理论(凯恩斯[3]是它的主要阐述者)把**概率关系**看作是两个陈述之间的特种逻辑关系。这种概率关系的两个极端情况是可推演性和矛盾:有人说,如陈述 p 从陈述 q 推导出,则 q 把概率 1"给予" p,[4] 如 p 和 q 互相矛盾,则 q 给 p 的概率为 0。在这两个极端之间有其他概率关系,大概可以下列方法解释:陈述 p(给定 q)的数值概率越大,则它的内容超出陈述 q 已包含的内容越少,p 的概率依赖 q(并且 q 把某种概率"给予" p)。

从凯恩斯把概念定义为"理性信仰程度"这一事实可看出这个理论与心理学主义理论之间的密切关系。他的"理性信仰程度"是指信赖量,可以根据我们从"给予"陈述 p 概率的那个陈述 q 中得到的信息或知识赋予 p 以信任量。

第三种解释,即**客观解释**,它把每一个数值概率陈述看作为一种**相对频率**的陈述,某一种类的事件在一个**偶发事件序列**内以这种频率发生。[5]

根据这种解释,"用这颗骰子下一次掷五的概率等于 1/6"这陈述实际上不是一个关于下一次掷骰子的断言;宁可说,它是一个关于整个

---

2 魏斯曼,《概率概念的逻辑分析》[*Logische Analyse des Wahrscheinlichkeitsbegriffs*],《认识》1,1930 年,第 237 页:"因此可以说,如此定义的概率是两个陈述之间逻辑近似、演绎联系的一种量度。"并参照维特根斯坦,同上书,命题 5.15 以后。

3 J. M. 凯恩斯,《论概率》,1921 年,第 95 页以后。

4 维特根斯坦,同上书,命题 5.152:"如 p 从 q 推导出,则命题 q 把概率 1 给予命题 p。逻辑结论的确定性是概率的极限情况。"

5 关于旧的频率理论,参照凯恩斯的批判,同上书,第 95 页以后,那里专门参照了维恩[Venn]的《机遇的逻辑》[*The Logic of Chance*]。至于怀特海的观点,参照第 80 节(注 1)。新的频率理论的主要代表是 R. 冯·米泽斯(参照第 50 节注 1)、德尔格[Dörge]、卡姆克[Kamke]、赖兴巴赫和托尼尔[Tornier]。* 一种新的客观解释,与频率理论的关系十分密切,但甚至在它的数学形式系统方面也不同,它是**趋向解释**,于我的《后记》的第 53 节以后引入。

一类掷骰子的断言，下一次掷骰子不过是其中一个元素。这个陈述所说的不过是在这类掷骰子中得 5 的相对频率等于 1/6。

按照这个观点，如果我们能够对数值概率陈述作出频率阐述，这些陈述才是可接受的。不能作出**频率解释**的那些概率陈述，尤其是非数值概率陈述，常常被频率理论家回避。 150

下面我将尝试重新把概率理论作为一种（经过修改的）**频率理论**建立起来。因此，我宣布我信仰**客观解释**；主要是因为我相信只有客观理论才能解释概率计算在经验科学中的应用。大家承认，主观理论能够给如何判定概率陈述的问题提供一个前后一致的解决办法；并且一般地说，它面临的逻辑困难比客观理论少。但是，它的解决办法是，概率陈述是非经验的；它们是重言的。当我们想起物理学利用概率论时，这种解决办法就证明是完全不能接受的了。（我摈弃了主观理论的这种变种：认为客观频率理论应从主观假定中推导出来——也许利用伯努利[Bernoulli]定理作为“桥梁”：[6] 由于逻辑上的理由我认为这种纲领是不能实现的。）

49. 机遇理论的基本问题

概率理论的最重要应用是用于我们可称之为“似机遇的”[chance-like]或“随机的”事件，或偶发事件。它们的特征是一种特殊的不可计算性，这使得人们经过许多次不成功的尝试后倾向于相信，一切已知的理性预测方法用于这些事件必定失败。可以说，我们感觉到除了先知以外没有一个科学家能够预测它们。然而正是这种不可计算性使我们得出这样的结论：概率的计算能够应用于这些事件。

如果我们接受主观理论，那么从不可计算性达到可计算性（即达

---

6 凯恩斯的最大错误；参照下面第 62 节，尤其是注 3。* 在这点上我没有改变我的观点，即使我现在相信伯努利定理在客观理论内可以作为一个“桥梁”——从趋向到统计学的桥梁。参见我的《后记》的附录 * ix 和第 * 55 至 * 57 节。

到某种计算的可应用性)这个有点悖论性质的结论,确实不再具有悖论性质了。但是这种避免悖论的方法是极不令人满意的。因为它包含着这样的观点:概率计算与经验科学的所有其他方法相反,不是一种计算预测的方法。按照主观理论,它不过是一种使我们已知的东
151 西或者更确切地说,使我们**未**知的东西实行逻辑变换的方法;因为正是在我们缺乏知识时我们实行这些变换。[1] 这种观念确实使悖论消解,但**它不能解释被解释为频率陈述的无知陈述如何能够在经验上受到检验和得到验证**。然而这正好是我们的问题。我们如何能够解释这个事实:我们可从不可计算性——即从无知——中作出能够解释为经验频率陈述的结论,并且尔后我们发现它们在实践中得到光辉的验证呢?

甚至频率理论直到现在还不能对这个问题——我将称之为**机遇理论的基本问题**——提供一个令人满意的解答。在第 67 节将表明这个问题与"收敛公理"有联系,后者是目前形式的这个理论的一个组成部分。但是在这个公理消除后,在频率理论框架内找到一个令人满意的解决办法是可能的。通过分析这样一些假定就会找到这种解答,这些假定使我们能够从单个偶发事件不规则序列推论到它们频率的规则性或稳定性。

50. 冯·米泽斯的频率理论

为概率计算的所有主要定理提供基础的频率理论首先由理查

---

1 魏斯曼在《认识》1,1930 年,第 238 页上说:"除了我们知识的不完全性外,没有其他引入概率概念的理由。"C. 斯顿夫[C. Stumpf](《巴伐利亚科学院会议报告》[*Sizungsberiche der Bayerischen Akademie der Wissenschaften*, phil-hist. Klasse],1892 年,第 41 页)也持类似的观点。*我认为这种广泛持有的观点造成了最糟的混乱。我在《后记》第 * ii 和 * V 章中将详细证明这一点。

德·冯·米泽斯提出的。[1] 他的基本思想如下。

概率计算是似机遇的或随机的事件或偶发事件序列，即例如连续掷骰子那种重复性事件序列的理论。借助两个公理条件把这些序列定义为“似机遇的”或“随机的”：**收敛公理**（或**极限公理**），和**随机公理**。152 如果一个事件序列满足这两个条件，冯·米泽斯就称它为一个“集合”[collective]。

大体上说，一个集合就是一个事件或偶发事件的序列，它在原则上可以无限地延续下去；例如掷骰子序列，假设骰子是破坏不了的。在这些事件中，每一个都有一定的特性或**性质**；例如可以掷个五，因而具有**性质 5**。如果我们选取直到序列某一元素以前已出现的所有具有性质 5 的掷骰子次数，除以直到那个元素以前掷骰子的总数（即序列中它的基数），那么我们就获得直到那个元素以前的**5 的相对频率**。如果我们确定了直到这个序列每个元素以前 5 的相对频率，我们就用这种方法获得一个新的序列——**5 的相对频率序列**。这种频率序列不同于它与之相应的原先的事件序列，后者可称为“事件序列”或“性质序列”。

我选取我们称之为“**二择一**”[alternative]作为一个集合的简单例子。我们用这个词指假定只有**两种性质**的事件序列——例如掷一个钱币猜正反面的序列。一种性质（正面）用“1”表示，另一种性质（反面）用“0”来表示。于是事件序列（或性质序列）可用下式表示：

(A)　0　1　1　0　0　0　1　1　1　0　1　0　1　0　……

1　R. 冯·米泽斯，《概率计算的基本原理》[*Fundamentalsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung*]，《数学杂志》4，1919 年，第 1 页；《概率计算的基础》[*Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung*]，《数学杂志》5，1919 年，第 52 页；《概率、统计与真理》[*Wahrscheinlichkeitkeit, Statistik und Wahrheit*]（1928 年），1936 年第 2 版，J. 内曼[J. Neyman]，D. 绍尔和 E. 拉比诺维奇的英译本：《概率、统计与真理》[*Probability, Statistics and Truth*]，1939；《统计学与理论物理学中的概率计算及其应用》[*Wahrscheinlichkeitsrechnung und iher Anwendung in der Statistik und theoretischen Physik*]（“应用数学讲座”[*Vorlesungen über angewandte Mathematik*] 1），1931 年。

与这种“二择一”相应——或更精确地说，与这种二择一的性质“1”相关——的是下列“相对频率序列”，或“频率序列”：[2]

$$(A')O \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{2}{6} \quad \frac{3}{7} \quad \frac{4}{8} \quad \frac{5}{9} \quad \frac{5}{10} \quad \frac{6}{11} \quad \frac{6}{12} \quad \frac{7}{13} \quad \frac{7}{14} \cdots\cdots$$

153 **收敛公理**（或“极限公理”）假定，随着事件序列越来越长，频率序列将趋向一个确定的**极限值**。冯·米泽斯使用这个公理是因为我们必须弄清楚我们能够借以工作的**某个固定的频率值**（即使实际的频率值有一些波动）。在任何集合中至少有两种性质；如果我们得到与某个集合**所有**性质相应的频率极限值，那么我们就得到集合的“**分布**”。

随机公理或有时称之为“排除赌博系统原理”[the principle of the excluded gambling system]，是打算用来为序列的似机遇性质提供数学表现。显然，如果掷硬币的序列有规律性，比方说在每三次掷正面后就出现反面，相当有规律，那么一个赌徒就会用某种赌博系统来改善他的运气。随机公理就一切集合假定，不存在能够成功地应用于这些集合的赌博系统。它假定，不管我们可以选取何种赌博系统以选择认为有利的掷猜[tosses]，我们将发现，如果赌博有足够长的时间继续下去，**认为有利的掷猜**序列中的相对频率接近的极限值与**所有掷猜**序列的极限值是一样的。因此存在着一种赌徒能借以改善他运气的赌博系统的序列不是冯·米泽斯意义上的集合。

对于冯·米泽斯来说，概率是“集合中相对频率极限值”的另一个术语。所以概率概念**仅**应用**于事件序列**；从凯恩斯等人的观点看来，这样的限定大概是完全不能接受的。对于批评他的解释太窄的人，冯·

---

2 我们可使与在这个序列中规定的性质一样多的不同相对频率序列，同每一个性质序列相关起来。因而在二择一的场合，将有两种不同的序列。然而这两种序列是可以彼此从对方推导出来的，因为它们是互补的（相应的项的和力 1）。由于这个理由我将简称为“与二择一（α）相关的（某一）相对频率序列”，后者我总是指与这种二择一（α）的性质 1 相关的频率序列。

米泽斯的回答是强调科学的使用概率(例如在物理学中)与一般的使用概率之间的不同。他指出要求定义恰当的科学术语非要在一切方面去适应不确切的、前科学的用法是个错误。

按照冯·米泽斯的意见,**概率计算的任务**只不过在于此:从具有某些给定"初始分布"[initial distributions]的某些给定"初始集合"[initial collectives]推论出具有"导出分布"[derived distributions]的"导出集合"[derived collectives];简言之,根据给定的概率计算出那些没有给定的概率。

冯·米泽斯把他的理论的独特特点概括为四点:[3] 集合概念先于 154
概率概念;定义概率概念为相对频率的极限值;提出随机公理;以及规定概率计算的任务。

51. 新的概率理论计划

冯·米泽斯提出的两条公理或公设以定义集合概念曾遇到强烈的批评——我认为这个批评不是没有道理的。特别是反对把收敛公理和随机公理[1]结合起来,理由是不允许把极限或收敛的数学概念应用于按照定义(即由于随机公理)必定不服从任何数学规则或定律的序列。因为数学极限值不过是**决定序列的数学规则或定律的特有性质**。数学极限值不过是这种数学规则或定律的一种性质,如果任意选定一个接近于零的分数,序列中都有一个元素,使得在它之后的所有元素与某个一定的值的差小于这个分数——于是这个值称为它们的极限值。

为了对付这些反对意见,有人建议不要把收敛公理和随机公理结合起来,仅假定收敛,即极限值的存在。至于随机公理,建议或者全然放弃它(卡姆克),或者用较弱的要求代替它(赖兴巴赫)。这些意见的前提是认为引起麻烦的是随机公理。

---

3 参照冯·米泽斯,《概率计算》[*Wahrscheinlichkeitsrechnung*],1931 年,第 22 页。

1 魏斯曼,《认识》1,1930 年,第 232 页。

与这些观点相对照，我倾向于责怪收敛公理不亚于责怪随机公理。因此我认为有两项任务要做：改进随机公理——主要是一个数学问题；以及完全消除收敛公理——认识论家特别关心的一个问题。[2]（参照第 66 节。）

155 下面我首先讨论数学问题，然后讨论认识论问题。

这两项任务中的第一项，即数学理论的重建，[3] 其主要目的是从**一个修改了的随机公理**推导出伯努利定理——第一个“大数定律”；修改为实现这个目的所需，不要求更多。更确切地说，我的目的是推导出二项式公式[Binomial Formula]（有时称为“牛顿公式”），我称为“第三式”。因为能用通常的方法从这个公式中获得伯努利定理和概率论的其他极限定理。

我的计划是首先制定**一个有穷类**[*finite class*]**的频率理论**，并且尽量在这个框架内发展这个理论——即直至推导出（“第一”）二项式。这个有穷类频率理论原来是类理论[the theory of classes]一个十分基本的部分。它之得到发展只是为了获得讨论随机公理的基础。

接着我将通过引入收敛公理的老方法进而到**无穷序列**，即能够无限延续的事件序列，因为我们需要它来讨论随机公理。在推导出和考察伯努利定理之后，我将考虑**如何能消除收敛公理**，以及哪一类公理系统我们应该作为结果保留下来。

在数学推导的过程中，我将使用三个不同的频率符号：F''示有穷类的相对频率；F'示无穷频率-序列相对频率的极限值；最后 F 示客观频率，即在“不规则”或“随机”或“似机遇”序列中的相对频率。

---

2 石里克在《自然科学》19，1931 年中表达了这种关心。* 我仍然认为这两项任务很重要。虽然我在本书中几乎成功地完成了我打算要做的工作，只是在新附录 * vi 中，我才圆满地完成了这两项任务。

3 数学结构的充分说明将分别予以发表。* 参照新附录 * vi。

52. 有穷类内的相对频率

让我们考虑一类 α 的**有穷**数目的偶发事件,例如昨天用这粒特定的骰子掷猜这类偶发事件。设这类 α 为**非空类**[*non-empty*],可以说它起着参考系的作用,将称之为(有穷的)**参考类**[*reference-class*]。属于 α 的元素数目,即它的基数,用"$N(\alpha)$"表示,读作"α 数"。另一类 β, 156
可以是有穷的,也可以不是有穷的。我们称 β 为性质类[property-class]。例如它可以是**所有**掷 5 的类,或(如我们将要说的)所有具有性质 5 的掷猜类。

属于 α 又属于 β 的那些元素类,例如昨天用这粒特定的骰子掷并有性质 5 的掷类被称为 α 和 β 的乘积类[product-class],用"α. β"表示,读作"α 和 β"。由于 α. β 是 α 的子类,它至多能包含有穷的元素数(它可以是空类)。α. β 中的元素数用"$N(\alpha.\beta)$"表示。

当我们用 N 表示(有穷)的元素**数**时,用 F''示**相对频率**。例如,"在有穷参考类 α 内性质 β 的相对频率"写作"$\alpha F''(\beta)$",可读作"β 的 α 频率"。我们现在能定义

(定义 1)
$$_{\alpha}F''(\beta)=\frac{N(\alpha.\beta)}{N(\alpha)}$$

根据我们的例子这意味着:"昨天用这骰子掷时出现 5 的相对频率,按照定义等于昨天用这骰子掷 5 的数被昨天用这骰子掷的总数来除所得的商。"*1

从这个颇为平凡的定义中,能够十分容易地推导出**有穷类中频率计算**的定理(更具体地说,一般乘法定理;加法定理;以及除法定理,即贝斯[Bayes]规则)。在这种频率计算的定理中,以及在一般的概率计算中,其特征是基数(N 数)从不在其中出现,出现的是相对频率,即比

---

*1 定义 1 当然同概率的经典定义(有利事例对同样可能的事例的比值)有关;但是应该把它同后一定义清楚地加以区别:这里没有假定 α 的诸元素是"同样可能的"。

值,或 F 数。N 数仅发生在一些基本定理的证明中,这些基本定理是直接从这个定义中演绎出来的;但 N 数并不发生在定理自身中。*2

157 在这里用一个十分简单的例子来说明对此应作如何理解。让我们用"$\overline{\beta}$"(读作"β 的补数"或简单地读作"非 β")来表示不属于 β 的一切元素类。于是我们可写出:

$$_{\alpha}F''(\beta) + {}_{\alpha}F''(\overline{\beta}) = 1$$

虽然这个定理仅包含 F 数,它的证明要利用 N 数。因为这定理从定义(1)中得出,借助于来自断言 $N(\alpha.\beta) + N(\alpha.\overline{\beta} = N(\alpha)$ 的类的计算的一个简单定理。

53. 选择、独立、无影响、无关

在能够用有穷类相对频率作的运算中,**选择**[*selection*]¹ 的运算对以下所述有特殊重要性。

设给定一个有穷参考类 α,例如一只匣子中的钮扣类,以及两个性质类 β(比方说,红钮扣)和 γ(比方说,大钮扣)。我们现在可把乘积类 α.β 看作一个新的**参考类**,并提出 $_{\alpha.\beta}F''(\gamma)$ 值的问题,即在新的参考类内 γ 的频率的问题²。新的参考类 α.β 可称为"从 α 中选择 β 元素的结果"或"按照性质 β 从 α 中选择";因为我们可以想到它是通过从 α 中选择那些具有性质 β(红)的一切元素(钮扣)。

γ 发生在新的参考类 α.β 中的频率与发生在原先的参考类 α 中的频率相同,这恰恰是可能的;即

$$_{\alpha.\beta}F''(\gamma) = {}_{\alpha}F''(\gamma)$$

---

*2 我们通过选择一组可从中推导出其他 F 公式的 F 公式获得一个概率的形式**公理系统**;比较附录 ii、* ii、* iv 和 v。

1 冯·米泽斯的术语是"*choice*"("*Auswahl*")。

2 一般除法定理对这个问题提供了答案(参照附录 ii)。

是正确的。在这种情况下,我们(遵循豪斯多夫[Hausdorff]3)说性质 β 和 γ"在参考类 α 内是**相互独立的**"。独立关系是三项关系,在性质 158
β 和 γ 上是对称的。4 如果两种性质 α 和 β 在参考类 α 内是(相互)独立的,我们也可说性质 γ 在 α 内**不受** β 元素的选择**的影响**;也许可说参考类 α,就性质 γ 而言,不受按照性质 β 所作的选择的影响。

β 和 γ 在 α 内相互独立或不受影响也可——按照主观理论的观点——解释如下:如果我们被告知类 α 的某一特定元素具有性质 β,那么这个信息是**无关的**,如果 β 和 γ 在 α 内是相互独立的话;也就是对于这个元素是否也有性质 γ 这个问题是无关的 *1。如果另一方面我们知道,γ 更经常(或不那么经常)发生在子类 α.β(已根据 β 从 α 中选择出来)中,那么某个元素有性质 β 的信息对于这个元素是否也有性质 γ 的问题便是**有关**的了。5

---

3 豪斯多夫,《关于萨克森科学学会协商的报告》[*Berichte über die Verhandlungen der sächsischen Ges. d. Wissenschaften*],莱比锡[Leipzig],数学物理类,1901 年,第 158 页。

4 它甚至是三重对称的,即对 α、β 和 γ 三者来说,如果我们假定 β 和 γ 也是**有穷的**。有关对称论断的论证,参照附录 ii,(1ˢ)和(1s)。 * 在本注中主张的三重对称的有限性条件是不充分的。我已打算表示这样的条件:β 和 γ 由于有穷参考类 α 才结合在一起,或者很可能 α 应该是我们有穷的论域(这些是充分条件)。下列反例说明了在我的注中提出的条件的不充分性。设论域为 5 个钮扣;4 个是圆的(α);2 个是圆而黑的(αβ);2 个是圆而大的(αγ);1 个是又圆又黑又大的(αβγ);1 个是又方又黑又大的($\bar{\alpha}$βγ)。于是我们就没有三重对称性,因为 ${}_{\alpha}F''(\gamma) \neq {}_{\beta}F''(\gamma)$。

*1 因此任何关于具有性质的信息是有关的还是无关的,当且仅当所说的性质分别是依赖的还是独立的。因此有关性可以用依赖性来定义,但反之不然。(参照下一个脚注,第 55 节的注 1。)

5 凯恩斯反对频率理论,因为他认为不可能用它的术语来定义**有关性**;参照同上引书第 103 页以后。 * 事实上,主观理论不可能定义(客观的)**独立性**,我在《后记》第 * ii 章,尤其是第 * 40 至 * 43 节中证明独立性对它是一个严重的妨碍。

54. 有穷序列 顺序选择和邻域选择

设有穷参考类 α 的元素是**编了号的**(例如盒子中的每一个钮扣都写上一个数目),并且把它们按照序数排列成**序列**。在这种序列中我们可以区分出两类具有特殊重要性的选择,即按照元素的序数进行选择,或简称顺序选择,以及按照它的邻域进行选择。

159 **顺序选择**是根据依赖于元素序数的性质 β 从序列 α 中进行选择,元素的选择必须根据序数决定。例如 β 可以是性质**偶数**[*even*],因此我们从 α 中选择的一切元素,其序数是偶数。因此选择出来的元素形成一个**所选子序列**[*selected sub-sequence*]。如果性质 γ 独立于根据 β 的顺序选择,那么我们也可说,**顺序选择**[*ordinal selection*]对 γ 而言是独立的;或者我们也可说序列 α 就 γ 而言,不受 β 元素的选择的影响。

邻域选择之有可能是由于这个事实:在把元素排列为编号序列时,某些邻域关系就形成了。这使我们例如有可能选择那些其直接先行者具有性质 γ 的所有成员;或者比方说,选择那些其第一和第二个先行者,或其第二个后续者具有性质 γ 的所有成员,如此等等。

因此,如果我们有一个事件序列——比方说掷钱币猜正反面——我们就必须区分两类性质:如"正面"或"反面"那样一些的主要性质,这些性质属于与其在序列中位置无关的每一个元素;以及如"偶数"或"反面的后续者"等那样一些次要性质. 这些性质是一个元素由于它在序列中的地位而获得的。

具有两个主要性质的序列称为"二择一"。正如冯·米泽斯业已表明的(如果我们小心仔细),有可能把概率论的基本点发展为二择一理论,而不牺牲普遍性。用"1"和"0"表示二择一的两种主要性质,每一种二择一可表示为许多 1 和 0 的序列。

一种二择一的结构可以是**有规律的**,或者它也可能是多少**不规则的**。

下面我将更周密地研究某些有穷二择一的这种规律性或不规则性。*[1]

55. 有穷序列的 n - 自由度

让我们以有穷二择一 α 为例，它由一个个 1 和 0 组成，有规律地排列如下：

(α) 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 …

在这种二择一中，我们有均等的分布，即 1 和 0 的相对频率是均等 160
的。如果我们用“$F''(1)$”示性质 1 的相对频率，用“$F''(0)$”示性质 0 的相对频率，我们可写：

(1) $$_{\alpha}F''(1) = {}_{\alpha}F''(0) = \frac{1}{2}$$

现在我们从 α 中选择（在 α 序列内）具有**直接接在 1 后面**的邻域性质的所有项。如果我们用“β”表示这种性质，我们可称为所选子序列“α. β”。它有这样的结构：

(α. β) 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 …

这个序列又是具有均等分布的一种二择一。而且，1 和 0 的相对频率都没有变化；即

(2) $$_{\alpha.\beta}F''(1) = {}_{\alpha}F''(1); \qquad {}_{\alpha.\beta}F''(0) = {}_{\alpha}F''(0)$$

用第 53 节采用的术语，我们可以说二择一 α 的主要性质对根据性质 β 作的选择**不敏感**；简言之，α 对根据 β 作的选择不敏感。

由于 α 的每一个元素或具有性质 β（即是 1 的后续者）或是 0 的后续者，我们可用“$\bar{\beta}$”表示后一性质。如果我们现在选择具有性质 $\bar{\beta}$ 的元素，我们得到这样的二择一：

---

*1 我建议初读时可以跳过第 55 - 64 节，或第 56 - 64 节。甚至建议从这里，或从第 55 节末直接转到第 10 章。

$(\alpha.\ \overline{\beta})$ 0 1 0 1 0 1 0 1 0 …

这个序列离均等分布稍有偏差,因为它的始末都是0(因为均等分布α本身以"0,0"结尾)。如果α有2000个元素,那么$\alpha.\ \overline{\beta}$将有500个0,只有499个1。这些离均等分布(或其他分布)的偏差只是因第一个元素或最后一个元素而引起的,可通过使序列足够长而使这些离差变得如我们喜欢的那么小。由于这个理由在下面我们将置这些偏差于不顾;尤其是我们研究的是无穷序列,在那里这些离差就消失了。因此,我们说,二择一$\alpha.\ \overline{\beta}$有均等的分布,并且二择一α对根据$\overline{\beta}$元素的选择
161 不敏感。结果,α,或更确切地说,α的主要性质的相对频率都对根据β和根据$\overline{\beta}$作的选择不敏感;所以我们可以说,α对根据**直接先行者**的性质所作的**每一种**选择都不敏感。

显然,这种无影响是由于二择一α结构的某些方面所致;这些方面可把α与其他二择一区分开来。例如,二择一α.β和$\alpha.\ \overline{\beta}$**并非**对根据先行者的性质所作的选择不敏感。

现在,我们可以研究二择一α,看看它是否也可以对其他选择,尤其对根据**一对**先行者的性质所作的选择不敏感,例如,我们可从α中选择那些是一对1,1的后续者的所有元素。并且我们马上就可以看到α**并非**不受四种可能的对即1,1;1,0;0,1;0,0中任何一对后续者的选择的影响。在这些情况之下,得到的子序列都没有均等分布;反之,它们全都由不间断的**块**[*blocks*](或"**迭代**"[*iterations*])组成,即只由1,或只由0组成。

α对根据单个先行者作的选择不敏感,但是并非对根据成对先行者作的选择不敏感,这个事实可用主观理论的观点表述如下。关于α中任何元素一个先行者性质的信息,对于这个元素的性质问题是无关的。另一方面,关于元素的成对先行者的性质的信息则是高度有关的;因为给定α据以建立的定律,它使我们能够**预测**所讨论的元素的性质:关于元素成对先行者性质的信息,可以说给我们提供演绎出预测所需的初始条件。(α据以建立的定律要求一对性质作为初始条件;因此就这些性质而言,它是"二维的"。详细说明**一种**性质仅是在成为复合

时作为初始条件不充分时才是“无关的”。参照第 38 节。*[1])

我没有忘记因果性——**原因**和**结果**——概念与预测的演绎的关系是多么密切,同时我要利用下列术语。以前作出的关于二择一 α 的断言:“α 对根据**单个**先行者作的选择不敏感。”我现在用下列说法来表 162
示,“α 不受**单个**先行者任何后效的约束”,或简言之,“α 的自由度为 1 [1 - free]”。不像以前那么说 α“对(或不对)根据**成对**先行者所作的选择不敏感”,我现在说,“α 不受(或受)**成对**先行者后效的约束”,或简言之,“α 的自由度是(不是)2”。*[2]

用自由度为 1 的二择一作为我们的原型,我们现在能够容易地建立也具有均等分布的其他序列,这些序列不仅不受一个先行者的后效约束,即(像 α 一样)自由度为 1,而且还不受一对先行者后效的约束,即自由度为 2;此后,我们可以继续达到自由度为 3 等等的序列。这样把我们引导到对下述是基本的一般概念。这就是不受直至某个数 n 的一切先行者后效约束的自由度概念;或者如我们将要说的,n - 自由度概念。更精确地说,我们称一个序列“自由度为 n”,当且仅当它的主要性质的相对频率是“n 重不敏感”,即对根据单个先行者和根据成对先行者和根据

---

*1 这是以另一种方式表明这一事实:主要出现在主观理论中的“有关”和“无关”这些术语严重地使人误解。因为如果 p 是无关的,并且 q 也是,那么知道 $p.q$ 也许是高度相关的就会有点使人吃惊。参见附录 *ix,尤其是第 1 个札记的第 5 点和第 6 点。

*2 根据大小区分邻域和运用定义明确的邻域选择的一般概念是由我引入的。但“不受后效约束”(*nachwirkungsfrei*)归功于赖兴巴赫。然而,赖兴巴赫那时仅用它于绝对意义的“对根据任何先行一组元素作的选择不敏感”。引入 1 - 自由度,2 - 自由度……和 n - 自由度的**可用回归定义的**概念,以及从而使用回归法来分析邻城选择,尤其是**建立随机序列**的则是我本人(我也曾利用同样的回归法来定义 n 事件的相互独立性)。这种方法迥然不同于赖兴巴赫的方法,虽然在修正的意义上用了他的一个术语。参见下面第 58 节的脚注 1,尤其是第 60 节的脚注 2。1968 年补:我现在才发现在赖兴巴赫之前,斯莫鲁丘斯基[Smoluchowski]早已使用这一术语。

三个一组的先行者……**和**根据 n 个一组先行者作的选择不敏感。[1]

自由度为 1 的二择一。α 可以用重复任何倍数的**生成周期**[*generating period*]

(A) 1 1 0 0 …

来建立。同样我们获得具有均等分布的自由度为 2 的二择一,如果我们把

(B) 1 0 1 1 1 0 0 0 …

作为它的生成周期,自由度为 3 的二择一从生成周期

(C) 1 0 1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 1 0 0 …

163 中获得,而自由度为 4 的二择一从生成周期

(D) 0 1 1 0 0 0 1 1 1 0 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 1 1 1 1 1 0 0 1 1 …

中获得。将会看到:面临一个不规则序列的直觉印象随它 n 自由度的数 n 的增长而越强烈。

具有均等分布的一个具 n 自由度的二择一的生成周期必须包含至少 2^{n+1} 个元素,作为例子给定的周期,当然可以开始于不同的位置;(C)例如可从它的第四个元素开始,于是我们获得的不是(C),而是

(C′) 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 1 0 0 1 0 1 …

有使序列的 n - 自由度不变的其他变换。为每一个数目 n 建立 n - 自由度序列生成周期的方法则在别处描述。*[3]

如果我们把下一生成周期的最初的 n 个元素加在一个自由度为 n

---

1 正如 K. 希夫[K. Schiff]博士向我指出的,有可能把这个定义简化。要求对任何 n 个一组的先行者(对给定的 n 来说)作的选择不敏感就够了。因此,对 n 个一组(等等)的选择不敏感能够容易得到证明。

*3 参照附录iv注 *1。结果是长度为 $2^n + n - 1$ 的一个序列,使得我们通过略去最后的 $n - 1$ 个元素,我们就获得一个 m - 自由度的二择一的生成周期,$m = n - 1$。

的二择一上，于是我们得到一个长度为 $2^{n+1}+n$ 的序列。除了其他性质外，这个序列还有以下的性质：$n+1$ 个 0 和 1 的每一种排列，即每一个可能的 $n+1$ 个组，至少在其中发生过一次。*4

56. 节段序列　二项式的第一形式

给定一个有穷的序列 α，我们称由 n 个连续元素组成的 α 的子系列为“α 的 n 长度节段”；或更简单地说，“α 的 n - 节段”。如果除了序例 α 以外，还给定某个定数 n，那么我们能够把 α 的 n - 节段排列在一个序列中——α 的 n - **节段序列**。给定一个序列 α，我们就可以从 α 的最初的 n 个元素的节段开始这种方式，建立一个新的序列，即 α 的 n - 节段序例。其次是 α 的 2 到 $n+1$ 的元素的节段。一般地说，我们把 α 164
的从 x 到 $x+n-1$ 的诸元素组成的节段看作新序列的第 x 个元素。如此获得的新序列可称为“α 的交迭 n - 节段[overlapping n-segments]序列”。这个名称表示，新序列的任何两个连续元素（即节段）以这种方式交迭；使它们共有原先序列 α 的 $n-1$ 元素。

现在我们通过选择可以从一个交迭节段的序列中，获得其他序列，尤其是**毗邻 n - 节段**[*adjoining n-segments*]**的序列**。

一个毗邻 n - 节段序列只含这样一些 n - 节段，它们在不交迭的 α 中，互相直接接续。例如开始也许是原先序列 α 的编号为 1 至 n 的元素的 n - 节段，续在后面的是 $n+1$ 至 $2n$，$2n+1$ 至 $3n$ 如此等等的元素的 n - 节段。一般来说，一个毗邻节段的序列将以 α 的第 k 个元素开始，而它的节段将包含 α 的编号为直至 $n+k-1$，$n+k$ 至 $2n+k-1$，2

---

*4　下列的定义似是适宜的，它可应用于任何给定的长而且有穷的具有相等分布的二择一。使 N 为 A 的长度，n 为最大的整数，因此 $2^{n+1} \leqslant N$。那么说 A 是**完全随机的**，当且仅当任何给定的两个，三个、……m 个一组（直至 $m=n$）偶发事件的相对数目与任何其他两个、三个、……、m 个一组偶发事件的相对数目的离差[*deviation*]，比方说分别都不超过 $m/N^{\frac{1}{2}}$。这种表征使得有可能说一定的二择一 A 是近似随机的；它甚至使我们能够去定义一个近似度。更详尽的定义可建立在我的重印于附录 * ix 的第三篇札记的第 8 点以后描述的（使 E - 函项达最高值的）方法的基础上。

$n+k$ 至 $3n+k-1$ 如此等等的元素。

下面将用“$\alpha_{(n)}$”示 α 的交迭 n - 节段的序列，用“α_n”示毗邻 n - 节段序列。

现在让我们更详细一点考虑交迭节段 $\alpha_{(n)}$ 的诸序列。这样一种节段的每一个元素是 α 的一个 n - 节段。我们可以把例如组成节段的 n 个一组的有序的 0 和 1 看作是 $\alpha_{(n)}$ 一个元素的主要性质。或者我们可以更为简单地把**它的 1 的数目**看作是这个元素（不管 1 和 0 的**次序**）的主要性质。如果我们用“m”表示 1 的数目，则显然 $m \leqslant n$。

现在我们又从每一个序列 $\alpha_{(n)}$ 得到一个**二择一**。如果我们选择一个特定的 $m(m \leqslant n)$，并将性质“m”赋予序列 $\alpha_{(n)}$ 的正好有 m 个 1（所以有 $n-m$ 个 0）的每一个元素，并且把性质“$\overline{m}$”（非 m）赋予 $\alpha_{(n)}$ 的所有其他元素的话。因此 $\alpha_{(n)}$ 的每一个元素必定有这两个性质中的一个或另一个。

现在让我们再次设想，给定一个具有主要性质“1”和“0”的一个有穷二择一。设 1 的频率。$F''(1)$ 等于 p，0 的频率 $\alpha F''(0)$ 等于 q。（我们设分布是不均等的，即 $p=q$。）

现在让这个二择一 α 至少有 $n-1$ 个自由度（n 是任意挑选的自然
165 数）。于是我们可问下列的问题：性质 m 在序列 $\alpha_{(n)}$ 中出现的频率是多少？换言之，$\alpha_{(n)}F''(m)$ 的值是多少？

除了 α 至少有 $n-1$ 个自由度外，我们什么也不假定，我们就能用初等算术解决这个问题[1]。答案包含在下列公式中：

(1) $$\alpha_{(n)}F''(m) = {}^{n}C_{m}p^{m}q^{n-m}$$

“二项”式(1)的右边是由牛顿在论述有关别的问题时提出的（有时称为牛顿公式）。我将称它为“二项式的第一形式”。*1

---

1 与毗邻节段的无穷序列有关的相应问题，我称之为“伯努利问题”（效法冯·米泽斯，《概率计算》[*Wahrscheinlichkeitechnung*]，1931 年，第 128 页）；与交迭节段无穷序列有关的相应问题我称之为“拟伯努利问题”（参照第 60 节的注 1）。因此这里讨论的问题是**有穷序列的拟伯努利问题**。

*1 在德文原本中，我用“牛顿公式”一词；但是由于这个词在英语中最少使用，我决定改称它为“二项式”。

由于推导出了这个公式我就不再在**有穷**参考类内考察频率理论。这个公式将提供给我们一个基础来讨论随机公理。

57. 无穷序列　频率的假说性估计

把为 n - 自由度有穷序列获得的结果推广到用**生成周期**(参照第55节)定义的 n - 自由度无穷序列是十分容易的。起着参考类(我们的相对频率与此有关)作用的一个无穷的元素序列可称为"参考序列"。它多少与冯·米泽斯意义上的"集合"相对应。*1

n - 自由度的概念以相对频率的概念为前提;因为 n - 自由度的定 166
义要求不受影响——不受根据一定的先行者所作的选择的影响——的是一种性质在其中发生的**相对频率**。在我们讨论有穷序列的定理中,我将暂时使用(直到第64节)相对**频率极限值**(用 F' 表示)概念代替**有穷类的相对频率**(F'')。只要我们把自己限于**根据某个数学规则**建立的参考序列,这个概念的使用就不会发生问题。对于这些序列我们总可以确定相应的相对频率序列是否是收敛的。相对频率极限值概念只

---

*1　在这里我达到了这一论点:我不能完全实现我的直觉纲领——在**有穷**序列的范围内尽可能分析随意性,而只在以后才进到**无穷**参考序列(我们在其中需要相对频率的**极限值**),目的是获得一种从序列的随意性质中得出存在频率极限值的理论。我通过为不断增长的 n 建立(有穷的)**最短**的 n - 自由度序列作为我的第二步,可十分容易地实现这个纲领,因此很容易证明,如果在这些最短的序列中,允许 n 无限增长,序列就变成无穷的了,而频率也就无需进一步的假定就转变为频率极限值。(见附录iv注*2,以及我的新附录 * vi。)所有这一切本来会使下列几节简化,然而仍保留其意义。但是它就会无需进一步假定而完全解决第63和64节中的问题;因为由于极限值存在已可得到证明,无需再提及聚点[points of accumulation]。

然而,这些改进完全在纯频率理论的框架内:除了就这些改进定义一个理想的客观无序标准而言,如果我们采取一种新古典的(测量理论的)形式体系的趋向性解释,如在我的《后记》第53节以后说明的那样,这些改进就不必要了。但是即使如此仍然有必要谈论频率假说——假说性估计及其统计学检验;因此本节仍然是有关的,正如以后各节直至第64节那样的有关。

是在没有数学规则只有经验规则(与例如硬币的掷猜序列有关的)的序列的情况下才会引起麻烦;因为在这些情况下,极限值概念是未定义的(参照第 51 节)。

建立序列的数学规则的一个例子如下:"序列 α 的第 n 个元素应该是 0,当且仅当 n 可被 4 除。"它定义的无穷二择一是

(α) 1 1 1 0 1 1 1 0 …

其相对频率的极限值 $\alpha F'(1) = 3/4$,而 $\alpha F'(0) = 1/4$。借助数学规则用这种方法定义的序列我简称为"**数学序列**"。

与之相对照,建立**经验序列**的规则是例如"序列 α 的第 n 个元素将是 0,当且仅当硬币 c 的第 n 次掷猜出现反面时"。但是,经验规则不一定总是定义随机性质的序列。例如,我应该把下列规则称为经验规则:"序列的第 n 个元素将是 1,当且仅当第 n 秒(从某个零时算起)时,发现摆 p 摆到这标记的左方时。"

167 这个例子表明有时——例如根据与摆有关的一些假说和测量——可用数学规则代替经验规则。用这种方法我们会找到一个数学序列,它以按我们的目的也许使我们满意也许不能使我们满意的精确度接近于我们的经验序列。有可能(我们的例子可用来建立这种可能)获得一个其各种**频率**接近于那些经验序列的频率,在我们目前的情况下具有特殊的意义。

我把序列分为数学序列和经验序列时,我利用的是"内包"上的差别,不是"外延"上的差别。因为如果用"外延"方法,即用一个接一个地列举其元素的方法使我们得一个序列——因此我们就只能知道它的一个有穷的片段,一个有穷的节段,不管它有多长——那么就不可能根据这个节段的性质确定其一部分的序列是数学序列还是经验序列。仅当给定一个建构规则——即"内包"规则——时,我们就能判定一个序列是数学的还是经验的。

由于我们希望借极限值(相对频率)概念之助处理我们的无穷序列,我们必须把我们的研究限于数学序列,实际上就是限于相应的相对

频率序列是收敛的那些数学序列。这种限制等于引入收敛公理。(与这公理有关的问题到第 63—66 节再讨论,因为与“大数定律”一起讨论它们比较方便。)

因此,我们将只谈**数学序列**。然而我们将只谈那些数学序列:我们期望或推测它们就频率而言接近于**具有似机遇或随机性质的经验序列**;因为它们是我们的主要兴趣所在。但是期望或推测一个数学序列,就频率而言它接近于经验序列,不过是**提出一个假说**——一个关于经验序列频率的假说。[1]

我们对经验随机序列的频率的估计是假说这一事实,对我们用以 168
计算这些频率的方法没有任何影响。显然,在**有穷**类方面,它对我们如何获得我们的计算由此开始的频率,丝毫没有关系。这些频率可借实际计算获得,或根据一条数学规则,或根据某种假说获得。或者我们简直可以虚构一些频率。在计算频率时我们接受某些频率作为给定的,并从中推导出其他频率。

无穷序列中的概率估计同样如此。因此关于我们频率估计的来源问题不是一个频率计算问题;然而这并不是说把这个问题从我们关于概率论问题的讨论中排除出去。

在无穷经验序列的情况中,我们能区分出我们假说性频率估计的两种主要“来源”——就是说两种方法,我们用这两种方法就可估计出频率。一是基于“**均等 - 机遇假说**”[*equal-chance hypothesis*](或等概率假说[equi-probability hypothesis])的估计,另一是基于**统计结果的外推**[*extrapolation of statistical findings*]。

我用“**均等 - 机遇假说**”,是指这样一种假说,它断言各种主要性质的概率是均等的:它是断言**均等分布**的假说。均等 - 机遇假说常常

---

1 后面在第 65 至 68 节,我要讨论频率假说的**可判定性**问题,即这类推测或假说是否能接受检验;如果能,那么如何检验;它是否能以任何方法得到验证;以及它是否可否证。* 也可以参照附录 * ix。

基于**对称性**的考虑。[2] 最典型的例子是掷骰子时均等频率的推测，其根据是立方体六面的对称性和几何等值。

至于基于**统计学外推**的频率假说，死亡率的估计提供一个很好的例子。在这里关于死亡率的统计资料是用经验查明的，并且**根据过去的趋势将继续是十分接近稳定的假说**，或者它们不会有很大变化——至少在最近时期内——从已知事例，即从已用经验加以分类和计算的偶发事件外推到未知事例。

具有归纳主义倾向的人容易忽视这些估计的假说性质，他们会把假说性估计，即基于统计外推的频率预测同它的经验“来源”之一——过去的偶发事件和偶发事件序列的分类与实际计算混为一谈。往往提
169 出这样的主张：我们从已加以分类和计算的过去的偶发事件（如死亡统计）中“推导出”概率估计——即频率预测。但是从逻辑观点看，这个主张并没有得到证明。我们根本没有作什么逻辑推导。我们已经做的是提出一个不可证实的假说，这个假说在逻辑上永远得不到证明，这个假说就是推测频率仍将**稳定不变**，因此允许外推。甚至**均等-机遇假说**也被一些相信归纳逻辑的人认为是“经验上可推导的”，或“经验上可说明的”，他们认为这些假说基于统计经验，即基于经验上观察到的频率。然而就我来说，我相信，我们在作出这种假说性估计时，往往单独受关于对称意义的想法以及类似的考虑的引导。我看不出有任何理由为什么这些推测应该只是由于积累大量归纳观察而产生的。然而，我并不赋于我们估计的起源或“来源”这些问题以很大意义（参照第2节）。我认为，更重要的是对这个事实要十分清晰，即频率的一切预测性估计，包括我们从统计外推中得到的频率——当然还有所有与无穷经验序列有关的频率——总是纯粹的推测，因为它总是超出我们有权根据观察肯定的任何东西。

我对均等－机遇假说和统计外推的区分与“**先验**”和“**后验**”概率的经

---

2 凯恩斯在他分析**无差别原理**[*principle of indifference*]时讨论了这些问题。参照上引书，第Ⅳ章，第41—64页。

典区分是完全符合的。但是由于这些术语是用于如此多的不同意义,[3] 而且由于这些术语因哲学上的联想而被严重玷污,最好还是避免用它们。

我在下面考察随机公理时,将试图寻找逼近随机经验序列的数学序列;这就是说我将考察频率假说。*[2]

58. 随机公理的考察

顺序选择(即按位置选择)的概念和邻域选择的概念均已在第 55 节中引入和说明。我现在将借助这些概念检查冯·米泽斯的随机公理——排除赌博系统原理——以希望找到一个能代替这个公理的较弱的要求。在冯·米泽斯的理论中,这个公理是他的集合概念的定义的一部分:他要求一个集合中频率的极限一定要对任何种类的系统选择[systematic selection]不敏感。(他指出,赌博系统总是可被认为是一种系统选择。) 170

对这个公理提出的大多数批评集中于它的表述的相对不重要的和表面的方面。这与下列事实有关,即在各种可能的选择中,会有这样的选择:比方说选择那些接近 5 的掷;显然在这种选择内,5 的频率会与在原先序列内 5 的频率迥然不同。这就是为什么冯·米泽斯在他的随机公理表述中谈到他所说的"选择"或"选取"是"独立于"掷的"结果",因而不用所选元素的性质去定义。[1] 但是只要指出我们可以根本不用成问题的措词来表述冯·米泽斯的随机公理,就可以完全答复 [2]

---

3 如,波恩和约尔丹[Jordan]在《基本量子力学》[*Elementare Quantenmechanik*],1930 年,第 308 页,用"**先验**"这个词来指均等分布假说。另一方面,A. A. 乔普罗[A. A. Tschprow]用"**先验概率**"这个词指所有的频率**假说**,以把它们同对它们的**统计检验**区分开来,即**后验**获得的经验计算的结果区分开来。

*2 这正是上面注 *1 中提到的纲领,并贯穿于附录 iv 和 * vi。

1 参照例如冯·米泽斯的《概率、统计与真理》,1928 年,第 25 页;英译本,1939 年,第 33 页。

2 参照例如费格尔,《认识》1,1930 年,第 256 页,在那里这个表述被说成是"在数学上不可表示的"。赖兴巴赫在《数学杂志》34,1932 年,第 594 页以后诸页中的批评十分类似。

针对这种表述的许多非难。[3] 因为例如我们可以表述如下:在一个集合中频率的极限一定都不受顺序选择和邻域选择的影响,而且也不受可用作赌博系统的*[1]这两种选择方法的所有组合的影响。

上述困难随这个表述而消失。然而其他困难仍保留。因此也许不**可能**证明,借助如此强的随机公理定义的一个集合概念,不是自相矛盾
171 的;换言之,不可能**证明**"集合"的类不是空的。(卡姆克曾强调证明这一点的必要。[4])至少,建构某个集合的**例子**,并用这种方式说明集合的存在,这似乎是不可能的。这是因为满足一定条件的某一无穷序列的例子只可能由数学规则来提供。但是对于冯·米泽斯意义上的集合,根据定义不可能有这种规则,因为能够把任何规则都用作一种赌博系统或选择系统。如果**所有可能的**赌博系统都被排除,这种批评确实是无法驳斥的。*[2]

然而也可提出另外的异议来反对排除所有赌博系统的概念:它的要求实在**太多**了。如果我们要使某个陈述系统公理化——在这个场合是概率计算定理,尤其是特殊的乘法定理或伯努利定理——那么所选的公理不仅应该对系统定理的推导是充分的,而且也是(如果我们能这样推导出定理)**必要**的。然而可以表明排除**所有**选择系统对伯努利定理及其系统定理是**不必要**的。要求排除特殊类的邻域选择是十分充分的:它是以要求序列应该不受根据任意选取的 n 个一组的先行者所

---

3 德尔格说过类似的话,然而他没有详述他的观察。

*1 "可用作赌博系统的"这几个(实质性的)字在德文原版中没有。

4 参照例如卡姆克,《概率论绪论》[*Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie*],1932 年,第 147 页,和《德国数学学会年报》[*Jahresbericht der Deutschen mathem. Vereinigung*] 42,1932。卡姆克的反对也必然针对赖兴巴赫试图用导入**正态序列**[*normal sequence*]来改进随机公理,因为它不能证明这个概念是**非空的**。参照赖兴巴赫,"概率计算的公理"[Axiomatik der Wahrscheinlichkeitsrechnung],《数学杂志》34,1932 年,第 606 页。

*2 然而如果排除任何给定的**可数**[*denumerable*]集的赌博系统,它就是可以驳斥的;因为可以(通过某种对角线法[diagonal method])建构某个序列的实例。参照《后记》第 *54 节(注 *5 以后的正文),论 A. 瓦尔德[A. Wald]。

作的选择的影响;也就是说,它应该有 n **个自由度,不受每个** n **的后效的约束**,或简言之,它应该是"**绝对自由的**"。

所以,我建议用不那么严格的"绝对自由"的要求(对每一个 n 有 n -自由度的意义上)来代替冯·米泽斯的排除赌博系统原理,并且相应地把似机遇的数学序列定义为满足这个要求的序列。其主要优点是不排除**所有**赌博系统,因此有可能提供建构在我们的意义上"绝对自由的"序列的数学规则,从而有可能建构实例。因此也就满足了上面 172
讨论的卡姆克的异议。因为我们现在能够证明似机遇数学序列的概念不是空的,所以是前后一致。*3

也许有点奇怪:我们应该试图借助必须符合最严格规则的数学序列来勾划机遇序列极不规则的特点。冯·米泽斯的随机公理起初似乎使我们的直觉更为满意。一个机遇序列必定是完全不规则的,因此只要我们继续努力试图通过把这个序列延伸得足够长来证伪这个推测的话,任何推测的规则性一定会在序列的后面部分遇到失败,知道这一点是颇为令人满意的。但是这个直觉的论证也有利于我的建议。因为如果机遇序列是不规则的,那么,**不容置疑**,它们就不会是某种特殊类型的规则序列。而我们的"绝对自由"要求不过是排除一种特殊类型的规则序列,尽管是一种重要的类型。

它是一种重要的类型这一点可以从这个事实中看出,即根据我们的要求不言而喻地排除下述三种典型的赌博系统(参照下一节)。首先我们排除"正态的"或"纯粹的"*4 邻域选择,在其中我们根据**邻域的某种恒定的特征**进行选择。其次,我们排除"正态的"顺序选择,这种选择选取的元素,它们的间距是恒定的,例如标号为 $k, n+k, 2n+k$ …等等的元素;最后,我们排除这两种类型选择的许多组合(例如一切第 n 个元素的选择,假如它的邻域具有某种具体的恒定特征)。所有这些选择的独特性质是,它们与序列的绝对的第一元素无关;如果原先

---

*3 对针对我的理论提出的大多数反对意见在正文下一段作了答复。

*4 参照下面第 60 节的最后一段。

的序列从另一个(相应的)元素开始标号,它们就可产生同样的所选的子序列。因此被我的要求排除的赌博系统是那些无需知道序列的第一元素而可使用的赌博系统。被排除的系统总涉及某些(线性)变换。
173 它们是简单的赌博系统(参照第 43 节)。我的要求不予排除的只是 *[5] 涉及诸元素与绝对的(初始的)元素[5]间有绝对距离的赌博系统。

对一切 n 有自由度 n——“绝对自由”——的要求也与我们大多数自觉地或不自觉地认为对机遇序列也适用的东西完全一致;例如一粒骰子下一次掷的结果不依赖以前几次掷的结果(掷以前摇摇骰子的做法就是想要保证这种“独立性”)。

59. 似机遇序列　客观概率

鉴于我已说过的那些东西,我现在提出下列定义。

我们说一个事件序列或性质序列,尤其是一个二择一是“似机遇”或“随机的”,当且仅当它的主要性质的频率极限是“绝对自由的”,即不受根据任何 n 个一组的先行者的性质所作的一切选择的影响。与随机的序列相应的频率极限被称为在有关序列内该性质的客观概率;用 F 表示。这也可表述如下。设 α 为具有主要性质 β 的似机遇或似随机序列;这时下式成立:

$$_{\alpha}F(\beta) = {}_{\alpha}F'(\beta)$$

现在我们必须证明我们的定义足以推导出数学概率论的主要定理,尤其是伯努利定理。随后——在第 64 节——这里给定的定义将予

---

*5　如果我们说到(**预测性的**)赌博系统,“只是”这个词**才**是正确的。参照下面第 60 节注 *3,和我的《后记》第 *54 节注 6。

5　例如,选择所有它的数都是质数的项。

以修改使之独立于频率**极限**的概念。*[1]

60. 伯努利问题

在第 56 节提到的第一个二项式公式，即 174

$$\alpha_{(n)}F''(m) = {}^{n}C_{m}p^{m}q^{n-m} \tag{1}$$

适用于交迭节段的有限序列。它可根据这样的假定推导出来，即**有限**序列 α 至少有 $n-1$ 个自由度。根据同样的假定，我们直接获得一个有限序列的正好相应的公式；那就是说，如果 α 是有限的，并且至少有 n −1 个自由度，那么

$$\alpha_{(n)}F'(m) = {}^{n}C_{m}p^{m}q^{n-m} \tag{2}$$

由于似机遇序列是绝对自由的，即对于每一个 n 有 n 个自由度，公式(2)，即**第二个**二项式公式也必须适用于那些序列；并且确实它必须适用于它们，不管我们选择的 n 的值是多少。

下面我们将只涉及似机遇序列，或随机序列（如在前节中定义的那样）。我们就要证明，对于**似机遇序列**，除了公式(2)，第三个二项式公式(3)也必定适用；这个公式是

$$\alpha_{n}F(m) = {}^{n}C_{m}p^{m}q^{n-m} \tag{3}$$

公式(3)在两个方面不同于公式(2)：第一，它所断言的涉及毗邻节段 α_n 的序列，不是交迭节段 $\alpha_{(n)}$ 的序列。第二，它不包含符号 F'，而包含符号 F。这意味着，根据蕴涵它断言**邻近节段序列**也是似机遇或随机的；因为 F，即客观概率的定义仅涉及似机遇序列。

---

*1 现在我应该倾向于在不同情况下——即在广义上使用“客观概率”概念，以包括**概率形式计算的所有“客观”解释**，如频率解释以及尤其是趋向解释，后者在《后记》中加以讨论。这里，在第 59 节，这个概念不过是用作建构某种形式频率理论的一个辅助概念。

公式(3)所回答的在邻近节段序列中性质 m 的客观概率问题——即 $\alpha_n F(m)$ 的值的问题——我效法冯·米泽斯,称之为"伯努利问题"。[1] 对于这个问题的解决,从而对于第三个二项式公式(3)的推
175 导,假定 α 是似机遇或随机的也就够了。[2] (我们的任务等于说明特殊的乘法定理适用于一个随机序列 α 的毗邻节段序列。)

公式(3)的证明 *[1] 可用两步实现。首先,我们证明公式(2)不仅适用于交迭节段 $\alpha_{(n)}$ 的序列,而且也适用于毗邻序列 α_n 的序列。第二,我们证明后者是"绝对自由的"。(这两步的次序可以颠倒,因为交迭节段 $\alpha_{(n)}$ 的序列肯定**不是**"绝对自由的";事实上,这种序列提供了一个可称之为"具有后效的序列"[3] 的典型例子。)

第一步。毗邻节段 α_n 的序列是 $\alpha_{(n)}$ 的子序列,它们可通过正态顺序选择从 $\alpha_{(n)}$ 中获得。因此如果我们能证明在交迭序列 $\alpha_{(n)}F'(m)$ 中频率的极限对正态顺序选择不敏感,我们就是已经采取了第一步(并且甚至走得更远一点);因为我们将证明这个公式:

$$\alpha_n F'(m) = \alpha_{(n)} F'(m) \tag{4}$$

我将首先以 $n=2$ 为例概述这个证明;即我将证明

$$\alpha_2 F'(m) = \alpha_{(2)} F'(m) \qquad (m \leqslant 2) \tag{4a}$$

---

1 (2)所回答的**交迭**节段序列的相应问题,即 $\alpha_{(n)}F'(m)$ 问题,可称之为"拟-伯努利问题"[quasi-Bernoulli problem];参照第 56 节注 1 以及第 61 节。

2 赖兴巴赫("概率计算中的公理系统"[Axiomatik der Wahrscheinlichkeitsrechnung],《数学杂志》34,1932 年,第 603 页)无保留地反对这一点,他写道:"……正态序列也是不受后效约束的,**虽然反题不一定成立**。"但是赖兴巴赫的正态序列是(3)适用的那些序列。(我的证明由于以下事实而成为可能,即我由于不是直接而是借助"不受后效约束的 n-自由度"定义"不受后效约束的自由度",已经离开了以前的程序,因而使它容易接受数学归纳的程序。)

*1 这里只提供证明的概述。对证明不感兴趣的读者可翻到本节最后一段。

3 冯·斯莫鲁丘斯基把他的布朗[Brown]运动理论立足于后效序列上,即交迭节段的序列上。

为真;因此很容易概括这个公式以适用于一切 n。

从交迭节段 $\alpha_{(2)}$ 的序列中,我们能够选择毗邻节段的两个以及仅仅两个不同的节段 α_2;一个用(A)表示,包含 $\alpha_{(2)}$ 的第一,第三,第五,……节段,即由数 1,2;3,4;5,6;……组成的 α 的元素对。另一个用(B)表示,包含 $\alpha_{(2)}$ 的第二,第四,第六,……节段,即由数 2,3;4,5;6,7;……等组成 α 的元素对。现在假定公式(4a)不适用于**两个**序列中 176
的**一个**(A)或(B),结果节段(即对)0,0 **太经常**出现在比方说序列(A)中;于是,在序列(B)中必然会出现一个余离差[complementary deviation];即节段 0,0 将**不很经常**出现("太经常",或"不很经常"是与二项式公式相比较而言的)。但是这与所假定的 α 的"绝对自由"是矛盾的。因为如果 0,0 对在(A)中出现比在(B)中更经常,那么在 α 的足够长的节段中,0,0 对在某些**特征性间距**内出现比在其他间距内出现更经常。如果 0,0 对属于两个 α_2 序列中的**一个**,更为经常出现的间距就是那些占优势的间距,如果 0,0 对**均**属于两个 α_2 序列,不那么经常出现的序列就是那些占优势的序列。但是这与所假定的 α 的"绝对自由度"是矛盾的;因为根据第二个二项式公式,α 的"绝对自由度"意味着,在任何 $\alpha_{(n)}$ 序列中一个特定的长度为 n 的序列出现的频率只依赖在该序列中出现的 1 和 0 的数目,而不是依赖它们在序列中的**排列**。*2

这证明了(4a);由于这个证明能容易推广到任何 n,(4)也就得到证明;这就完成了证明的第一步。

第二步。α_n 序列是绝对自由的这一事实可用一个类似的论据来说明。我们仍可以首先只考虑 α_2 序列;而就这些序列而言,开始只会证明它们的自由度为 1。设两个 α_2 序列中的一个,即节段(A)**并不是**自由度为 1。那么在(A)中,在至少由两个元素(一个特定的 α 对)组

---

*2 下列表述在直觉上也许是有帮助的:如果 0,0 对出现在某些特有的间距中比在其他间距中更为经常;那么这个事实可容易用作简单系统的基础,该系统会稍微改进一个赌徒的运气。但是这类赌博系统同序列的"绝对自由度"是不相容的。同样的考虑是第二步证明的基础。

成的一个节段之后，比方说在 0,0 节段之后，另一个节段比方说 1,1，必然比如果(A)是“绝对自由”时更为经常地跟随着；这就是说，节段 1,1 出现在根据先行节段 0,0 从(A)中选择的子序列中的频率比二项式公式使我们期望更大。

然而，这个假定与序列 α 的“绝对自由度”是矛盾的。因为如果节段
177 1,1 在(A)中跟随节段 0,0 过分经常，那么通过补整[compensation]，相反情况也必然出现在(B)中；因为否则四个一组 0,0,1,1 在 α 的一个足够长的节段中，会太经常地出现在某些**特征性间距**内——即在如果所说的两对属于同一 α_2 序列就会占优势的那些间距内。此外，在其他**特征性间距**内，四个一组会不那么经常地出现——即在那些如果它们均属于**两个** α_2 序列就会占优势的间距内。因此我们面临的正好是与以前同样的情况；而且我们能用类似的考虑证明，假定事件在一些特有的间距内优先发生，是所假定的 α 的“绝对自由度”是不相容的。

这个证明又可加以推广，结果我们可以说 α 序列不仅自由度为 1，而且对每一个 n，自由度为 n；因而它们是**似机遇**的，或随机的。

这就完成了我们对这两步的概述。因此我们现在有权在(4)中用 F 代替 F'；这就是说，我们可以同意这个主张：第三个二项式公式解决了伯努利问题。

顺便说一句，我们已证明交迭节段的序列 $\alpha_{(n)}$ 不受**正态顺序选择**的影响，只要 α 是“绝对自由”时。

这同样适用于毗邻节段序列 α_n，因为从 α_n 中作的任何一个正态顺序选择可被认为是从 $\alpha_{(n)}$ 中作正态顺序选择；所以它必须应用于序列 α 本身，因为 α 与 $\alpha_{(1)}$ 和 α_1 都是等同的。

因此我们也还证明了，不受正态顺序选择的影响是从“绝对自由度”——它意指不受某一特殊类型的邻域选择的影响——中得出的必然结论。容易看出，更进一步的结论是不受任何“纯”邻域选择(即根据它的邻域的某个恒定的特征——不随元素序数而变化的特征——进行选择)的影响。最后它的必然结论是“绝对自由度”蕴含着不受这两

类选择的所有 *[3] 组合的影响。

61. 大数定律(伯努利定理)

在假定我们能使 n 趋向极限,即 $n\to\infty$ 的条件下,伯努利定理,或 178
(第一[1])“大数定律”可以用纯粹数学的推理从第三个二项式方式中推导出来。所以它能断言的只是无限的序列 α;因为正是仅仅在这些序列中 α_n 序列的 n - 节段长度能无限增加。并且它能断言的只是这些“绝对自由”的序列,因为正是仅在假定对每一个 n 自由度为 n 的条件下,我们能使 n 趋向极限,$n\to\infty$ 。

伯努利定理提供了十分类似我曾(效法冯·米泽斯)称为“波努利问题”的一个问题,即 ${}_{\alpha_n}F(m)$ 的值的问题的解。正如第 56 节所表明的,一个 n - 节段可说具有性质“m”,当它正好含有 m 个 1 时;因此在这个(有穷)节段内 1 的相对频率当然是 m/n。我们现在可定义:α 的一个 n - 节段有性质“Δp”当且仅当它的 1 的相对频率与 ${}_{\alpha}F(1)=p$ 的值,即 1 在序列 α 中的概率的离差不超过 δ;这里 δ 是我们任意选取的接近于 0 的任何小的分数(但不同于 0)。我们能用下列说法表示这个条件:一个 n 节段有性质“Δp”,当且仅当 $\left|\frac{m}{n}-p\right|<\delta$ 时;换言之,节段具有性质“$\overline{\Delta p}$”。现在伯努利定理回答了频率或概率值的问题,在 α_n 序列内这种节段——具有性质 α 的节段的值的问题;因此它回答了 ${}_{\alpha_n}F(\Delta p)$ 值的问题。

人们在直观上可以猜测:如果值 δ(δ > 0)是固定的,如果 n 增加,那么具有性质 Δp 的这些节段的值,因此 ${}_{\alpha_n}F(\Delta p)$ 的值,也将增加(并

---

*3 我现在认为这里“所有”这个词是错误的,应该用更确切一点的“可用作赌博系统的所有组合”来代替。1935 年,亚伯拉罕·瓦尔德向我指出,需要作出这个改正。参照上面第 58 节脚注 *1 和 *5(以及我的《后记》第 *54 节脚注 6 提到 A. 瓦尔德处)。

1 冯·米泽斯把伯努利定理——或普瓦松[Poisson]定理——同它的逆定理区分开来,他称后者为“贝斯定理”或“第二大数定律”。

且它的增加将是千篇一律的)。伯努利的证明(在任何一本概率计算教科书中都可以找到这种证明)接着下去便是借助二项式公式来评价这种增加。他发现如果 n 的增加没有极限,$_{\alpha_n}F(\Delta p)$ 值便逼近最大值1,不管 δ 的固定值有多少。这可用下式来表示。

(1) $$\lim_{n\to\infty} {}_{\alpha_n}F(\Delta p) = 1 \quad \text{(对任何 } \Delta p \text{ 值)}$$

179 这个公式从改变**毗邻**节段序列的**第三个**二项式公式而来。对于**交迭**节段的序列,类似的**第二个**二项式公式用同样的方法直接导致相应的公式。

(2) $$\lim_{n\to\infty} {}_{\alpha_{(n)}}F'(\Delta p) = 1$$

这个公式对于交迭节段序列以及从它们之中作正态顺序选择是正确的,因此对于具有**后效**的序列(斯莫鲁丘斯基[2]曾研究过这些序列)也是正确的。公式(2)本身产生(1),假如所选的序列不交迭,所以自由度为 n。(2)可描述为伯努利定理的一种变式;而我在这里将要就伯努利定理所说的话经过必要的修正[*mutatis mutandis*]以适用于这种变式。

伯努利定理,即公式(1),可用下面的话表示。让我们称从一随机序列 α 中选择的长度固定的一个长的有穷节段为一"适当样本"[fair sample],当且仅当**在这个节段内** 1 的概率,即**在随机序列内** 1 的概率值与 p 的离差只有某一小的固定的分数(我们可以自由挑选这个分数)。因此我们可以说,只要我们使这些节段有足够长,偶然碰到一个适当样本的概率如我们所喜欢的那样逼近于1。*[1]

在这个表述中,"**概率**"(或"**概率值**")一词出现两次。在这里如何解释或翻译它?在我的频率定义的意义上,这词不得不翻译如下(我将"概率"一词译为频率语言的两种译法用黑体表示):所有足够长的有限节段中**绝大多数**有"适当样本";即它们的相对频率与该随机序

---

2 参照第 60 节注 3 和第 64 节注 5。

* 1 在翻译时通过引入"适当样本"的概念已重新表述了这句子:原来的句子仅记载了这个概念的定义。

列**频率值** p 的离差为一任意固定的很小的量;或简言之:**频率** p 近似地实现在**几乎**所有足够长的节段中。(我们如何达到 p 值与我们现在的讨论是无关的;比方说它可以是一种假说性估计的结果。)

记住伯努利频率 $\alpha_n F(\Delta p)$ 一成不变地随节段的长度 n 的增加而 180
增加,一成不变地随 n 的减少而减少,所以,相对频率值在短的节段中实现是比较罕见的,我们也可说:

伯努利定理说明,"绝对自由的"或似机遇的序列的短节段经常表现在与 p 有比较大的离差,因此有比较大的涨落,而较长的节段,在大多数情况下,将表现出随长度的增加与 p 的离差越来越小。结果,在足够长的节段中大多数离差将变得如我们希望的那样小;换言之,大的离差将变得如我们希望的那样罕见。

因此,如果我们取随机序列的一个十分长的节段,为了通过计算或也许利用其他的经验的和统计的方法,求在它的子序列内的频率,那么在大多数情况下我们将得到如下结果。有一个特征性平均频率,使整个节段中以及几乎所有的长的子序列中,相对频率与这个平均值的离差很小,如果我们挑选的子节段越短,较小的子节段的相对频率与这个平均值的离差就越大和越经常,这个事实,即有穷节段这种可在统计学上得到确定的行为,系指它们的"**拟收敛行为**";或系指这样的事实:**随机序列在统计学上是稳定的。**[*2]

因此,伯努利定理断言,似机遇序列的节段较小,经常表现为大的涨落,而大节段总表现恒定或收敛;简言之,我们在小节段中发现无序和随机,在大节段中发现有序和恒定。"**大数定律**"所指的正是这种行为。

62. 伯努利定理和概率陈述的解释

我们刚刚看到,用言语表述的伯努利定理中"概率"一词出现了两次。

---

*2 凯恩斯谈到"大数定律"时说"统计频率的稳定性,是它的好得多的名字"。(参照他的《概率论》,第 336 页)。

频率理论家在两种情况下根据它的定义翻译这个词没有困难:他能对伯努利定理和大数定律提供一个清楚的解释。主观理论的拥护者也能以它的逻辑形式做到这一点吗?

181 想把“概率”定义为“理性信仰程度”的主观理论家,当他把“……的概率如我们希望的那样逼近 1”这些话解释为“……**几乎确定无疑**[1]”时,他前后完全一致,并且有权这样做。但是当他继续说:“……相对频率**与它最可几**的值 p 的离差小于一定量……”,或用凯恩斯的话说,[2]“事件出现的比例与最可几的比例 p 的离散小于一定量……”时,他只不过模糊了他的那些困难。这听起来似乎蛮有道理,至少乍一听来是这样。但是如果在这里我们也把“**可几的**”(有时省略)一词,用主观理论的意义加以翻译,那么整个问题变成这样:“相对频率与理性信仰程度 p 值的离差小于一定量几乎是确定无疑的。”我认为这是十足的废话。*[1] 因为相对频率只能与相对频率作比较,只能对相对频率有离差或没有离差。很清楚,在演绎伯努利定理之后,把一个不同于演绎之

---

1 冯·米泽斯也用“几乎确定无疑”一词,但是根据他的意见,当然认为它是被**定义**为“有一个接近于[或等于]1 的频率”。

2 凯恩斯,《概率论》,1921 年,第 338 页。*引号中前面一段不得不插在这里,因为它重译了我从我的原文所依据的凯恩斯德文本中引的一段话。

*1 对这一点值得更详细地谈谈。凯恩斯(在上面引用的那段前面一段话中)写道:“如果某一事件出现的概率在一定条件下是 p,那么它的出现对机会总数的最可几比例是 p……。”根据他自己的理论,这应翻译为:“如果对出现某一事件的理性信仰程度是 p,那么 p 也是一个出现的比例,即相对频率——即对它出现的理性信仰程度最大。”我不反对“理性信仰”这词的后一种用法。(正是这种用法也可用“……几乎是确定无疑的”表达。)我反对的是,p 在某一时候是理性信仰程度,在另一时候是频率:换言之,我不明白为什么一种经验频率应该等于理性信仰程度;或者能用任何即使是深刻的定理来证明它如此(也可参照第 49 节和附录 * ix)。

前给予 p 的意义给予它是不允许的。[3]

因此,我们看到主观理论不能用**统计学**的大数定律来解释伯努利定 182
理。统计定律的推导只有在频率理论的框架内才有可能。如果我们从严格的主观理论出发,将永远达不到统计陈述——即使努力填补同伯努利定理之间的鸿沟也不能达到。*[2]

63. 伯努利定理和收敛问题

从认识论观点看,我对上述大数定律的演绎是不满意的;因为收敛公理在我们的分析中所起的作用是很不清楚的。

实际上通过把我的研究限于具有频率极限的数学序列已不言而喻地引入了这类公理(参照第 57 节)。结果甚至容易使人认为我们的结果——大数定律的推导——是无关紧要的;因为"绝对自由"的序列**在统计学上是稳定的**这一事实可被认为是它们的收敛所蕴含的,而它们的收敛如果不是不证自明也是不言自明地被假定的。

但是,正如冯·米泽斯已清楚地表明的那样,这个观点是错误的。因为有些序列[1]满足收敛公理,虽然伯努利定理对它们不适用,因为具有频率接近 1 的任何长度的节段,出现在与 p 有一定程度离差的频率中。(极限 p 在这些情况下的存在是由于这个事实:虽然离差可无限增

---

3 冯·米泽斯在《概率、统计学与真理》,1928 年,第 85 页(第 2 版 1936 年,第 136 页;有关的话在英译本中漏译)中首先指出这一点。可以进一步指出,不能把相对频率同"我们知识的确定性程度"比较,因为这种确定性程度的次序是**约定的**,不需要把它们同 0 和 1 之间的分数相关起来才能做到。仅当主观确定性程度的测量用使相对频率同它相关起来**定义**时(**只有**那时),才能允许在主观理论框架内推导出大数定律(参照第 73 节)。

*2 但是有可能把伯努利定理用作一个从根据"趋向性"作出的**客观**解释过渡到统计学的桥梁。参照我的《后记》的第 *49 节至 *57 节。

1 冯·米泽斯引用占据平方根六位数表的最后一位的那些数字序列作为一个例子。参照例如《概率、统计学与真理》,1928 年,第 86 页以后;(第 2 版,1936 年,第 137 页;英译本,第 165 页)以及《概率计算》,1931 年,第 181 页以后。

加,但它们相互抵销。)这些序列**看起来仿佛**它们在任意大的节段中是发散的。即使相应的频率序列事实上是收敛的。因此大数定律根本不是收敛公理的无关紧要的推断,而且,这个公理对于推导大数定律完全不充分。这就是为什么我对随机公理的修改,"绝对自由"的要求是不可缺少的。

183 然而,我们的理论重建,提示了这样一种可能性:大数定律也许是**独立于**收敛公理的。因为我们已经看到,伯努利定理是直接从二项式公式中得出的;此外,我已证明,可为**有穷序列**推导出第一个二项式公式,因此当然无需任何收敛公理。还必须假定的一切是参考序列 α 的自由度至少是 $n-1$;这是一个从中得出特殊乘法定理的可靠性以及第一个二项式公式的可靠性的假定。为了过渡到极限,为了获得伯努利定理,只需假定我们使 n 如我们希望的那样大。因此就能看出,伯努利定理大概是对的,即使对于**有穷**序列也是如此,如果对于一个足够大的 n 它们的自由度为 n 的话。

所以看来伯努利定理的演绎并不依赖于假定频率极限存在的公理,而是**仅**依赖于"绝对自由度"或随机性。极限概念仅起次要的作用:它用来把相对频率的概念(在第一个例子中给它下定义只是为了有穷类,没有它,n - 自由度的概念就不能提出)应用于能无限延伸的序列。

此外,不应忘记,伯努利本人是在经典理论的框架内演绎他的定理的,这个理论不包含收敛公理;也不应忘记,作为频率**极限**的概率定义只是经典形式体系的一种**解释**——而且不是唯一可能的一种解释。

我将试图用除 n - 自由度(应适当地加以定义)外无需假定任何东西就可推演出这个定理来证明我的推测——伯努利定理独立于收敛公

理。*[1] 并且我将试图证明它甚至适用于其主要性质**并不具有频率极限**的那些数学序列。

只要能够证明这一点,我就会认为我之推演出大数定律从认识论 184
者的观点来看是令人满意的。因为似机遇经验序列证明,我已描述为“收敛”或“统计学上稳定的”那种特殊行为,是一个“经验事实”——或至少有时人们这样告诉我们(参照第 61 节)。通过用统计方法记录长节段的行为,人们能够确定相对频率越来越逼近一个限定的值,相对频率在其中涨落的间隔变得越来越小。对这种所谓的“经验事实”,已进行过如此多的讨论和分析,确实往往认为它是大数定律的经验验证,对这种“经验事实”可以从不同角度来看。具有归纳主义倾向的思想家大多数认为它是基本的自然律,不能还原为任何更简单的陈述;认为它是必须完全加以接受的我们世界的特性。他们认为以适当形式——例如以收敛公理的形式——表示的这个自然律应该作为概率论的基础,从而使概率论具有一门自然科学的性质。

我对这种所谓“经验事实”的态度是不同的。我倾向于认为,它可还原为序列的似定律性质;可从这些序列的自由度为 n 的事实中推导出来。我认为伯努利和普瓦松[Poisson]在概率论领域的成就正是在于他们发现了一种方法以表明这种所谓“经验事实”是重言式,表明从小规模的无序(假如它满足表述得合适的 n - 自由度条件)合乎逻辑地得出一种大规模的稳定性秩序。

如果我们能够无需**假定**收敛公理而演绎出伯努利定理,那么我们就可把大数定律的认识论问题还原为一个公理独立性问题,因而还原

---

*1 我仍然认为我以前对收敛定理的假定的怀疑以及没有它也行的主张是完全正当的。它被附录ix注 * 2 和附录 * vi 中的新发展所证明。我在那里表明,随机性(如果定义为“最短随机般的序列”)**需要**收敛,因此不必对收敛另行公设。此外,我所参照经典形式主义的正当性,已由新经典(或测量理论的)概率理论的发展所证明。这在《后记》第 * iii 章已讨论过了;事实上,它已被波莱尔[Borel]的“正态数”[normal numbers]所证明。但我不再赞成暗含在我原文下一句中的观点,虽然我赞成这节其余段落的意思。

为一个纯粹的逻辑问题。这种演绎也说明为什么收敛公理在各种实际应用(试图计算经验序列的近似行为)中起了很好的作用。因为即使对收敛序列的限制结果弄清是不必要的,利用收敛数学序列来计算经验序列的近似行为(它根据逻辑上的理由在统计学上是稳定的)肯定不是不合适的。

64. 收敛公理的排除 “机遇理论基本问题”的解决

185 迄今频率极限除了具有提供一个可应用于无穷序列相对频率的明确概念外,在我们的概率论的重建中没有其他功能,因此我们可以借助它来定义(不受后效约束的)“绝对自由度”。因为正是**相对频率**对根据先行者作出的选择不敏感。

我们早就把我们的研究限制在具有频率极限的二择一,因此不言而喻地引入了收敛公理。现在,为了使我们摆脱这个公理,我将摆脱这个限制,而不用任何其他限制来代替它。这就是说我将不得不建构一个频率概念,它能接管被排除的频率极限的功能,并可应用于**所有**的无穷参考序列。*1

满足这些条件的一个频率概念是**相对频率序列聚点**的概念。(如果在任何给定的元素之后有一些与 a 的离差小于一定量,即使这个量很小,就说 a 值是某一序列的聚点。)这个概念可不加限制地应用于所有无穷序列,这一点可从这个事实中看出,即对于每一个有穷的二择一,与之相应的相对频率序列中必有**至少一个**这样的聚点存在。由于相对频率决不可能大于1,也不可能小于0,相对频率序列必定由1和0连结起来。而且作为一个无穷的连结起来的序列,(根据著名的博尔扎诺和维尔施特拉斯[Weierstrass])它必须**至少有一个聚点**。1

---

*1 为了**假定**收敛,我在下一段落中诉诸能被**证明**的东西——聚点的存在。如果我们采取在第57节注*1和附录*vi中描述的方法,这一切就变得不必要了。

1 令人十分惊奇的是,这个事实迄今尚未用于概率论中。

简而言之,与一个二择一 α 相应的相对频率序列的每一个聚点被称为"α **的中频率**[*middle frequency*]。因此,我们可以说:如果一个序列 α **有一个并且只有一个**中频率,那么同时这就是它的频率**极限**;反之亦然:如果它没有频率极限,那么它就有不止一个[2]中频率。

将会发现中频率概念十分适合于我们的目的。正如前面 p 是序列 α 的频率极限这一点是我们的**估计**——也许是假说性估计——一样,我们现在也可以使用 p 是 α 的中频率这一估计。而且假如我们采取必要的预防措施,[3]我们能够借助这些估计的中频率进行计算,类似我们用频率极限计算一样。此外,中频率概念可应用于所有可能的无穷参考序列,没有任何限制。 186

如果我们现在试图把我们的符号 ${}_{\alpha}F'(\beta)$ 解释为中频率,而不是频率极限,并且我们因而改变客观概率的定义(第 59 节),我们的公式大多数仍然是可推导的。然而有一个困难:某一中频率**不是唯一**的。如果我们估计或推测一个中频率是 ${}_{\alpha}F'(\beta)=p$,那么这不排除 ${}_{\alpha}F'(\beta)$ 有除了 p 以外的值。如果我们假定这并非如此,那就不言而喻要引入收敛公理。如果在另一方面,我们定义客观概率无需这种具有唯一性的假定,[4]那么我们就获得(至少在第一个例子中)一个**模棱两可的概率概念**;因为在某些条件下一个序列可同时拥有都是"**绝对自由的**"(参照补遗 C 节)若干中频率。但是这是难以接受的,因为我们习惯于用**不含糊的或唯一**的概率;也就是假定在同一参考序列内对于同一性质,

---

2 很容易证明如果不止**一个**中频率存在于一参考序列中,那么这些中频率值形成一个连续统。

3 "独立选择"概念必须比迄今为止更严格地加以解释,因为否则特殊乘法定理的正确性就不能得到证明。详情见我在第 51 节注 3 中提到的工作。(* 这一点今由附录 * vi替代。)

4 我们能够做到这一点是因为必然有可能将有穷类的理论(唯一性定理例外)直接应用于中频率。如果一个序列 α 有一个中频率 p,那么它必然包含——不管计数从哪一项开始——任何**有限**量值的节段,其频率与 p 的离差如我们选择的那样小。对这些节段就能进行计算。因此,p 不受后效的约束,意味着这个 α 的中频率也是 α 的任何先行者选择的中频率。

可能有一个,并且只可能有一个概率 p。

然而,无需极限公理定义唯一的概率概念的困难是容易克服的。在假定了序列将是“绝对自由的”**以后**,我们可引入唯一性要求(毕竟是最自然的程序)作为最后一步。这使我们对我们的似机遇序列定义
187 以及客观概率定义提出下列修改作为对问题的一种解决办法。

设 α 为一个二择一(有一个或数个中频率)。设 α 的 1 有一个或只有一个“绝对自由的”中频率 p;于是我们说 α 是似机遇或随机的,并且 p 是 1 在 α 内的客观概率。

这有助于把这个定义分为两个公理性要求。*2

(1)随机性要求:对于似机遇的二择一,至少必须有一个“绝对自由的”中频率,即它的客观概率 p。

(2)唯一性要求:对于同一似机遇的二择一的同一性质,必定有**一个且只有一个概率** p。

前面建构的实例保证了这个新公理系统的无矛盾性。有可能建构不具有频率极限的序列,虽然它们有一个且只有一个概率。这表明新的公理要求实际上比老的更广泛,更不确切。如果我们以下列形式陈述(如我们可以陈述的那样)我们的老公理,这个事实甚至会变得更加明显:

(1)随机性要求:如上。

(2)唯一性要求:如上。

(2′)收敛公理:对于同一似机遇二择一的同一性质除了它的概率 p 外不存在其他中频率。

我们可从建议的要求系统中演绎出伯努利定理,以及同它一起的经典概率计算定理。这就解决了我们的问题:现在有可能在频率理论的框架内演绎出大数定律,而无需利用收敛公理。此外,不仅第 61 节

---

*2 有可能通过保留要求(1),和用下列要求代替要求(2)把第 57 节注 *1 和附录 iv、* vi 中描述的方法同这两个要求结合起来:

(+2)有限性要求;这序列从它开始起,并且就最大的可能 n 而言必须尽可能快地变成自由度为 n;或换言之,它必须是(近似)一个**最短**的似随机序列。

公式(1)和伯努利定理的文字表述仍然不变,[5] 而且我们给予它的解释 188
也仍然不变:在一个**没有**频率极限的似机遇序列情况下,几乎所有足够长的序列表明与 p 只有小的离差,这仍然是正确的。在这些序列中(正如在有频率极限的似机遇序列一样)具有拟发散行为的任何长度的节段,也就是与 p 的离差有任何量的节段,当然不时会出现。但是这些节段比较罕见,因为它们必定被其中所有的(或几乎所有的)节段具有拟收敛行为的序列极端长的部分所补偿。正如计算所表明的,这些延伸部分一定会比它们补偿的具有发散行为的节段长几个数量级。*[3]

这也就是解决"**机遇理论基本问题**"(在第 49 节就是这样称呼的)的地方。从单个事件的不可预测性和不规律性到概率计算规律对这些事件的可应用性,这看起来自相矛盾的推论实际上是可靠的。假如根据这样一个假说性假定,即在根据先行者所作的任何选择中只出现一个循环的频率——"中频率"——因而没有后效发生,我们就能够以相当的逼近度来表示不规律性。因为根据这些假定,有可能证明大数定律是重言的。坚持这样的结论,即在可以说任何事情在这时和那时都会发生的——虽然某些事情的发生只是罕见的——不规则序列中,某种规则性或稳定性将出现在十分大的子序列中,这是可允许的,并非自相矛盾(有人有此主张[6])。这个结论也不是不重要,因为为了这个结论我们就需要特殊的数学工具(博尔扎诺和维尔施特拉斯定理,n-自由度概念,以及伯努利定理)。当我们知道,不规律性的假定可以置于某 189
种**频率假说**(不受后效约束的假说)的形式中,并且知道,如果我们要

---

5 拟伯努利公式(符号:F')对于似随机序列(根据新的定义)也仍然是明确的,虽然"F'"现在表示的只是一个中频率。

*3 即使如果我们采纳在第 57 节注 *1 和附录 iv 中描述的方法,提及"中频率"是多余的,我也完全同意这里下面所说的。

6 参照例如费格尔,《认识》1,1930 年,第 254 页:"有人尝试在大数定律中把两个经仔细分析证明实际上是互相矛盾的要求调和起来。一方面……每一种排列和分布应该能够出现一次。另一方面,这些出现……以相应的频率出现。"(事实上这里并无不相容性,这一点已有模型序列的建构所证明。参照附录 iv。)

证明从不可预测性到可预测性,从无知到知识的推论的可靠性,它就必须置于这种形式中,那么这种推论外表的自相矛盾就消失了。

现在已变得很清楚,为什么老的理论不可能适当处理我所说的“基本问题”。大家承队,主观理论能够演绎出伯努利定理;但是在大数定理时兴以后它决不能用频率前后一致地解释它(参照第 62 节)。因此它决不能说明概率预测统计学上的成功,另一方面,老的频率理论,根据它的收敛公理则明确要求有规律性。因此在这个理论内不会有从小规模的不规则性推论到大规模的稳定性问题,因为它只涉及从大规模的稳定性(收敛公理)同小规模的不规则性(随机公理)结合在一起,推论到大规模的特殊形式的稳定性(伯努利定理,大数定律)。*[4]

收敛公理不是概率计算基础的一个必要部分。我用这个结果来结束我的数学计算分析。[7]

现在我们回来考虑性质截然不同的方法论问题,尤其是如何判定概率陈述问题。

65. 可判定性问题

无论我们可给概率概念下什么定义,或我们选择什么样的公理表述:只要二项式公式在系统内是可推导出来的,**概率陈述就是不可证伪的**。概率假说**并不排除任何可观察的东西**;概率陈述不可能同一个基础陈述发生矛盾,或被它反驳;它们也不可能被任何有限数目的基础陈

190

---

*4 本段中所说不言而喻,它加强了**客观地**解释的新经典理论对“基本问题”解次的意义。我在《后记》的第 * iii 章中描述了这个理论。

7 参照第 51 节注 3。现在回顾时我要明确我对冯·米泽斯四个论点的保守态度(参照第 50 节末)。我也只参照**随机序列**(冯·米泽斯称它为“集合”)定义概率。我也提出(经修改的)随机公理,并且在确定**概率计算任务**时我无保留地遵循冯·米泽斯。因此我们的分岐只涉及极限公理,我已证明它是多余的,我已用唯一性要求代替它,并只涉及随机公理,我已把它修改得能够建构模型序列。(附录 iv。)结果,卡姆克的反对(参照第 53 节注 3)不再能够成立。

述所反驳;因此也就不会被任何有限数目的观察所反驳。

让我们假定我们已对某个二择一 α 提出某个均等机遇假说;例如我们已估计到用一块硬币作掷猜出现“1”和“0”的频率是均等的,因此 $_{\alpha}F(1) = {}_{\alpha}F(0) = \frac{1}{2}$;再让我们假定我们在经验上发现无例外地一次又一次出现“1”:于是我们无疑会在实际上放弃我们的估计,认为它已被证伪。但在逻辑的意义上不可能有证伪问题。因为我们可以肯定观察的只是一个有限的掷猜序列。并且虽然根据二项式公式,碰巧出现与 $\frac{1}{2}$ 的离差很大的十分长的有限节段的频率是极小的,然而它必定总仍然是大于0。因此,具有甚至最大离差的有限节段十分罕见的出现决不可能反驳这个估计。实际上,我们必定会期望它出现:这是我们估计的一个推断。任何这种节段可计算的**罕见性**将是证伪概率估计的一种手段这种希望证明是要落空的,因为甚至一个长的、离差大的节段的频繁出现,也总可以说不过是一个更长、离差更大的节段的一次出现。因此不存在在外延方面给定的事件序列,所以不存在能够证伪概率陈述的有限的几个一组的基础陈述。

只有一个无穷的事件序列——根据某项规则在内包上加以定义的——能反驳一个概率估计。但是鉴于第38节阐述的考虑(参照第43节),这就是说,概率假说是不可证伪的,因为它们的维数[dimension]是无限的。所以我们实际上应把它们描述为经验上没有信息的、没有经验内容的。[1]

然而面对物理学利用从概率假说性估计那里得到的预测所取得的**成功**,任何这种观点显然是不能接受的。(这里所用的论据同早些时候用来反对主观理论把概率解释为重言的论据是一样的。)许多这些估计的科学意义不亚于其他任何物理学假说(例如,不下于某一决定 191
论性质的假说)。并且物理学家常常很能判定他是否可暂时接受某种

---

1 但是并非没有“逻辑内容”(参照第36节);更明确地说,不是每一个频率假说都是重言地适用于每个序列。

特定的概率假说为“经验上得到确证的”,或他是否应该把它作为“实践上被证伪的”而加以摈弃,即对于预测没有用处。十分明显,这种“实践上被证伪”只能通过方法论上的判定才能获得,以把高度不可几的事件认作被排除的——被禁止的。但是根据什么理由可认为它们如此呢?我们应从什么地方获得这种思路?这种“高度不可几性”从哪里开始?

由于从纯逻辑观点看,概率陈述不可能被证伪这个事实是不可能有什么疑问的,我们在经验上使用它们这个同样不容置疑的事实似乎必定是对我关于方法(我的划界标准决定性地依赖于它)的基本思想的致命打击。然而我将通过果敢地应用这些思想来试图回答我已提出的问题——什么是可判定性问题。但是要做到这一点,我将首先不得不分析概率陈述的逻辑形式,既考虑到它们之间逻辑上的相互关系,又考虑到它们与基础陈述所处的逻辑关系。*[1]

66. 概率陈述的逻辑形式

概率估计**不**是可证伪的。当然,它们也不是可证实的。同样理由这也适用于其他假说,因为看到任何实验结果,不管多么多和多么有利,最后总能确定“正”的相对频率是$\frac{1}{2}$,并且将总是$\frac{1}{2}$。

---

*1 我认为我对概率假说的不可反驳性的强调——在第67节达到顶点——是正确的:它揭示了一个以前没有讨论过的问题(由于一般强调可证实性而不是可证伪性以及在下节说明的概率陈述在某种意义上可证实或“可确证”这个事实)。然而我在第57节注*1(参见第64节注*2)中提出的改革,完全改变了情况。因为这个改革,除了完成其他事情外,等于采纳了一个类似在下面第68节提出的规则那样的方法论规则,它使概率假说成为可证伪的。因而可判定性问题转变成下列的问题:由于只能期望经验序列**逼近**最短的似随机序列,那么作为近似值什么是可接受的,什么是不可接受的?对这个问题的回答是明显的,近似值逼近是一个程度问题,而程度的测定是一个数学统计的主要问题,也是验证理论的一个主要问题。

1972年补充。D. 吉利斯[D. Gillies]给出了新的解法。见下文第149页。

因此,概率陈述和基础陈述不可能相互矛盾,也不可能彼此蕴含。然而由此得出结论说概率陈述和基础陈述之间没有任何逻辑关系,那就错了。并且同样不能认为虽然在这两类陈述之间有逻辑关系(因为观察序列同频率陈述显然或多或少是接近一致的),这些关系的分析迫使我们引入一种突破经典逻辑的特殊概率逻辑[1]。与这些观点相反,我认为这些关系完全能够用**可推演性**和**矛盾**的"经典"逻辑关系来分析。*[1] 192

从概率陈述的非可证伪性和非可证实性可以推论出,它们没有可证伪的推断,它们本身不可能是可证实陈述的推断。但是相反的可能性并未排除。因为它可以是(a)它们有单向可证实推断(纯粹存在推断,或有推断[there-is-consequences])或(b)它们本身是单向可证伪全称陈述(所有 - 陈述[all-statements])的推断。

可能性(b)对于弄清概率陈述和基础陈述之间的逻辑关系鲜有帮助:一个非可证伪陈述,即一个说得很少的陈述能够属于可证伪的、因而说得更多的陈述的推断类,这是非常明显的。

对我们意义更大的是可能性(a),它无论如何不是没有意义的,并且事实上结果证明对我们分析概率陈述和基础陈述之间的关系是基本的。因为我们发现能够从每一个概率陈述中演绎出无限类的存在陈述,但反之不然。(因此概率陈述断言的比任何这些存在陈述断言的更多。)例如,设 p 是对某一二择一假说性估计的概率(并设 $0 \neq p \neq 1$);然后我们能从这个估计中演绎出例如 1 和 0 都将出现在这序列的存在推断。(当然也还有许多远不是那么简单的例子——例如,会出现与 p 的离差仅为一非常小的量的节段。) 193

但是我们从这个估计中能演绎出的多得多;例如"一遍又一遍地"出现一个具有性质"1"的元素和具有性质"0"的另一个元素;那就是说,在**任何**元素 x 之后,在序列中会出现一个具有性质"1"的元素 y,并

---

1 参照第 80 节,尤其是注 3 和 6。

*1 虽然我并非不同意这一点,但我现在认为"几乎可推演的"和"几乎矛盾的"概率概念对我们的问题极为有用;见《后记》的第 * iii 章。

且也出现一个具有性质“0”的元素 z。这种形式的陈述(“对于**每一个** x 有 y 具有可观察的、或外延上可检验的性质 β”)既是不可证伪的——因为它没有可证伪的推断——又是不可证实的——由于使之成为假说性的“所有”或“对于每一个”。*[2] 虽然如此,它能够得到更好地或不那么好地“确证”——指我们可以证实它的许多或很少存在推断,或者不能证实它的存在推断;因此它与基础陈述处于似是概率陈述特有的关系中。上述形式的陈述可称为“全称化的存在陈述”或(全称化的)“**存在假说**”。

我的主张是,概率估计对基础陈述的关系,以及这些估计或多或少得到很好“确证”的可能性,考虑到这一事实就能理解:存在假说**在逻辑上**可从所有概率估计中**演绎**出来。这对概率陈述本身是否可有存在假说的问题是有启发的。

一切(假说性的)概率估计蕴含着这样的推测:所说的经验序列几
194 乎是似机遇或随机的。这就是说,它蕴含着概率计算公理的(近似的)可应用性,以及真理性。所以,我们的问题就是这些公理是否代表我所

---

*2 当然,我决不是想暗示**每一个**这种形式的陈述:“对每一个 x,都有一个具有可观察性质 β 的 y”是不可证伪的,因而不可检验的;显然,陈述:“用硬币作掷猜,每一次出现 1,紧跟着出现 0”既是可证伪的,又是事实上已被证伪。造成不可证伪性的,恰好不是这种形式“对每一个 x 有一个 y 如何如何”,而是这个“有”是**无限的**这个事实——y 的出现可延迟到超出一切限制:在概率论场合下,**可以说,y 的出现可以随它高兴的那么晚**。元素“0”可以马上出现,或者在掷一千次后出现,或者在掷任何次数之后出现,正是这个事实造成了不可证伪性。另一方面,如果 y 出现的位置离 x 出现的位置的距离是**一定的**,那么“对于每一个 x 有一个 y 如何如何”这个陈述是可证伪的。

使我惊讶的是,我在文中有点大意的陈述(它不言而喻以第 15 节为先决条件)在某些方面已导致这样的认识:“对一切 x 有一个 y 如何如何”这种形式的**所有**陈述——或“大多数”陈述,不管它是什么意思——是不可证伪的;并且因而反复用它作为对可证伪性标准的批判。例如见《心灵》54,1945 年,第 119 页以后。这些“所有和有些陈述”[all-and-some statements](这个术语是 J. W. N. 沃特金斯[J. W. N. Watkins]提出的)的整个问题在我的《后记》中得到更充分的讨论;尤其见第 *24 节以后。

说的“存在假说”的问题。

如果我们检查一下第64节中提出的两个要求,那么我们发现随机性要求实际上具有存在假说的形式。[2] 另一方面,唯一性要求则没有这种形式;它不可能有这种形式,因为这种形式的陈述“**只有一个**……”[*There* is *only one*……]必然具有全称陈述的形式。(可译为“至多一个……”或“所有……是同一的”。)

我在此的论点是,正是概率估计的(可称之为的)“存在成份”,因而正是随机性的要求,概率估计和基础陈述之间才建立一种逻辑关系。因此,唯一性的要求,作为全称陈述,没有任何外延的推断[extensional consequences]。具有所要求性质的 p 的值存在这一点确实能够在外延上得到“确证”——虽然只是暂时地;但是**只存在一个**这样的值这一点则不能。这后一个全称的陈述可能在外延上有意义,仅当基础陈述能够同它发生**矛盾**时;这就是说,仅当基础陈述能够肯定存在的值不止这一个时。由于它们不能够(因为我们记得不可证伪性与二项式有密切关系)做到这一点,唯一性的要求必然在外延上是没有意义的。*[3]

这就是为什么如果我们从系统中消去唯一性要求,概率估计和基础陈述以及前者的分级“可确证性”的分级间所有的逻辑关系不受影响的缘故。在这样做时,我们能够给予系统以纯粹存在假说的形式。[3] 但是我们因此不得不放弃概率估计的唯一性*[4] 并且因而(就唯一性而言) 195

---

2 可以置于下列形式中:对于每一个正的 ϵ,对于每一个 n 个一组的发行者,和具有序数 x 的每一个元素,都有一个根据先行者选择选出的元素,它具有序数 $y > x$,因此 y 以前的频率与一固定的值离差为一小于 ϵ 的量。

*3 如果采纳第64节注*2的要求(+2),情况就全然不同;这在经验上是有意义的,并使概率假说成为可证伪的(正如第65节注*1中所断言的)。

3 概率计算公式也可在这种公理化中推导出来,只是必须把这个公式解释为存在公式。例如伯努利定理不再断言对 $\alpha_n F(\Delta p)$ 的某一特定的 n 来说,单个概率值接近1,但只是断言(对于某一特定的 n)在 $\alpha_n F(\Delta p)$ 的各种概率值**至少**有一个值接近1。

*4 正如第64节新的脚注(2)所已表明的,任何特定的唯一性**要求**都可以排除,而不牺牲唯一性。

获得某种不同于通常概率计算的东西。

所以唯一性的要求显然不是多余的。那么它的逻辑功能是什么？

虽然随机性要求有助于确立概率陈述和基础陈述之间的某种关系，唯一性要求调节着各种概率陈述本身之间的关系。没有唯一性要求，作为存在假说的某些陈述，可以从其他陈述中推导出来，但是它们决不可能彼此矛盾。只有唯一性的要求才保证，概率陈述能彼此矛盾；因为根据这个要求它们获得其成分为一个全称陈述和一个存在假说的合取形式；并且这种形式的陈述能够彼此处于同样基本的逻辑关系中（同义、可推导性、相容性和不相容性），正如任何理论——例如一个可证伪的理论——的“正常的”全称陈述那样。

如果我们现在考虑收敛公理，那么我们发现，在它具有一种不可证伪的全称陈述的形式这一点上它类似唯一性要求。但是收敛公理要求的比唯一性要求的更多。然而这种附加要求也不可能有任何外延上的意义；此外，它没有逻辑或形式的意义，而**只有内包上的意义**：它要求排除所有没有频率极限的用内包定义的（即数学的）序列。但从应用观点看，这种排除证明甚至在内包上也没有意义，因为在应用概率论中我们当然不涉及数学序列本身，而只涉及经验序列的假说性估计。所以排除没有频率极限的序列，只能用来告诫我们不要把那些经验序列看作为似机遇或随机的，对于那些经验序列我们假定它们没有频率极限。但对这种告诫，我们能够采取何种可能的行
196 动？[4] 鉴于这种告诫，我们应该容许或避免哪类关于经验序列可能收敛或发散的考虑或推测，保证收敛标准同发散标准一样可应用于这些序列？一旦摆脱了收敛公理，所有这些尴尬的问题[5]也就消失

4 随机公理和唯一性公理都能恰当地被看作是这些（内包的）警告。例如，随机公理告诫我们，如果我们认为（不管根据什么理由）某些赌博系统对于这些序列是成功的话，不要把这些序列看作是随机的。唯一性公理告诫我们，赋予一个我们认为能够借助其概率等于 p 的假说来加以近似地描述，不要把概率 $q(q \neq p)$ 归于一个序列。

5 同样的疑虑使石里克反对极限公理（《自然科学》19，1931 年，第 158 页）。

了。

因此我们的逻辑分析使系统各部分的要求的形式和功能都一目了然，并且表明反对随机性公理和支持唯一性要求的理由是什么。同时可判定性问题似乎变得越来越重要。并且虽然我们不一定称我们的要求（或公理）“无意义”，[6] 看来我们被迫把它们描述为非经验的。但是概率陈述的这种描述——不管我们用什么话来表达它——是否同我们研究的主要思想相矛盾呢？

67. 思辨形而上学的概率系统

概率陈述在物理学中最重要的用处是这样：某些物理学规律性或可观察的物理效应被解释为“宏观定律”；也就是说，它们被解释或说明为大数现象，或假说性的、不能直接观察的“微观事件”的可观察结果。宏观定律用下列方法从概率估计中演绎出来：我们证明，与所说的观察到的规律性一致的观察结果，应该期望其概率十分接近于 1，即其概率与 1 的离差为一个能达到按我们选取的那样小的量。当我们已证明这一点时，我们就说，我们已经用我们的概率估计把所说的可观察效 197
应“解释”为一个宏观效应。

但是如果我们以这种方法使用概率估计来“解释”可观察的规律性而**不采取特定的预防措施**，那么我们会马上陷入某些思辨，根据一般的用法，完全可以把它们描述为**思辨形而上学**的典型。

因为概率陈述是不可证伪的，以这种方法用概率估计“解释”**我们喜欢的任何规律性**必定总是可能的。以万有引力定律为例。我们可以下列方法设想出一些假说性的概率估计来“解释”这个定律。我

6　在这里实证主义者就会不得不承认有一个完整的“无意义性”等级系统了。不可证实的自然律似乎是“无意义的”（参照第 6 节和注 1 注 2 中的引文），因此既不可证实又不可证伪的概率假说就更无意义了。在我们的公理中，在外延上不重要的唯一性公理，比至少有外延推断的无意义的不规则公理，更加无意义。极限公理则还要无意义，因为它甚至在内包上也不重要。

们选择某类事件作为基本事件或原子事件;例如某一小粒子的运动。我们也选择某方面作为这些事件的主要性质;例如粒子运动的方向和速度。于是我们假定这些事件显现出似机遇的分布。最后我们计算出所有的粒子在某一有限的空间区域内,在某一有限的时期内——某一"宇宙期"——将以规定的精确性(附带地说,以万有引力定律要求的方式)运动的概率。计算出的概率当然将十分小;实际上小到微不足道,但是仍然不等于零。因此我们可以提出这样的问题:这个序列的某个 n-节段得有多长,或换言之,整个过程必须假定有多长,我们才可期望这种宇宙期出现的概率接近 1(或与 1 的离差不超过某一任意小的值 ε),在这宇宙期内,作为偶发事件积累的结果,我们的观察将会完全与万有引力定律一致。对于任我们选取的接近于 1 的任何值,我们获得一个确定的、虽然极端大的有限数。于是我们可以说:如果我们假定序列的节段有这十分大的长度——或换言之,"世界"延续得足够长——那么我们的随机性假定使我们能够期望出现一个万有引力定律似乎也适用的宇宙期,虽然"实际上"除了随机发散外什么也没有出现。借助某种随机性假定,这类"解释"可应用于我们选取的任何规律性。事实上,我们可用这个方式把我们整个世界,以及它的所有被观察到的规律性,"解释"成随机混沌中的一个阶段——**纯粹偶然巧合的一种积累**。

198 我认为很清楚,这类思辨是"形而上学的",它们对科学没有任何意义。并且同样清楚的是:这个事实同它们的不可证伪性——我们能在任何时候和任何条件容许它们这个事实是有连系的。因此我的划界标准似乎同"形而上学的"一词的一般用法完全一致。

所以涉及概率的理论,如果它们不加特定预防措施而加以应用,就不应被认为是科学的。如果它们应在经验科学的实践中有用处,我们

就必须排除它们的形而上学用法。*[1]

68. 物理学中的概率

可判定性困难的问题只是方法论的，不是物理学的。*[1] 如果要求提出一个实践上可应用的概率概念，物理学家也许会提供某种**物理学的概率定义**，其思路如下：有些实验，即使在受控条件下进行也得出不同的结果。在某些这类实验——“似机遇的”实验，例如用硬币做掷猜——的情况下，经常重复导致具有相对频率的结果，进一步重复，这些相对频率越来越逼近某个固定值，我们可称之为所说事件的**概率**。199

*1 当我写这一点时，我想到上述这类思辨正由于它们无限的可应用性而很容易被认为是无用的。但是它们似乎比我想象的更为吸引人。因为例如 J. B. 霍尔丹[J. B. S. Haldane]（载《自然》[*Nature*] 122，1928 年，第 808 页；并参照他的《人之不平等》[*Inequality of Man*]，第 163 页以后）已论证，如果我们接受熵的概率理论，我们必须认为它是确定无疑的，或几乎是确定无疑的，世界将会又一次偶然地上紧发条，只要我们等待的时间足够长。当然此后这个论证常常被别人重复。然而我认为这正是这里所批判的这类论证的一个最好例子，它要我们以近似的确定无疑性期待我们希望的任何东西。这一切表明概率陈述同大多数形而上学陈述所共有的存在形式固有的危险（参照第 15 节）。

*1 这里讨论的问题，很早以前就被物理学家埃伦费斯特夫妇[P. and T. Ehrenfest]明确而彻底地解决了，《数学百科全书》[*Encycl. d. Math. Wiss.*]，第 4 分卷，第 6 册（12. 12. 1911）第 30 节。他们认为这个问题是一个**概念**问题和**认识论**问题。他们引入“第 1 级，第 2 级……第 k 级概率假说”的概念：例如，一个第 2 级频率假说是频率的某种估计，某些频率在诸集合体的一个集合体中以这种频率出现。然而，埃伦费斯特夫妇并没有运用与**可复制效应**概念一致的任何东西，可复制效应在这里关键性地用来解决他们论述得如此卓越的问题。尤其见玻尔茨曼[Boltzmann]和普朗克对他们在注 247 以下各注所提到的那个问题上的对立，我认为这个问题可用可复制效应概念解决。因为在适当的实验条件下，涨落可引起可复制效应，正如爱因斯坦的布朗运动理论如此令人印象深刻地所表明的那样。参见第 65 节注 * 1，以及附录 * vi 和附录 * ix。

这个值是“……可用经验通过一长系列实验确定到任何逼近度”；[1] 顺便说，这说明为什么证伪一个假说性的概率估计是可能的。

数学家和逻辑学家会对根据这些思路下的定义提出异议，尤其是下列异议：

(1)这个定义与概率计算并不一致，因为根据伯努利定理，只有**几乎**所有非常长的节段才是统计学上稳定的，即其行为仿佛是收敛的。由于这个理由，概率不能用这稳定性，即用拟收敛行为来定义。因为“**几乎**所有”一词——它应该出现在**定义**中——本身只是“十分可几的”一个同义语。因此这定义是循环的；这个事实容易通过去掉“几乎”一词隐避起来(但不能取消)。这就是物理学家的定义所做的事；所以这是不能接受的。

(2)什么时候应说一系列实验是“**长的**”？不提供一个应称之为“长的”标准，我们不能知道我们何时，或是否已达到逼近这个概率。

(3)我们如何能知道所需要的逼近实际上已达到？

虽然我认为这些异议是合理的，然而我认为我们能够保留物理学家的定义。我将通过上节概述的论据来支持这种见解。这些论据表明当概率假说被允许无限应用时，它们就失去所有信息内容。物理学家决不会以这种方式使用它们。我将遵循物理学家的范例，不允许概率假说的无限应用：我建议我们作为**方法论的决定决不把物理效应，即可复制的规律性，解释为偶发事件的累积**。这个决定自然修改了概率概念：它使这个概念变窄了。*[2] 因此异议(1)并不影响我的观点，因为我

---

1 引自波恩和约尔丹，《基本量子力学》[*Elementare Quantenmechanik*]，1930 年，第 306 页，并参照狄拉克[Dirac]的《量子力学》[*Quantum Mechanies*]，1930 年，第 1 版，第 10 页。类似的段落(稍作删改)在第 3 版，第 14 页，1947 年。并阅韦尔，《群论与量子力学》[*Gruppentheorie und Quantenmechanik*]，第 2 版，1931 年，第 66 页)；H. P. 罗伯逊[H. P. Robertson]的英译本，《群论与量子力学》[*The Theory of Groups and Quantum Mechanics*]，1931 年，第 74 页以后。

*2 这里表述的方法论决定或规则使概率概念变窄了——正如这个概念由于决定采取**最短**的似机遇序列作为经验序列的数学模型而变窄一样，参照第 65 节注 *1。

根本不主张概率的物理概念和数学概念是同一的;反之,我否认这种同 200
一性。但是代替(1),出现了一个新的异议。

(1′)什么时候我们能谈到“累积的偶发事件”?大概在概率很小的情况下。但是什么时候一个概率“小”?我们可以承认的是,我刚提出的建议排除了使用通过改变数学问题的提法,从小概率中制造任意大概率的方法(前节已讨论)。但是为了执行所建议的决定,我们得知道我们应把什么看作是**小的**。

下面几页将表明所建议的方法论规则与物理学家的定义是一致的,问题(1′)、(2)和(3)提出的异议能借助它得到解答。开始,我脑子里只有**一个**典型的概率计算应用例子:我脑子里有一些可复制的宏观效应例子,这些效应能够借助精确的(宏观)定律——如气体压力——加以描述,并且我们把这些效应解释或说明为由于微观过程,如分子碰撞大量积累所致。其他典型例子(如统计涨落或似机遇的个别过程的统计)可没有很多困难地还原为这个例子。*[3]

让我以这种类型的宏观效应为例,该效应由一个得到很好确认的定律来描述,这个定律可还原为微观事件的随机序列。设这个定律断言在某种条件下某物理量为 p 值。我们假定效应是“精确的”,因此没有可测量的涨落发生,即与 p 的离差不超过间距 $\pm\varphi$(不精确性的间距;参照第 37 节),在此间距内我们的测量由于现行测量技术固有的不精确性,无论如何会有涨落。现在我们提出假说:p 是微观事件序列 α 内的概率;其次,n 个微观事件促使产生效应。于是(参照第 61 节)我们能够对每一个选取的 δ 值,计算出概率 $\alpha_n F(\Delta p)$,即测定值将落在间距 Δp 内的概率。补概率可用“ε”来表示。因此我们有 $\alpha_n F(\overline{\Delta p}) = \varepsilon$。根据伯努利定理,随 n 增加至无限,ε 趋向零。 201

我们假定 ε“小”到可以不计(在这个假定中有“小”是什么意思的

---

*3 我现在有一点怀疑“没有很多困难”这几个字;实际上,在所有的情况下,除了本节讨论的极端宏观的效应以外,不得不使用十分难以捉摸的统计方法。参见附录 *ix,尤其是我的“第三条札记”。

问题(1′),马上就要讨论它)。显然,Δp 应解释为间距,测量在此间距内逼近 p 值。由此我们看到三个量:ε、n 和 Δp 与三个问题(1′)、(2)和(3)相应。Δp 或 δ 可任意选取,它限制了我们选取 ε 和 n 的任意性。由于我们的任务是演绎出确切的宏观效应 $p(\pm\varphi)$,我们不去假定 δ 大于 φ。就可复制效应 p 而言,如果我们进行的演绎满足 $\delta\leqslant\varphi$,它就是令人满意的。(这里 φ 是给定的,由于它是由测量技术来确定的。)现在让我们选取 δ 使它(近似地)等于 φ。于是我们就将问题(3)还原为两个其他问题(1′)和(2)。

通过选取 δ(即 Δp)我们已在 n 和 ε 之间确立了一种关系,因为对于每一个 n,现在都有一个 ε 值唯一地与之相应。因此(2),即什么时候 n 有足够长这个问题已还原为(1′),即什么时候 ε 小这个问题(反之亦然)。

但是这意味着只要我们能够判定 ε 的**哪一个特定的值**可被认为"小到微不足道"而不计,**所有三个问题**都可得到回答。现在我们的方法论规则等于是决定忽略不计**小的** ε 值;但是我们不准备老是去讨论某个确定的 ε 值。

如果我们把问题交给物理学家,即如果我们问他,他准备不计什么样的 ε——0.001 或是 0.000001,或是……? 他大概会回答 ε 根本不使他感到兴趣;他选取的不是 ε 而是 n;他已这样选取 n,使 n 与 Δp 之间的相关大大**独立于**我们愿意造成的 ε 值的**任何变化**。

由于伯努利分布的数学特点,物理学家的回答是有道理的:对每一个 n,确定 ε 和 Δp 之间的函数关系是可能的。*4 对这个函数作一检查

*4 我现在认为,本段随后作的评论(以及本节后面的一些讨论)已被附录 * ix 中的思考所澄清和代替;尤其见我的第三条札记第 8 点以后。借助那里使用的方法,可表明数量大的 n 的几乎所有可能的统计样本将严重破坏给定的概率假说,这就是说,使它具有**负的**高验证度;并且我们可决定把它解释为反驳或证伪。在留下的样本中,大多数将支持这个假说,那就是说,使它具有**正的**高验证度。比较少的数量大的 n 的样本则使一个概率假说具有一种不明确的验证度(不管是正的还是反的)。因此我们可期望能够在这里表述的意义上反驳一个概率假说,并且我们也许可比在非概率假说的情况下更有信心地期望这一点。认为(对一个大的 n 来说)一个负的验证度是证伪这种方法论规则或决定、当然是本节讨论的方法论规则或决定的一个特例——置某些极端的不可几性于不顾的方法论规则或决定的一个特例。

就可表明,对于**一切**("大的")n 都存在一个表示特征的 Δp 值,使得在 202
这个值的领域,完全不受 ε 的变化的影响。这种无影响性随 n 的增加而增加。如果我们取我们在极端大数现象情况下应该期望的一个数量级的 n,那么在它的特征值的领域 Δp 完全不受 ε 的变化的影响,以致即使 ε 的数量级改变,Δp 也几乎根本没有变化。现在物理学家将把很小的值附加于规定得更明确的 Δp 界限上。并且在研究所限的典型的大数现象的情况下,我们记得,能够使 Δp 与精确度为 $\pm\varphi$(取决于我们的测量技术)的间距相对应;并且这个间距没有明确的界限,只有我在第 37 节所说的"缩聚界限"[condensation bound]。所以当 Δp 在它的特征值(我们能够确定这个值)的邻域的无影响性至少有如此之大,甚至 ε 数量级的改变引起的 Δp 值仅在 $\pm\varphi$ 的缩聚界限内涨落时,我们才称 n 是大的。(如果 $n\to\infty$,则 Δp 变得完全不受影响)。但是如果是如此,我们就无需再操心 ε 的精确测定:即使我们没有精确地说出必须把什么看作是"小的",**决定置小的 ε 于不顾**也就够了。这等于是决定利用上述不受 ε 的变化的影响的 Δp 的特征值。

必须把极度不可几性置于不顾的规则(只有根据上述才成为十分明确的一条规则)与要求**科学的客观性**是一致的。因为对我们的规则的明显反对显然是,最大的不可几性始终是一种概率,不管这种概率有多么小,因此甚至最不可几的过程——即我们建议置之不顾的过程——终有一天会发生。但是这个反对意见可通过恢复**可复制的物理效应**概念来予以解决,这个概念与客观性概念有密切联系(参照第 8 节)。我不否认不可几事件会发生的可能性。例如我并不断言在小量气体中的分子在一短暂时间内不会自发地聚集成为这容量的一部分,或者在大量气体中压力的自发涨落永远不会发生。我断言,这些偶发事件不是物理效应,因为根据它们的极度不可几性,**它们不能随意复制**。即使一个物理学家碰巧观察到这种过程,他也完全不可能去复制它,因此永远不能判定在这种情况下实际发生了什么,他是否有可能犯了一次观察上的错误。然而,如果我们发现一些**可复制**的离差,这些离差不同于按上述方式从概率估计中演绎出的宏观效应,那么我们必须 203

假定概率估计**已被证伪**。

这些考虑可帮助我们理解爱丁顿[Eddington]的下述看法,他区别了两类物理定律:“某些事情永远不会在物理世界中发生,因为它们是**不可能的**;另一些则因为它们也是不可几的。禁止前者的定律是一级定律;禁止后者的是二级定律。”[2] 虽然这种表述也许并不能摆脱批评(我宁愿不去对极度不可几的事情是否发生作出不可检验的断言),但它与物理学家对概率论的应用完全一致。

可应用概率论的其他场合,如统计涨落,或似机遇个别事件的统计,可还原为我们一直在讨论的场合,即可精确测定的宏观效应场合。我理解的统计涨落就是布朗运动那样的现象。在这里测量精确度的间距($\pm\varphi$)小于对效应起促进作用的微观事件数 n 特有的间距 Δp;因而可期望不同于 p 的可测定离差是高度不可几的。发生这些离差这一事实是可检验的,因为涨落本身成为一种可复制效应;并且我以前的论证可应用于这种效应:涨落超过某一大小(超过某个间距 Δp),根据我的
204 方法论要求,必定不是可复制的,朝同一方向涨落的长序列也是如此,如此等等。相应的论证也会适用于似机遇个别事件的统计。

我现在总结我的关于可判定性问题的论证。

我们的问题:概率假说——我们已看到它们是不可证伪的——如何能在经验科学中起自然律的作用?我们的回答是:概率陈述,就它们是不可证伪的而言,是形而上学的和没有经验意义的;就利用它们作为经验陈述而言,利用它们作可证伪的陈述。

但是这种回答提出了另一个问题:概率陈述——是不可证伪的——可用作可证伪陈述,**怎么可能呢**?(它们能如此使用这个事实是毋庸置疑的:物理学家知道得十分清楚,什么时候认为概率假定已被证伪。)我们发现这个问题有两个方面。一方面,我们必须根据其逻辑

---

2 爱丁顿,《物理世界的性质》[*The Nature of the Physical World*],1928 年,第 75 页。

形式使利用概率陈述的可能性成为可理解的,另一方面,我们必须分析支配它们用作可证伪陈述的规则。

根据第 66 节,公认的基础陈述可以多少令人满意地与某种所提出的概率估计一致;它们可更好或稍差一些代表概率序列的一个典型节段。这为某种**方法论规则**的应用提供了机会,例如要求基础陈述和概率估计之间的一致应该符合某种最低限度标准这一规则。因此规则可引出某种任意的思路,并且规定只有合理的代表性的节段(或合理的"适当样本")才得以"允许",而不典型的或没有代表性的节段是被禁止的。

对这种意见作更仔细的分析向我们表明,什么被允许和什么被禁止之间的分界线的划定并不一定像起初想象的那样任意。尤其是无需"宽容地"划定这条分界线。因为有可能用这种方式形成这条规则,使什么被允许和什么被禁止之间的分界线,正如其他定律的情况一样,由我们的测量能达到的精确度来决定。

我们根据划界标准提出的方法论规则,不禁止不典型节段的出现; 205
它也不禁止离差(当然,对于概率序列是不典型的)的重复出现。这条规则禁止的是系统离差的出现可预测和可复制,例如朝特定方向的离差,或肯定是不典型的节段的出现。因此它要求的不单是粗略的一致,而是**对于可复制和可检验的一切**,简言之,对于所有的**可复制效应**可能是最佳的一致。

69. 定律和机遇

人们有时听说,行星的运动服从严格的定律,而一粒骰子的掷下是碰运气,或受机遇支配。我认为区别在于这个事实:迄今我们已能成功地预测行星的运动,但还不能预测掷骰子的个别结果。

为了演绎出预见,人们需要定律和初始条件;如果没有合适的定律或不能确定初始条件,科学的预见方法就垮台。掷骰子时我们所缺乏的显然是初始条件的充分知识。有了初始条件的足够精确的测定,也

就有可能在这种情况下作出预见;但是选定正确掷骰子的规则(摇摇骰子盒)是为了防止我们测量初始条件。游戏规则以及确定某一随机序列的各种事件必将发生的那些条件的其他规则,我称之为"**框架条件**"[*frame conditions*]。它们由这样一些要求组成,如骰子应该是"纯的"(由同质物质组成),应该把它们好好地摇摇,等等。

有一些其他情况,预见是不成功的。也许迄今还不可能提出合适的定律;也许发现一个定律的所有尝试都已失败,并且所有的预见也被证伪。在这些情况下我们可能对究竟是否会找到一个满意的定律已失望。(但是大概我们不会放弃尝试,除非问题已使我们不大感兴趣——例如如果我们满足于频率预测,就是这种情况。)然而,无论如何,我们不能定论地说,在某个特定的领域没有定律。(这是证实不可
206 能性的一个结果。)这就是说,我的观点使机遇概念成为主观的。*[1] 当我们的知识不足以作出预见时我就说"机遇";正如掷骰子时,我们说"机遇",因为我们对初始条件没有知识。(可以设想,仪器设备精良的物理学家,能预测其他人预测不到的一次掷骰子的结果。)

与这种主观观点相反,人们有时支持一种客观的观点。就这种观点利用事件本身是指决定的还是不决定的这种形而上学观念而言,我将不在这里对这种观点作进一步的考察(参照第 71 和 78 节)。如果我们的预见获得成功,我们可以谈到"定律";否则我们对定律或不规则性的存在或不存在不可能有任何知识。*[2]

也许比这个形而上学观念更值得考虑的是下面的观点。可以说,当我们的概率估计得到验证时,我们遇到客观意义上的"机遇";正如

---

*1 这不是说我在这里对**概率**、或**无序**或**随机**的主观解释作出任何让步。

*2 在这一段,我不考虑(由于它的形而上学性质)我现在《后记》中迫切要介绍的一种形而上学理论,因为我认为它开辟了新的前景,提示了严重困难的解决,并且也许是真的。虽然当写这本书时我意识到所持的是形而上学信仰,并且虽然我甚至指出形而上学观念对科学的启发价值,我没有充分注意到这个事实:某些形而上学学说是可以用理性进行争论的,并且尽管是不可反驳的,它们是可批判的,尤其阅《后记》的最后一节。

当我们遇到因果规律性时一样。

蕴涵在这观点中的机遇定义可能不全是无用的,但是应该有力强调,如此定义的概念并不与定律概念相对立:正是由于这个理由我称概念序列是似机遇的。一般地说,一个实验结果的序列是似机遇的,如果定义序列的框架条件不同于初始条件的话;当在同一框架条件下进行的个别实验,在不同的初始条件下进行时,就会产生不同的结果。其元素根本不可预测的似机遇序列是否存在,我不知道。我们甚至不能从某个序列是似机遇的这个事实,推论出它的元素是不可预测的,或者推论出它们"由于"在主观的知识不足意义上的"机遇"所致;我们尤其不 207
能从这个事实推论出定律不存在的"客观"事实。*3

不仅不可能从序列的似机遇性质中推论出任何与定律一致的东西,或者在另一方面与**个别事件**一致的东西:甚至不可能从概率估计的验证推论出**序列本身**是完全不规则的。因为我们知道似机遇序列是存在的,这些序列是根据数学规则建构的。一个序列具有伯努利分布这个事实不是不存在定律的征候,与"根据定义"不存在定律完全不是一回事。[1] 我们在概率预测成功中看到的不过是在**序列**结构中不存在简单定律的征候(参照第 43 和 48 节)——与构成序列的事件相反。不受后效约束的假定相当于这样的假说:这种**简单的**定律是不可发现的,这个假定得到了验证,但这就是一切。

---

*3 我认为如果我论证如下,也许会更清楚一些。我们永远不可能精确地重复某个实验——我们能做的一切是在某些限度内保持**一些**条件稳定。所以如果我们结果的某些方面自动地在重复,而其他方面在不规则地变化;尤其是如果实验条件(如以旋转硬币为例)是用使条件发生变化的观点加以设计的话。迄今,我仍然同意我已说过的话。但是也有支持客观偶然性的其他论据;并且其中一个归功于阿尔费雷德·朗代[Alfred Landé]("朗代刀片"[Landé's blade]),它与这里的上下文没有关系。现在在我的《后记》中作了充分的讨论,第 *90 节以后。

1 如石里克在"当代物理学中的因果性"[*Die Kausalität in der gegenwärtigen Physik*]中所说,见《自然科学》19,1931 年,第 157 页。

70. 从微观定律推演宏观定律的可能性

有一种学说几乎已成偏见,虽然最近它受到严厉的批评——**所有**可观察的事件必须解释为宏观事件,即解释为一些微观事件的平均数或累计或总和的学说(这个学说有点类似某些形式的唯物主义)。像其他这种学说一样,这像是某一方法论规则的形而上学具体化,而这条规则本身是完全无可非议的。我指的是这条规则:我们应该看看我们是否能用上述类型的解释性假说简化、概括或统一我们的理论。在评论这些尝试的成功时,认为关于微观事件的**非统计**假说及其相互作用
208 定律就能足以说明宏观事件,这是个错误。除此以外,我们应该需要假说性的**频率估计**,因为从统计前提中只能推导出统计结论。这些频率估计总是独立的假说,当我们从事研究与微观事件有关的定律时,这些假说的确不时出现在我们脑中,但是它们决不能从这些定律中推导出来。频率估计形成一类特殊的假说:一般来说,它们是与规律性有关的禁律。[1] 冯·米泽斯对这一点说得十分清楚:"没有统计学性质的补充假定,在气体动力理论中甚至最微不足道的定理也不是单从经典物理学中推导出来的"。[2]

统计学估计或频率陈述决不能从"决定论"性质的定律中推导出来,理由是为了从这些定律中演绎出任何预见,需要初始条件。在初始条件那里,关于初始条件统计学**分布**的假定——也就是说特定的统计学假定——进入了演绎过程,统计学定律就是通过演绎从决定论性质

---

1 A. 马尔希[A. March]说得很好(《量子力学基础》[*Die Grundlagen der Quantenmechanik*] 1931 年,第 250 页),某种气体粒子的行为不可能"……随它们选择;每一个粒子的行为必须与其他粒子的行为一致。可认为这是量子理论基本原理之一:整体不仅是部分的总和"。

2 冯·米泽斯,"论物理学中的因果性与统计学的合法性"[Über kausale und statistische Gesetzmässigkeiten in der Physik],《认识》1,1930 年,第 207 页(参照《自然科学》18,1930)。

或“精确”性质的微观假定中获得的。*[1]

理论物理学的频率假定在一定程度上是**等机遇假说**,这是一个令人惊异的事实,但这无论如何并不是意味着它们是“不证自明的”,或**先验地**正确的。它们远非如此,这一点从经典统计学、玻色-爱因斯坦统计学[Bose-Einstein statistics]和费密-狄拉克统计学[Fermi-Dirac statistics]之间的广泛差异中就可看到。这些表明特定的假定如何可与一个等机遇的假说结合起来,在每一种情况下都导致参考序列的主要性 209
质(假定其分布是均等的)的不同定义。

下面的例子也许可证明这个事实:甚至当我们想摆脱频率假定时,它们也是必不可少的。

想象一个瀑布。我们可辨认某种奇特的规律性:组成瀑布的水流的大小是变化的;不时地飞溅从主流中甩出来;然而在贯穿所有这些变化中,某种规律性明显可见,它强烈提示有一种统计学效应。尽管有一些尚未解决的液体动力学问题(与涡流的形成有关等等),我们在原则上能够以任何所需程度的精确性,预测任何量水——比方说一组分子——的路线,如果给定足够精确的初始条件的话。因此我们可以假定,有可能预言远在瀑布之上的任何分子,在哪一点上它将越过边缘,到达底部等等。这样原则上可计算出任何数量分子的路线;并且给定充分的初始条件,我们就能在原则上演绎出瀑布的任何一种个别的统计学涨落。但是只能是这种或那种**个别**的涨落的而不是我们已描述过

---

*1 由冯·米泽斯提出和我发展的论点受到各种物理学家的反对,其中有 P. 约尔丹(见《直观量子理论》[*Anscehauliehe Quantentheorie*],1936 年,第 282 页,约尔丹在其中用来反对我的论点的是这个事实:某些形式的作业假说最近已得到证明。)但是在**概率结论需要概率前提**的形式中——例如测量理论前提,某些等概率[equiprobabilistic]假定进入了这些前提——我的前提似乎是得到了约尔丹的例子的支持,而不是被证明站不住脚。这个论点的另一个批评者是阿尔伯特·爱因斯坦,他在给我的一封信的最后一段抨击了这个论点,这封有趣的信现收于附录 * xii。那时我认为爱因斯坦心中对概率有一个主观解释以及无差别原理(在主观理论看来仿佛它不是一个关于等概率的假定)。爱因斯坦在最近才至少暂时地采纳了(量子理论的)频率解释。

的反复发生的统计学规律性,一般统计学分布就更不行了。为了说明这些,我们需要统计学估计——至少假定某些初始条件对于许多不同组的粒子(等于一个全称陈述)将一次又一次地反复出现。我们获得一个统计结果,当且仅当我们作出这些特定的统计学假定时——例如关于反复出现的初始条件频率分布的假定时。

71. 形式上单称的概率陈述

我称一个概率陈述为"形式上单称的",当它把某一概率赋予某个单一偶发事件或某类偶发事件的单个元素时;*[1] 例如,"用这个骰子
210 掷下一次得5的概率是1/6"或"(用这个骰子)掷任何一次得5的概率是1/6"。从频率理论观点看,一般认为这些陈述是不十分正确的表述,因为不能把概率归之于单个偶发事件,而只能归之于偶发事件或事件有限序列。然而借助客观概率或相对频率概念用适当定义的形式上单称的概率把这些陈述解释为正确的陈述是容易的。我用"${}_{\alpha}P_{k}(\beta)$"表示这形式上单称的概率:作为序列 α 的一个元素,某一偶发事件 k 有性质 β——符号为:[1] $k \varepsilon \alpha$——于是我定义形式上单称的概率如下:

$$ {}_{\alpha}P_{k}(\beta) = {}_{\alpha}F(\beta) \qquad (k \varepsilon a)(\text{定义}) $$

这可用文字表达如下:事件 k 具有性质 β——设 k 为序列 α 的一个元素——的形式上单称的概率,根据定义等于性质 β 在参考序列 α 内的概率。

这个简单的几乎一目了然的定义证明,令人惊异地有用。它甚至可帮助我们澄清现代量子理论的某些复杂问题(参照第75-76节)。

正如定义所表明的,如果一个形式上单称的概率陈述没有明确说出一个参考类,它就是不完全的。但是虽然 α 常常没有明确提及,在

---

*1 在德文原文中"*formalistisch*"[形式的]一词想传达这样的思想:一个陈述在形武上是单称的(或"形式上单称的)",尽管它预期的意义实际上是由统计陈述规定的。

1 符号"……ε……"是系词,意指"……是类(或序列)的一个元素"。

这些情况下我们往往知道 α 是什么意思。因此上述第一个例子没有具体规定任何参考序列 α,但是十分清楚它与掷撒真的骰子的所有序列有关。

在许多情况下,对一个事件 k 可以有若干不同的参考序列。在这些情况下非常明显,对同一事件可以作出不同的形式上单称的概率陈述。因此一个个别的人 k 将在一定时期内死亡这种概率可根据我们认为他是他的年龄组的一员,还是他的职业组的一员等等来假定十分不同的值。对于应该从若干可能的参考类中选定哪一个,不可能制定一个一般规则。(最窄的参考类往往最合适,假如它多到足以使概率陈述立足于合理的统计外推,并且得到足够量验证证据的支持的话。) 211

一旦我们认识到同一偶发事件或事件可以有不同的概率,作为不同参考类的一个元素,不少所谓概率悖论就消失了。例如,有时有人说.一个事件的概率 ${}_{\alpha}P_{k}(\beta)$ **在它出现以前**不同于同一事件在它出现以后的概率:在以前它等于 1/6,而在以后可能只等于 1 或 0。当然这个观点是完全错误的。在出现以前和以后 ${}_{\alpha}P_{k}(\beta)$ 总是相同的。除了根据信息 $k \varepsilon \beta$ (或 $k \varepsilon \bar{\beta}$)——根据对偶发事件的观察提供给我们的信息——我们可选取一个新的参考类,即 β(或$\bar{\beta}$),然后问 ${}_{\beta}P_{k}(\beta)$ 值是什么以外,什么也没有变化。这个概率值当然是 1;而 ${}_{\bar{\beta}}P_{k}(\beta)=0$。告诉给我们关于单个偶发事件实际结局的陈述——不是关于某个频率,而是关于"$k \varepsilon \varphi$"形式的陈述——不能改变这些偶发事件的概率;然而,它们可提示我们选取另一个参考类。

形式上单称的概率陈述概念提供了一种通向**主观**理论,从而也就通向域[range]理论的桥梁,正如下节将表明的那样。因为我们会同意把形式上全称的概率解释为"理性信仰程度"(仿照凯恩斯)——假如我们允许我们的"理性信仰"受某一客观的**频率陈述**指导的话。因此这种陈述还是我们的信仰所依靠的信息。换言之,也可能有这样的事:我们除了知道某个事件属于某一参考类,某个概率估计在其中受到了成功的检验外,对它一无所知。这个信息并不能使我们预见这个事件的性质将是什么;但是它能使我们表达借助某种形式上单称的概率陈述知道它的一

切,这种陈述看起来像**关于所谈论的特定事件的不确定预见**。*2

212 因此,我不反对关于单个事件概率陈述的主观解释,即解释为不确定的预见——可以说,承认我们对所谈论的特定事件缺乏知识(的确,关于这个事件什么结论也不能从某个频率陈述中得出)。那就是说,我不反对概率陈述的主观解释,只要我们明确承认**客观频率陈述是基本的,因为只有它们是可用经验检验的**。然而,我反对把这些形式上单称的概率陈述——这些不确定预见——解释为关于**客观事态**的陈述,但不反对解释为客观统计事态的陈述。我脑子里有这样一种观点:关于掷骰子概率为 1/6 的一个陈述不仅是承认我们不知道任何确定的事情(主观理论),而且是关于掷下一次的断言——断言它的结果客观上既是不确定的又是非决定的——是关于某种仍悬而未决的事情的断言。*3 我认为所有作出这种客观解释(除了别人外,琼斯作过充分的讨论)的尝试都是错误的。不管这些解释可能造成一些什么样的非决定论气氛,它们全都包含这样的形而上学思想:不仅我们能演绎出和检验预见,并且除此之外自然界或多或少是"决定的"(或"非决定的");因此预见的成败不应用它们由之演绎出来的定律来解释,而是首先由这样一个事实来解释:自然界实际上是(或不是)根据这些定律组成的。*4

---

*2 现在我认为概率论不同解释之间的关系问题可以用简单的方法解决——提供一个形式的公理或公设系统,并证明它为不同解释所满足。因此我认为本章其余各节(第 71 和 72 节)提出的大多数考虑可予以废弃。见附录 * iv,以及我的《后记》第 * ii、* iii 和 * v 章。但是我仍然同意大多数已写的东西,假如我的"**参考类**"由规定某一实验的条件确定,因而"频率"可被认为是趋向性的结果的话。

*3 我现在并不反对一个事情可处于悬而未决之中这个观点,并且我甚至认为最好能够把概率论解释为**事件的趋向理论**以获得某种解决办法(阅我的《后记》)。但是我仍然反对概率论**必须**作如此解释的观点。那就是说,我认为趋向解释是对世界结构的一种推测。

*4 这种有点贬低的表征完全适合我自己的观点,我现在在《后记》的"形而上学结语"中提出这个观点供讨论,题为"概率的趋向解释"。

72. 域理论

我在第 34 节中说,一个可证伪程度比另一陈述更高的陈述可被描述为逻辑上更**不可几**的陈述;而不那么可证伪的陈述则是逻辑上更**可几**的陈述。逻辑上不那么可几的陈述衍推出[1]逻辑上更可几的陈述。在**逻辑概率**概念和客观的或形式上单称的**数值概率**概念之间有密切关系。某些概率哲学家(博尔扎诺,冯·克里斯和魏斯曼)曾试图把概率计算立足于逻辑域,因此立足于一个与逻辑概率一致的概念(参照第 37 节);并且他们在这样做时,也试图弄清逻辑概率与数值概率之间的密切关系。 213

魏斯曼[2]曾建议用与不同陈述相应的相对频率测定它们逻辑域之间的相互关系程度(可以说它们的比值),从而把频率看作决定一个**测定域和系统**的东西。我认为在此基础上建立概率论是可行的。的确我们可以说,这个计划就是使相对频率同某些"不确定的预见"相关起来——正如当我们定义形式上的单称概率陈述时在前一节已经做的一样。

然而必须说,仅当一个频率理论已经建构时,这种定义概率的方法才是可行的。否则人们就得问在定义测定系统时使用的频率本身又是如何定义的。然而,如果我们手中已经有某个频率理论,那么引入域理论实际上就成为多余的。但是尽管有这种异议,我认为魏斯曼建议的可行性是重要的。发现一个更全面的理论能够填补解决这个问题的各种尝试之间,尤其是在主观和客观解释之间的鸿沟——起初似乎是不可填补的。然而魏斯曼的建议要求作一点修改。他的域比值概念(参照第 48 节注 2)不仅要求域能借助它们的子类关系(或它们的衍推关系)加以比较;而且它更一般地要求使甚至只是部分交迭的域(不可比较的陈述的域)也能够成为可以比较的。然而这后一个假定有相当的困难,它是多余的。有可能表明,在有关的情况下(为随机情况)子类的比较和频率的比较必定导致类似的结果。这证明为了测定域而把频

---

1 通常如此(参照第 35 节)。

2 魏斯曼,"概率概念的逻辑分析",《认识》1,1930 年,第 128 页以后。

214 率与域相关起来的方法是对的。我们在这样做时,就使所谈论的陈述(按子类方法是不可比较的)成为可以比较的。我将粗略地表明所描述的方法如何可得到证明。

如果在两个性质类 γ 和 β 之间,子类关系

$$\gamma \subset \beta$$

成立,则:

$$(k)[Fsb(k\ \varepsilon\ \gamma) \geqslant Fsb(k\ \varepsilon\ \beta)] \qquad \text{(参照第 33 节)}$$

因此逻辑概率或陈述$(k\ \varepsilon\ \gamma)$的域必须小于或等于$(k\ \varepsilon\ \beta)$的域。它将是相等的,仅当有一个参考类 α(它可以是全称类)时,对于这个参考类下列规则成立,这个规则可以说具有"自然律"的形式:

$$(x)\{[x\ \varepsilon\ (\alpha.\beta)] \rightarrow (x\ \varepsilon\ \gamma)\}$$

如果这种"自然律"不成立,因此我们可假定在这个方面有随机性,那么不等性就成立。但是在这个情况下我们就得到下式,假如 α 是可数的,并可承认为一个参考序列:

$${}_{\alpha}F(\gamma) < {}_{\alpha}F(\beta)$$

这就是说,在随意性情况下,域的比较必然导致同样的不等性,正如相对频率的比较一样。因此,如果我们有随机性,我们就可把相对频率同域相关起来,以使域成为可测量的。但是这正是我们在第 71 节中当我们定义形式上单称的概率陈述时所做的(虽然是间接地)。的确,我们可以从这些假定中直接推论出

$${}_{\alpha}P_k(\gamma) < {}_{\alpha}P_k(\beta)$$

这样我们就回到了我们的出发点,概率解释问题。并且我们现在发现,客观和主观理论之间的冲突,初看似乎是如此难办,其实可用某种一目了然的形式上单称的概率的定义来完全消除。

第九章

关于量子论的若干意见

我们对概率论的分析，已使我们掌握一些工具，我们现在可通过把 215
它们用于现代科学一个主要问题来检验它们；并且我将借它们之助试图分析和澄清现代量子论若干更为模糊不清的论点。

我用哲学或逻辑方法解决物理学中心问题之一的有点大胆的尝试，必定会引起物理学家的怀疑。我承认他的怀疑是正当的，他的怀疑是有充分根据的，然而我希望我也许能够克服它们。同时，值得注意的是在每门科学分支中，成堆的问题主要是逻辑的。量子物理学家一直渴望参与认识论讨论，这是事实。这提示他们本身感到量子论中某些仍未解决的问题的解法不得不在逻辑与物理学之间的无人岛上寻找。

我开始就预先记下将从我的分析中得出的主要结论。

(1)量子论中有一些数学公式被海森堡用他的测不准原理加以解释；即关于由于我们在测量时达到的精确性的限制所致的测不准域的陈述。我将试图证明，这些公式应解释为形式上单称的概率陈述(参照第 71 节)；这意味着它们本身必须用统计学来加以解释。对这个公式作如此解释就是断言：**在统计学上“分散”**[*dispersion*]**或“方差”**[*variance*]**或“离散”**[*scatter*]**的某些域之间有一定的关系**(它们在这里被称为“统计学的离散关系”)。

(2)我将要试图证明，比测不准原理允许的精确性程度更高的测 216
量与量子论的公式系统或与它的统计学解释并不是不相容的。因此如果这样一种精确度终究成为可能，量子论不一定被反驳。

(3)所以海森堡所断言的可达到的精确性极限的存在，并不是从理论公式中演绎出来的逻辑推断，更确切地说，它是一个孤立的或附加的假定。

(4)此外,正如我将试图证明的那样,如果量子论的公式在统计学上得到解释,那么海森堡的这个假定实际上与这些公式是**矛盾**的。因为不仅更精确的测量与量子论相容,而且甚至有可能描述表明更确切的测定有可能的想象实验。在我看来,正是这个矛盾引起了所有那些困难,现代量子物理学的令人赞叹的结构就受这些困难困扰;以致蒂林[Thirring]谈到量子论时说,它"留下了一个难解的秘密给它的创始人,这是他们自己承认的"。[1]

下面所述也许可描述为对量子论基础的研究。[2] 在这个研究中,我将避免一切数学论证和一切数学公式,除一个例外。这是可能的,因为我将不对量子论数学公式系统的正确性提出疑问,我将只关心归功于波恩的物理解释的逻辑推断。

至于"因果性"的争论,我提出不同于现在如此流行的非决定论形而上学的意见。非决定论形而上学与直到最近才在物理学家中风行的决定论形而上学的区别,与其说在于它非常清晰,不如说它极无成果。

217 在清晰性方面,我的批判常常是严厉的。所以不妨可以在这里说我认为现代量子论创始人的成就是整个科学史上最伟大的成就之一。*1

---

1 H. 蒂林,"物理学概念体系的变化"[Die Wandlung des Begriffssystems der Physik](载马克[Mark]、蒂林、哈恩、内贝林[Nobeling]、门格尔,《精确科学的危机与重建》[*Krise und Neuaufbau in den exakten Wissenschaften, Fünf Wiener Vorträge*],Deuticke出版社,维也纳[Wien]和莱比锡[Leipzig],1933年,第30页)。

2 下面我限于讨论量子物理学的解释,但是,我略去了有关波场[Wave-fields]问题(狄拉克的发射和吸收理论;麦克斯韦-狄拉克场方程式[Maxwell-Dirac field-equations]的"第二次量子化")。我提及这一点是因为这里有些问题,如在量子化的波场和粒子气体之间等值的解释只有十分小心地使我的论证适应于这些问题,我的论证才能适用于它们量子化的波场和粒子气体(如果适用的话)。

*1 在这点上,我没有改变我的想法,在我的批判的主要点上也不改变。但是我已连同我对概率论的解释一起改变了我对量子论的解释。我现在的观点可在我的《后记》中找到,我在那里支持**非决定论**,但与量子论无关。然而除第77节外(它的根据是错误的),我仍然认为本章是重要的,尤其是第76节。

73. 海森堡纲领和测不准关系

当然尝试在新的基础上建立原子理论时,海森堡从一个形而上学纲领开始:[1] 摆脱"不可观察的东西",即摆脱不能作实验观察的量值[magnitudes];人们可以说是摆脱形而上学因素。这些不可观察的量值发生在先于海森堡的理论的玻尔理论中:可被实验观察的任何东西与电子的轨道,甚至与电子旋转的频率均不一致(因为可被观察为光谱线的发射频率不可能就是电子旋转的频率)。海森堡希望通过排除这些不可观察的量值,他能够克服玻尔理论的缺点。

这个情况与爱因斯坦试图重新解释洛伦兹-菲茨杰拉德假说[Lorentz-Fitzgerald hypothesis]时面临的情况有一定的相似之处。这个假说试图利用像对洛伦兹的不动的以太作相对运动这样不可观察的量值,即无法用实验检验的量值,来解释迈克耳逊和莫雷实验的阴性结果。不管是在这种情况还是在玻尔理论的情况下,需要改革的理论都说明了某些可观察的自然过程;但是它们都用了令人不满意的假定:存在着一些物理事件和物理上可定义的量值,而自然界使它们永远不能接受观察检验,从而成功地把它们隐藏起来不让我们知道。

爱因斯坦表明了如何能消除包含在洛伦兹理论中的不可观察的事 218
件。人们可能会说,海森堡理论,至少它的数学内容也是如此。然而,似乎仍然有改进的余地。即使从海森堡自己对他理论所作的解释的观点看,并不是说他的纲领已经完全实现了。自然界仍然能够非常狡黠地把包含在理论中的某些量值隐藏起来不让我们知道。

这种事态与海森堡所阐明的所谓**测不准原理**有联系。也许这个原

---

1 W. 海森伯格,《物理学通讯》[*Zeitschrift für Physik*] 33,1925 年,第 879 页;下面我主要参考海森堡的著作《量子论的物理学原则》[*Die physikalischen Prinzipien der Quantentheorie*]1930 年。C. 埃卡特[C. Eckart]和 F. C. 霍伊特[F. C. Hoyt]的英译本:《量子论的物理学原则》[*The Physical Principles of the Quantum Theory*],芝加哥[Chicago],1930 年。

理可解释如下。一切物理测量都包含着被测量物体和测量仪器(它也可是观察者本身)之间的能量交换。例如一束光线照射到物体上,物体反射的一部分色散的光可被测量仪器吸收。任何这种能量交换将会改变物体的状态,物体在被测量以后将处于一种与以前不同的状态之中。因此可以说,测量产生刚被测量过程本身破坏的那种状态的知识。测量过程干扰被测量物体,在宏观物体情况下可以忽略不计,但在原子物体的情况下则不行;因为这些物体可受到例如光辐射十分强烈的影响。因此不可能在一个原子已被测量**后**直接从测量结果中推论出它的状态。**所以测量不能作为预测的基础**。大家承认,借助新的测量总有可能在前次测量以后确定物体的状态,但是系统却因而又以不可预测的方式受到干扰。并且大家承认,总有可能以这样的方式安排我们的实验,使要测量的状态的某些特征——例如粒子的动量——不受扰动。但是,这只有以更严重地干扰要测量的状态的某些特性量值(在这种情况下是粒子的位置)为代价,才有可能做到这一点。如果两个量值以这种方式相关,那么下列定理就适用于它们;它们不可能同时精确加以测量,尽管每一个都可如此分别加以测量。因此如果我们增加两个测量之一的精确性——比方说动量 p_x,从而缩小 Δp_x 误差的域或间
219 距——那么我们就必然会降低位置座标 x 测量的精确性,即扩大 Δx 的间距。这样,根据海森堡的意见,可达到的最大的精确性是受测不准关系限制的。[2]

$$\Delta x.\ \Delta p_x \geqslant \frac{h}{4\pi}$$

同样的关系也适用于其他座标。这个公式告诉我们,两个误差域的积至少是 h 个数量级,h 是普朗克的作用量子。从这个公式得出的结论是:这两个量值之一的完全精确的测量将不得不以另一个的完全不确定性为代价。

根据海森堡的测不准关系,对位置的任何测量干扰了相应的动量

---

2 关于这个公式的推导,参照第 75 节注 2。

部分。因此原则上不可能预测**一个粒子的轨迹**。“在新的力学中,‘轨迹’概念没有任何确定的意义……”[3]

但是在这里出现了另一个困难。测不准关系只应用于属于已进行测量后的粒子的(表示物理状态特性的)量值。一个电子的位置和动量**直到测量那瞬间以前**原则上能够以无限的精确性加以确定。这是这一事实的必然结果,即毕竟有可能前后相继地进行若干次测量操作。因此,通过把(a)位置的两次测量结果,(b)先作动量测量的位置测量结果,以及(c)后作动量测量的位置测量结果结合起来,就可借助所得数据计算出两次测量**之间**整个时期内精确的位置和动量坐标。(开始我们可把我们的考虑限于这个时期。[4])但是根据海森堡的意见,这些精确的计算对于预测是无用的:所以也就不可能去检验它们。之所以如此,是因为这种计算对于两次实验之间的轨迹是有效的,仅当第二次实验是第一次的直接后继者,即在它们之间没有干扰发生时。为检查 220
两次实验之间轨迹而安排任何检验必然会干扰得如此厉害,以致使我们对确切轨迹的计算变得无效。海森堡谈到这些精确计算时说:“……人们是否应把任何物理实在赋予计算出的电子的过去历史,这是一个纯粹的趣味问题。”[5] 显然他通过这句话要想说的是,这些不可检验的轨迹计算,从物理学家的观点看没有任何意义。石里克对海森堡这段话评论如下:“我要表示我自己与玻尔和海森堡两人的基本观点是完全一致的,我认为他们这些观点是无可争辩的。如果有关在原子范围内一个电子的位置的陈述是不可能证实的,那么我们不可能把任何意义赋予它;谈论在两点(在这两点观察到了某一粒子)之间该粒

---

3 马尔希,《量子力学基础》[*Die Grundlagen der Quantenmechanik*],1931 年,第 55 页。

4 我在第 77 节将详细证明,情况(b)在某些条件下会使我们能够计算出**在**第一次实验进行**以前**电子的过去。(下段海森堡的引文似乎暗示了这个事实。)我现在认为这个脚注正如第 77 节一样是错误的。

5 海森堡,《量子理论的物理学原则》,1930 年,第 15 页。(英译本第 20 页译得很好:“是一个个人信仰问题。”)

子的轨迹是不可能的。”[6]（在马尔希[7]、韦尔[8]和其他人那里可找到类似的评论。）

然而正如我们刚才听到过的那样，用新的形式体系**计算**这样一种“无意义的”或形而上学的轨迹是**可能的**。并且这表明海森堡不能把他的纲领贯彻到底。因为这种事态只允许有两种解释。第一种解释是，粒子有一个确切的位置和确切的动量（因此也有确切的轨迹），但是我们不可能同时测量它们二者。如果是如此，那么自然界仍然倾向于隐藏某些物理量值不让我们的眼睛看见；隐藏的实际上既不是粒子的位置，也不是它的动量，而是这两个量值的组合，“**位置加动量**”或“轨迹”。这种解释认为测不准原理是我们知识的一种限制；因此它是
221 **主观**的，另一可能的解释是**客观**的解释，它断言把某种界限截然分明的“位置加动量”或“轨迹”赋予粒子是不允许的或不正确的，或是形而上学的：它根本没有“轨迹”，只有结合着不确切动量的确切位置，或结合着不确切位置的确切动量。但是如果我们接受这种解释，那么理论的形式体系又包含形而上学的因素；因为正如我们已看过的那样，在用观察检验粒子原则上是不可能的那些时间内，粒子的“轨迹”或“位置加动量”是可精确计算的。

测不准关系的支持者如何在主观看法和客观看法之间摇摆，是看得很清楚的。例如，正如我们已看到的，石里克在支持客观观点之后立刻写道：“关于自然事件本身，说什么、‘模糊性’或‘不准确性’，是不可能有什么意义的。这类词只能用于我们自己的思想（尤其是如果我们不知道哪些陈述……是真的）。”这种评论显然**反对**的正是那个客观解

---

6 石里克，“当代物理学的因果性”[*Die Kausalität in der gegenwärtigen Physik*]，《自然科学》19，1931 年，第 159 页。

7 马尔希，在上面所引著作中到处可见（例如第 1 页以后和第 57 页）。

8 韦尔，《群论与量子力学》[*Gruppentheorie und Quantenmechanik*]，第 2 版，1931 年，第 68 页（参照第 75 节最后一段引文：“……这些概念的意义……”）。* 所引这段在英译本《群论与量子力学》[The Theory of Groups and Quantum Mechanics]（1931）中似乎已被删去。

释,这种解释认为不是我们的知识,而是粒子的动量,可以说由于使它的位置得到精确测量而被弄得“模糊”。*[1] 其他许多作者也显示了类似的动摇。但是不管人们决定支持客观观点还是主观观点,事实仍然是:海森堡的纲领并没有得到贯彻,他在他给自己布置的把一切形而上学因素驱逐出原子论的任务中并未取得成功。所以,海森堡试图把两个对立的解释融合在一起并没有获得任何成就,他说“……在这个意义上的‘客观’物理学,即把世界截然划分为客体和主体实际上已不再是可能的了”。[9] 海森堡迄今尚未完成他给自己布置的任务:他尚未清除掉量子论中的形而上学因素。

74. 量子论的统计学解释概要

海森堡在推导测不准关系时仿效玻尔,利用了这样一个思想:原子过程完全可以用“量子论的粒子图像”表示,也可以用“量子论的波图像”表示,二者表示得一样好。 222

这个思想是与现代量子论沿着两条不同的道路进展这个事实有联系的。海森堡从经典的电子粒子理论开始,按照量子论重新解释了这个理论:而薛定谔[Schrödinger]则从(同样经典的)德布罗伊的波理论出发:他把“波包”[Wave-packet]即一组振荡(通过干扰,这个振荡在一个小范围内互相增强,在此小范围外则彼此抑制)同每一个电子协调起来。薛定谔后来表明,他的波动力学导致数学上与海森堡的粒子力学等价的结果。

粒子图像和波图像这两种根本不同的图像却是等价的这种佯谬,先由波恩对这两种理论的统计学解释解决的。他证明波理论也可被看

---

*1 “模糊”一词归功于薛定谔。“轨迹”的客观存在或不存在的问题——轨迹是否被弄得“模糊”,或者它是否只是没有充分认识——我认为是基本的。通过爱因斯坦、波多尔斯基[Podolsky]和罗森[Rosen]的实验,其重要性得到提升,关于实验的讨论见附录 * xi 和附录 * xii。

9 海森堡,《量子理论的物理原则》,第 49 页。

作为粒子理论;因为薛定谔的波方程式能作这样的解释:它提供给我们在一定空间范围内**发现粒子的概率**。(概率是由波幅平方决定的;在波包内波互相增强,概率就大,在波包外波就消失。)

量子论应作**统计学**解释是由不同的问题情境方面提示的。自从爱因斯坦提出光子(或光量子)以来,量子论的最重要的任务——原子光谱的演绎——不得不被认为是一种**统计学**的工作。因为这个假说把观察到的光效应解释为大数现象[mass-phenomena],解释为由于许多光子射入所致。"原子物理学的实验方法……在经验指导下,已成为唯独与统计学问题有关。为观察到的规律性提供系统理论的量子力学在每一方面都与实验物理学的现状相一致;因为它从一开始就把自己限于统计学问题和统计学解答。"[1]

只是把它应用于原子物理学问题时,量子论才获得不同于古典物理学的结果。在把它应用于宏观过程时,它的公式产生十分近似古典力学的结果。马尔希说:"根据量子论,如果把古典力学定律看作为统计学平均数之间关系的陈述,那么它们就是有效的。"[2]换言之,古典的
223 公式可演绎为宏观定律。

在某些著作中试图用这事实来**说明**量子论的统计学解释,即测量物理量值时所能达到的精确性,受海森堡测不准关系的限制。有人论证说,**由于**在任何原子实验中测量的**这种测不准性**,"……结果一般不是确定的,即如果实验在相同条件下重复若干次,可获得若干不同的结果。如果实验重复的次数很大,就会发现每一个特定的结果都是在总次数中确定的几次获得的,因此人们可以说,在从事实验的任何时候结

---

1 波恩和约尔丹,《量子力学原理》[*Elementare Quantenmechanik*],1930 年,第 322 页以后。

2 马尔希,《量子力学基础》,1931 年,第 170 页。

果的获得有一个确定的概率”(狄拉克)。[3] 马尔希也就测不准关系写道:“在过去和将来之间……只有概率关系;由此可清楚看出,新力学的性质必定是统计学理论的性质。”[4]

我认为对测不准公式和量子论的统计学解释之间的关系的这种分析是不能接受的。在我看来逻辑关系正好相反。因为我们能从薛定谔的波方程式(它是应作统计学解释的)中推导出测不准公式,但不能从测不准公式推导出前者。如果我们对这些可推导性关系给予足够的重视,那么测不准公式的解释就得修改。

75. 用统计学对测不准公式作重新解释

自从海森堡以来,以超出他的测不准关系所允许的精确性同时测量位置和动量是与量子论矛盾的这一事实已被承认为确定的事实。人 224
们认为,“禁止”精确测量,能够从量子论或波动力学中合乎逻辑地推导出来。根据这个观点,如果进行的实验能够得到的测量结果具有“被禁止的精确性”,就不得不认为这个理论被证伪。[1]

我认为这个观点是错误的。大家承认,海森堡公式($\Delta x \Delta p_x \geqslant \frac{h}{4\pi}$

---

3 狄拉克,《量子力学》,1930 年,第 10 页。*(引自第 1 版。)在第 3 版第 14 页有类似的一段话,有点更加重语气。“……一般地说结果不是确定的,即如果实验在同样条件下重复若干次,可获得若干不同的结果。然而如果实验重复的次数很多,每一个特定的结果将会在总次数中确定的几次获得,因此结果的获得有一个确定的概率,这是一条自然定律。”

4 马尔希,《量子力学基础》,第 3 页。

1 我在这里不对下列流传十分广泛和颇为天真的观点进行批评:海森堡的论证为一切这种测量的不可能性提供了定论性的证明;参照例如琼斯,《科学的新背景》[*The New Background of Science*],1933 年,第 223 页;第 2 版,1934 年,第 237 页:“科学已发现无法摆脱这种两难处境。反之,业已证明无法摆脱。”当然很清楚,永远也不可能提供这种证明,并且测不准原理充其量可从量子力学和波动力学的假说中演绎出来,而且能在经验上连同它们一起受到反驳。在类似这样的问题中,我们很容易被琼斯所作的那种似然的断言引入迷途。

等等)确实是从这个理论引出的逻辑结论;[2]但是按照海森堡的意思把这些公式解释为限制可达到的测量精确性的规则,则不是从这个理论得出的必然结论。所以比按照海森堡所允许的更为精确的测量,逻辑上不会与量子论或波动力学发生矛盾。因此我要在**公式**("海森堡公式"的简称)与把它们**解释**——也由海森堡提出的——为测不准关系(即对**可达到的测量精确性加以限制**的陈述)之间加以明确的区分。

当人们在从事海森堡公式的数学推演时,不得不使用波方程式或某个等价的假定,即能作**统计学解释**的假定(正如我们在前节看到的那样)。但是如果这个解释得到采纳,那么用波包描述单个粒子无疑不过是一个**形式上单称的概率陈述**(参照第 71 节)。我们已知,波幅决定在一定地点发现这粒子的概率;并且正是这种概率陈述——涉及单个粒子(或事件)的这种陈述——我已称之为"形式上单称的"。如果人们接受量子论的统计学解释,那么人们就必然要把例如海森堡公式那样一些陈述(它们能从这个理论的形式上单称的概率陈述中推导出来)反过来解释为概率陈述,并且如果它们应用于单个
225 粒子的话,又要解释为形式上单称的。所以,它们也必然最终解释为**统计学断言**。

与"我们对粒子位置的测量越精确,我们对它的动量所能知道的越少"这种主观解释相反,我建议,应该把对测不准关系的客观解释和统计学解释作为基本的解释来接受;可表述如下。给定一个粒子的聚合体(在物理分离的意义上),选择一些粒子,它们在一定瞬间,以一定程度的精确性,具有一定的位置 x,我们就会发现,它们的动量 p_x,将展示出随机离散[random scattering];并且因而离散的域 Δp_x,越大,我们得到的 Δx,即允许位置所具有的离散范围或不精确性越小。反之亦然;如果我们选择或分离出那些粒子,它们的动量 p_x 全落在预定的范

---

2 韦尔提供了一个严格的逻辑推演:《群论与量子力学》,第 2 版,1931 年,第 68 页和第 345 页;英译本,第 77 页和第 393 页以后。

围 Δp_x 内，那么我们将发现，它们的位置在某一范围 Δx 内随机离散，Δx 越大，则我们得到的 Δp_x 即允许动量所具有的离散范围或不精确性就越小。最后如果我们试图选择那些粒子既有性质 Δx 又有 Δp_x，那么我们就能在物理学上进行这种选择——即在物理学上离析这些粒子——仅当这两个域都足够大以满足方程式 $\Delta x . \Delta p_x \geqslant \frac{h}{4\pi}$ 时。对海森堡公式的这种客观解释把这些公式看作为断言在某些离散域之间有某种关系；如果它们用这种方法解释，我将称它们为“**统计学离散关系**”。*1

在我的统计学解释中，我迄今尚未提及**测量**；我仅提及**物理**选择。3 现在有必要澄清这两种概念之间的关系。

我谈到物理选择或物理离析，就是指例如我们从粒子流中筛去除了通过狭孔 Δx，即通过粒子的位置在 Δx 域的一切粒子。并且在谈到 226
属于如此被分离出的那粒子束的粒子时，我要说它们已根据它们的性质 Δx，被物理上或技术上选择了出来。唯有这种过程或它的结果，物理上或技术上被分离的粒子束，我才把它们描述为“物理选择”——与只是“精神的”或“想象的”选择加以区别，当我谈到已通过或将通过 Δp 域的一切其他粒子类，即谈到一个更广泛的粒子类（它已经在物理上从这一更广泛的粒子类中被筛出）内的一个类时，我们就是作的物理选择。

现在一切物理选择当然可被看作是一种**测量**，并且实际上也可这

---

*1 我仍然坚持这里说明的客观解释，然而有一个重要的变化，在我谈到：“一个粒子的聚合体”的这段里，我现在应该谈到：“用一个粒子（或一个粒子系统）所做的实验，反复多次——或序列——的聚合体。”同样，在下一段；例如粒子“束”应该重新解释为由反复用（一个或一些）粒子进行的实验组成的——通过筛去，或排除不需要的粒子进行选择。

3 除了其他人以外，韦尔也写到“选择”：参看《群论与量子力学》，第 67 页以后；英译本，第 76 页以后。但与我不同，他没有把测量和选择加以对比。

样使用。[4] 如果比方说,一束粒子通过筛去或排除一切没有通过某一位置域("地点选择")的那些粒子而被选择出来,那么我们认为这地点选择就是位置测量,因为我们由此知道粒子已经通过一定的位置(虽然它**什么**时候在那里,我们有时也许不知道,或只能从其他测量中知道)。另一方面,我们必不可把一切测量都看作一种物理选择。例如一股飞向 x 的单色电子束。我们用一架盖格[Geiger]计数器就能记录那些到达一定位置的电子。通过对计数器的作用之间的时间间隔,我们也可以测量空间间隔;也就是说,我们测量它们在作用那瞬间以前在 x 方向上的位置。但是在从事这些测量时,我们并未根据它们在 x 方向上的位置对粒子进行物理选择。(实际上这些测量一般得到的是在 x 方向上位置的完全随机的分布)。

因此,我们的统计学离散关系在其物理应用中得出如下一点。如果人们不管用什么手段试图获得一个**尽可能均匀的粒子聚合体**,那么这个尝试在离散关系上将碰到确定无疑的障碍。例如我们可以通过物理选择获得一个平面的单色射线——比方说等动量的电子束。但是如果我们尝试使这个电子聚合体更为均匀——也许通过排除其一部
227 分——以便获得不仅具有同样动量,而且已经通过了确定位置域 Δx 的某个狭缝的电子,那么我们就必然失败。我们之失败是因为根据粒子的位置所作的任何选择就是对系统的干扰,这种干扰将使动量成份 p_x 的离散增加,因而使离散随缝的变窄而增加(与海森堡公式表示的定律相一致)。反之:如果我们有一束射线,使其通过一个缝,根据位置加以选择,如果我们试图使之成为"平行的"(或"平面的")和单色的,那么我们就一定要破坏这种根据位置所作的选择,因为我们不能避免增加射钱的宽度。(在理想情况下,——例如如果粒子的 p_x 成分全都变成等于0——宽度就一定会成为无限的。)如果选择的均一性尽可

---

4 我认为"测量",按照物理学家接受的语言学用法,不仅指直接的测量操作,而且指通过计算间接获得的测量(在物理学中只有这些测量才是实际上发生的测量)。

能地增加(即尽海森堡公式所允许的,以致在这些公式中相等的符号成为有效),那么这种选择可称为**纯例**[*a pure case*]。[5]

我们用这种术语就可表述统计学离散关系如下:没有一种粒子聚合体比**纯例**更均一。*[2]

到现在还没有加以充分考虑的是,从量子论基本方程式的**解释**中推导出海森堡公式的**解释**恰恰必须同从这些基本方程式中用数学推导出的海森堡公式一致。例如马尔希已描述了正好相反的情况(前节已表明):在他的论述中,量子论的统计学解释呈现为海森堡对可达到的精密度所加限制的结果。另一方面,韦尔从波方程式——他用统计学术语解释的方程式——严格地推导出海森堡公式。然而他把海森堡公 228
式——他刚从用统计学解释的前提中推导出这些公式——解释为对可达到的精密度的限制。并且他这样做不顾如下的事实:他注意到对公式的这种解释在某些方面同波恩的统计学解释是背道而驰的。因为按照韦尔的意见,鉴于测不准关系,波恩的解释应加以"校正"。"当一个粒子的位置和速度在每一个单个情况下被测定时,正好服从统计学规律,情况不仅如此。更确切地说,这些概念的意义本身取决于确定它们所需的测量;并且位置的精确测量剥夺了我们确定速度的可能性。"[6]

韦尔感觉到的波恩的量子论统计学解释和海森堡对可达到的精密

---

5 这个术语来自韦尔(《物理学通讯》46,1927 年,第 1 页)和 J. 冯·纽曼[J. von Neumann](《哥廷根通讯》[*Göttinger Nachrichten*],1927 年,第 245 页)。如果遵循韦尔(《群论与量子力学》,第 70 页;英译本,第 79 页;并参照波恩和约尔丹,《量子力学原理》,第 315 页),我们把纯例表征为一个"……不可能用不同于它的两个统计学集合的组合产生"的东西。那么满足于这种描述的纯例不一定是纯动量选择或纯地点选择。例如如果地点选择以某种选定的精密度实现,而动量选择以仍能达到的最大精密度实现,这些纯例就可能产生。

*2 在注 *1 的意义上,这一点当然应该重新加以表述:"任何实验安排都不能产生一种实验的聚合或序列,其结果比纯例更均一。"

6 韦尔,《群论与量子力学》,第 68 页。*这里所引的段落在英译本中已被删去。

度的限制之间的矛盾的确存在着;但是这个矛盾比韦尔认为的更尖锐。不仅从用统计学解释的波方程式推导出对可达到的精密度的限制是不可能的,而且可能的实验和实际的实验结果都与海森堡的解释不一致,这个事实能够被认为是支持量子论统计学解释的一个决定性论据,一种**判决性实验**。

76. 以倒转海森堡纲领去除形而上学因素的尝试及应用

如果我们从量子论特有的公式是概率假说并且因而是统计学陈述的假定开始,那么难以理解如阿能从这种性质的统计学理论中演绎出禁止单个事件(也许除了概率等于 1 或等于 0 的情况下)。认为单个测量能同量子物理学的公式发生矛盾,在逻辑上似乎是站不住脚的;正如认为总有一天在一个形式上单称的概率陈述 $_{\alpha}P_{k}=(\beta)=p$(比方说“掷 k 为
229 5 的概率为 1/6”)与下例两个陈述:$k\ \varepsilon\ \beta$(“这次掷实际上得 5”)或 $k\ \varepsilon\ \overline{\beta}$(“这次掷实际上没有得 5”)之一之间可发现矛盾一样站不住脚。

这些简单的考虑提供给我们反驳任何这些证明的手段,据说这些证明是设计出来表明位置和动量的精确测量与量子论是矛盾的;或许设计出来表明单单假定任何这类测量在物理上是可能的,就必定导致理论内部的矛盾。因为任何这类证明必须利用应用于**单个**粒子的量子论考虑;这意味着它不得不利用形式上单称的概率陈述,而且意味着必定有可能把证明——可以说逐字地——翻译为统计学语言。如果我们这样做,那么我们就发现在认为是精密的单个测量与作统计学解释的量子论之间没有矛盾。在这些精密的测量和理论的某些形式上单称的概率陈述之间只有表面上的矛盾。

虽然说量子论**排除**精确的实验是错误的,但是从量子论特有的公式——如对它们作统计学解释——中**不可能推导出精确的单个预测**仍是正确的。(我不把能量守恒定律或动量守恒定律列在量子论特有的公式中。)

之所以如此是因为鉴于离散关系,我们必然不能用实验操纵系统(即用我们所说的物理选择)产生精确的初始条件。实验者的正常技术是要**产生**或**建构**初始条件,这是对的;并且这使从统计学离散关系中推导出这样一个定理——然而只适用于这种"**建构性的**"实验技术["*constructive*" experimental technique]——我们不可能从量子论中获得任何单个预测,只能获得频率预测。[1]

这个定理概括了我对海森堡(他在这里主要是遵循玻尔)讨论的所有那些想象实验的态度,目的是证明不可能作出他的测不准原理禁止的精确的测量。这一论点在所有情况下都是一样的:统计学离散使 230
之不可能**预测**在测量操作后粒子的轨迹将会是什么。

很可能我们对测不准原理的重新解释所得到的并不很多。因为即使海森堡大体上也不过断言我们的预测服从这个原理(正如我已试图证明的那样);并且由于在这个问题上我每一点都同意他,也许会认为我争论的只是字眼,不是实质问题。但是这很难说是对我的论证的公正评价。实际上我认为海森堡的观点和我的正好对立。这在下节将充分加以说明。同时我将尝试解决海森堡解释中固有的典型困难;并且我将努力弄清这些困难如何和为什么发生。

首先我们必须考察如我们已看到的那样,使海森堡纲领遭到失败的那个困难。这就在在那个形式体系中,出现位置加动量的精密陈述的困难;或换言之对轨迹(参照第 73 节)作精确计算的困难,对这轨迹的物理实在性海森堡是必然要怀疑的,而其他人例如石里克则干脆否认它。但是实验(a),(b)和(c)——参照第 73 节——都能用统计学术语来解释。例如,组合(c),即测量位置后紧跟着测量动量,可用如下的实验实现。我们借助有一狭缝的光阑[diaphragm]根据位置选择一束射线(位置测量)。然后我们测量正从狭缝按一定方向传播的那些粒子的

---

1 "建构性实验技术"一词由韦尔所使用,《群论与量子力学》,第 67 页;英译本,第 76 页。

动量。(这第二次测量当然会使位置产生新的离散)。这两次实验加在一起将精密地测定所有那些属于第二次选择的粒子的轨迹,只要这个轨迹在两次测量之间:两次测量之间位置和动量都能精密计算。

与诸要素精确一致的这些测量和计算,在海森堡的解释中被认为是多余的,而按照我对这个理论的解释则根本不是多余的。大家承认,它们不起初始条件或预测推导的基础的作用;但是它们是必不可少的:
231 **它们是检验我们的预测所必需的**,我们的预测是**统计预测**。因为我们的统计离散关系所断言的是,当位置更为精确地测定时动量必定离散,反之亦然。这是一种不是可以检验、可以证伪的预测,如果我们不能借助于已描述的那类实验来测量和计算,那么在根据位置所作的任何选择后就会马上出现各种离散的动量。*1

所以用统计学解释的理论,不仅不排除精确的单个测量的可能性,并且如果这些测量不可能,这个理论便是不可检验的,因而是"形而上学的"。因此,海森堡纲领的实现、形而上学因素的清除在这里完成了,但用的是一种与他十分对立的方法。因为当他试图排除他认为不允许的量值(尽管不完全成功)时,我都把这种尝试倒过来,办法是证明正因为**这些量值不是形而上学的**,包含这些量值的形式体系是正确

---

*1 我认为这段(以及下段第一句)是这个讨论中最重要的,也是我仍然能完全同意的一段。由于继续发生误解,我将充分地说明这一点。离散关系断言,如果我们安排(比如说通过一个屏幕上的缝)进行明确的位置选择,结果动量将离散。(与其说变得"不确定",不如说单个动量在使我们预测它们将离散的意义上变得"不可预测"。)这是一个我们必须用**测量单个动量**来检验以便测定它们的统计学分市的一种预测。单个动量的这些测量(它将导致新的离散——但我们无需讨论这一点)在每一单个的情况下会给出如我们希望的精密结果,无论如何比 Δp 即离散域的平均宽度精密得多。对各种单个动量的这些测量使我们能够计算它们以前在被狭缝选择和测量位置的地点的值。并且这种粒子"过去历史的计算"(参照第 73 节注 3)是很重要的;没有它我们就不能断言我们在选择了位置后正在直接测量动量;因此我们不能断言我们正在捡验离散关系——事实上我们在用表明发散的增加是狭缝宽度减少的结果的任何实验来检验离散关系。因此由于离散关系的缘故变得"模糊"的只是**预测**的精密度,而决不是**测量**的精密度。

的。一旦我们放弃了海森堡对可达到的精密度所加的限制中包含的教条,就不再有任何理由为什么我们应该怀疑这些量值的物理意义。离散关系是关于轨迹的频率预测;所以这些轨迹必定是可测量的——正好与比方说掷个 5 必定可用经验确定一样——如果我们能检验我们关于这些轨迹或这些掷猜的频率预测的话。

海森堡之摈弃轨迹概念,及其谈论"不可观察的量值",清楚地表明 232
哲学思想的影响,尤其是实证主义思想的影响。马尔希在同样影响下写道:"人们也许可以不怕误解地说……对于一个物理学家来说,一个物体仅在他观察它的时刻才有实在性。自然,没有人如此疯狂以致断言一个物体在我们背对着它时不再存在;但是它在那时不再是物理学家研究的对象,因为没有可能根据实验对它说些什么了。"[2] 换言之,当一个物体不在被观察时它以这种或那种轨迹运动这个假说是**不可证实的**。这当然是明显的,但是无聊的。然而重要的是这个或类似的假说是**可证伪的**:根据它沿一定轨迹运动的假说,我们能够预测物体将在这个或那个位置上可观察到;这是一个可被反驳的预测。量子论并不排除这类程序将在下节看到。但是事实上我们在这里说的已经很充分了;*[2] 因为它解决了与轨迹概念"无意义性"有联系的一切困难。如果我们记得从轨迹概念所谓的失败中引出的极端结论,就可以更好地认识到这对澄清气氛有多么大的帮助。石里克表述这些结论如下:"也许描述所考察情况的最简练方法是说(正如最杰出的量子问题研究者所做的那样),平常时空概念的有效性仅限于宏观上可观察的范围,不能把它们应用于原子的尺度。"[3] 这里石里克可能在暗示玻尔,后者写道:"所以

---

2 马尔希,《量子力学基础》,第 1 页。 * 赖兴巴赫的观点与之类似;在我的《后记》第 * 13 节中受到了批判。

*2 这句的开头(从"但是事实上"到"很充分了")原本中没有。我所以插入是因为我不再相信在前一句中提到的"下节"(77)的论据,并且因为下述事实上是完全独立于下一节的:它基于刚提出的论据,根据这个论据需要计算出电子过去的轨迹以检验理论的统计预测,因而使这些计算远不是"无意义的"。

3 石里克,"当代物理学中的因果性",《自然科学》19,1931 年,第 159 页。

人们可假定,在与量子论的一般问题有关的地方,不只是一个力学和电
233 动力学理论的改变,一个用普通物理学概念可以描述的改变,而是我们时空图像的根深蒂固的失弃,直到现在还用这些时空图像来描述自然现象。”[4] 海森堡采纳了玻尔的思想,即放弃时空描述作为他的研究纲领的基础。他的成就似乎表明这个放弃是富有成效的。但是事实上,这个纲领从来没有贯彻过。鉴于我们的分析,时空概念频繁的、不可避免的,即使是偷偷摸摸的使用,现在似乎可证明是正当的。因为这已表明统计离散关系是关于位置加动量离散的陈述,所以是关于轨迹的陈述。

由于我们已经证明测不准关系是形式上单称的概率陈述,我们也能理清对测不准关系的客观解释和主观解释纠缠在一起的乱丝。我们在第 71 节中知道,一切形式上单称的概率陈述都能主观地解释为不确定的预测,关于我们知识不确定性的陈述。我们也已看到,在哪些假定下,客观地解释这种陈述的合理的和必要的尝试必定会失败。如果人们试图通过把不确定性直接赋于单个事件,用单个的客观解释来代替统计的客观解释,就必定要失败*[3] 然而如果人们在主观的意义上(直接)解释海森堡公式,那么物理学作为一门客观科学的地位就受到了损害;因为为了前后一致,人们不得不主观地解释薛定谔的概率波。这个结论是由琼斯[5] 作出的,他说:“简言之,粒子图像告诉我们,我们对一个电子的知识是不确定的;波图像则告诉我们电子本身是不确定的,不管是否对它作了实验。然而测不准原理的内容在这两种情况下必定是完全一样的。只有一种办法使之如此:我们必须设想,波图像提供给
234 我们的不是客观自然界的描述,而只是我们关于自然界知识的描述

4 玻尔,《自然科学》14,1926 年,第 1 页。

*3 这是我从那时以后改变了想法的那些论点之一。参照我的《后记》,第 *v 章。但是我支持某种客观解释的主要论据仍未受影响。根据我现在的观点,薛定谔的理论可以并且应该不仅解释为客观的、单个的,并且同时是概率的理论。

5 琼斯,《科学的新背景》,1933 年,第 236 页;第 2 版 1934 年,第 240 页。在琼斯的原文中,第二句即“然而……的内容”开始是新的段落。在这段末尾紧跟着的引文,见上引书,第 237 页(第 2 版,第 241 页)。

……”因此,对于琼斯来说,薛定谔的波是**主观概率波**,关于我们知识的波。并且随着这一点整个主观主义概率论就侵入了物理学领域。我已摈弃的论据——利用伯努利定理作为从无知到统计学知识的桥梁以及类似的论据(参照第 62 节)——就成为不可避免的了。琼斯表述现代物理学的主观主义态度如下:“海森堡通过放弃主要的谜——客观宇宙的性质——抨击物理宇宙之谜不可解,而集中于协调我们对这个宇宙的观察这个次要疑点上。因此最后出现的波图像应该证明仅与通过我们的观察获得的我们关于宇宙的知识有关,就不奇怪了。”

这些结论无疑非常容易为实证主义者接受。然而我自己的有关客观性的观点犹未涉及。量子论的统计陈述必须像任何其他物理学陈述一样是可以在主体间检验的。并且我的简单分析不仅坚持了时空描述的可能性,也保持了物理学的客观性。

有趣的是对薛定谔波的这种主观解释有一个对于非统计学的,因而是直接的(即单个的客观描述。薛定谔本人在他的著名的《波力学论文选》[*Collected Papers on Wave-Mechanics*]中曾对他的波方程式(正如我们已经看到的它是形式上单称的概率陈述)提出了某种这样的解释。他试图把粒子直接同波包本身等同起来。但是他的尝试直接导致这类解释:我指的是把测不准归之于物理客体本身(客观化的测不准性)所特具的那些困难。薛定谔不得不假定,电子电荷在空间(以及由波幅决定的电荷密度)被“模糊或涂污”;这个假定结果证明与电的原子结构是不相容的。[6] 波恩的统计学解释解决了这个问题;但是统计学解释与非统计学解释之间的逻辑关系仍是模糊不清的。结果其他形式上单称的概率陈述——例如测不准关系——的独特性质仍得不到承认,这些陈述继续破坏理论的物质基础。 235

6 参照例如韦尔,《群论与量子力学》,第 193 页;英译本,第 216 页以后。

也许我们可以把本节所说的应用于爱因斯坦[7]所提出的并被琼斯[8]称为“新量子论最困难的部分之一”的想象实验作为结语;虽然我认为我们的解释使这个实验极为清晰,即使没有使它通俗些。*[4]

设想一面半透明的镜子即反映部分光线并让光线一部分通过的镜子。某一光子(或光量子)穿过镜子的形式上单称的概率陈述${}_{\alpha}P_{k}(\beta)$,可被看作等于它被反射的概率;因此得:

$$ {}_{\alpha}P_{k}(\beta) = {}_{\alpha}P_{k}(\bar{\beta}) = \frac{1}{2} $$

我们知道,这种概率估计被客观统计概率定义,也就是说,这种概率估计与下列假说是等价的:某类光量子 α 的一半穿过镜子,而另一半被反射出来。现设一个光子 k 射在镜子上;并且接着用实验确定它已被反射出来;那么这概率似乎可以说是突然地和不连续地发生变化。似乎在实验前它们都等于$\frac{1}{2}$,而在反射的事实已知以后,它们突然地分别变为 0 和接近 1。显然这个例子实际上与第 71 节中列举的是一样的。*[5] 如果这个实验被海森堡[9]用下列术语描述,对澄清情况鲜有帮助:“实验(即我

---

7 参照海森堡,《量子论的物理学原则》,第 29 页(C. 埃卡特和 F. C. 霍伊特的英译本:《量子论的物理学原则》,芝加哥,1930 年,第 39 页)。

8 琼斯,《科学的新背景》1933 年,第 242 页;第 2 版,第 246 页。

*4 这里下述的问题从此蜚声于世,并叫做“**波包**(不连续)**还原**问题”。一些第一流的物理学家在 1934 年告诉我,他们同意我的通俗解法。然而这个问题在量子论的讨论中仍然起着最令人迷惑的作用,在二十多年以后,我在《后记》的第 * 100 和 * 115 节中又予以充分的讨论。

*5 那就是说,仅就 α 被$\bar{\beta}$代替而言,概率发生了“变化”。因此 $\alpha P(\beta)$ 仍为$\frac{1}{2}$不变;但${}_{\bar{\beta}}P(\beta)$,当然等于 0,而${}_{\bar{\beta}}P(\bar{\beta})$等于 1。

9 海森堡,《量子理论的物理学原则》,第 29 页(英译本:1930 年,第 39 页)。另一方面,冯·劳厄[Von Laue]在“粒子理论与波理论”[Korpuskular und Wellentheorie],《放射学手册》[*Handbuch d. Radiologie*] 6(第 2 版,单行本第 79 页)中十分正确地说:“但是也许把一个波同一个单个的粒子相互关联起来是完全错误的。如果我们假定作为一个原则问题,波与某种匀称的但相互独立的物体的聚合体有关,自相矛盾的结论就消失。” * 爱因斯坦在他的最后几篇论文之一中,采纳了类似的解释,参照第 236 页的注。

们用以发现反射光子的测量)从一半波包反射出来的地方对另一半波 236
包正好碰巧在的另一地方——距离由我们选取——起着一种物理作用。”他对这种描述补充说:“这种作用是以超过光速传播的。”这毫无裨益,因为我们原来的概率$_{\alpha}P_{k}(\beta)$和$_{\alpha}P_{k}(\bar{\beta})$仍然等于$\frac{1}{2}$。已发生的一切是选取一个新的参考类——$\beta$或$\bar{\beta}$,不是$\alpha$——实验结果,即信息$k \in \beta$或$k \in \bar{\beta}$分别强烈地提示我们的一种选取。谈到这种选取的逻辑结果(或者这个信息的逻辑结果)时说,“以超光速传播”,其助益几乎等于说二乘二以超光速等于四一样。海森堡的进一步的评论大意是物理作用的这种传播不可能用来传递信号,这种评论虽然是正确的,但对情况并无改善。

这个想象实验的命运说明迫切需要区分和定义统计学的和形式上单称的概率概念。它也表明量子论的引起的解释问题只有用对概率陈述解释的逻辑分析才能解决。

77. 判决性实验**

我现在已经完成了第73节前面的导言中概述的我的纲领的前两部分。我已证明(1)海森堡公式可用统计学加以解释,所以(2)把它们解释为对可达到的精密度的限制并非从量子论中合乎逻辑地得出的结论,因

** 在本节第242–246页描述的想象实验基于一个错误(参见下面注*3和*4冯·魏茨泽克[von Weizsäcker](《自然科学》22,1934年,第807页)首先指出这个错误;后来海森堡(在信中)指出,爱因斯坦在重印于附录*xii的一封信中也指出了。所以我取消了这个实验;我也不再认为这个实验如我最初描述它时那样有“判决性”。直至第242页我的论证不但不受影响,而且我们可以用爱因斯坦、波多尔斯基和罗森(《物理评论》[*Physical Review*] 47,第777–780页)描述的著名的想象实验来代替我的不正确的实验。我认为,尼尔斯·玻尔[Niels Bohr]对这个实验的答复转移了问题:见下文附录*ix,参见我的论文,“没有‘观察者’的量子力学”[Quantum Mechanics Without“The Observer”],载《量子理论与现实性》[*Quantum Theory and Reality*],马里奥·邦格[Mario Bunge]编,1967年,第7–44页。

237 此不可能仅因我们测量时达到更高的精密度就反驳了量子论。*1

“现在为止,一切顺利,”有人也许反驳说,“我不否认也许有可能这样看量子力学。但是我仍然不认为你的论证甚至触动了海森堡理论真正物理核心:作出精确的单个**预测**的不可能性。”

如果要求用一个物理学的例子来详述他的论点,我的对手也许会这样说:“设想有一束电子,像阴极射线管中的一束电子那样。设这电子束的方向指向 x。我们可以从这电子束中获得各种物理选择。例如,我们可以根据它们在 x 方向上的位置(即根据它们在某一时刻的 x 坐标)选择或分离出一组电子;这也许用一个在很短时间内打开的闸板来做到这一点。这样我们就应该获得一组电子,这些电子在 x 方向上的广延非常小。按照离散关系,这组不同电子的动量在 x 方向上也是十分不同的(因此它们的能量也如此)。你说得很对,我们可以检验这些关于离散的陈述。我们用测量单个电子的动量或能量就能做到这一点;并且由于我们知道位置,因此我们将既得到位置,又得到动量。可以进行这类测量,例如使电子撞击一块金属片,激发金属片的原子;于是我们就将发现某些被激发的原子,它们受激发要求的能量超过了这些电子的平均能量。因此我承认在你强调这些测量既是可能的又是重要的时,你是完全正确的。但是——现在我的反对意见来了——在进行任何这种测量时,我们必定扰动了我们正在考察的系统,或是单个电子,或是整个电子束,如果我们测定得多的话(如在我们的例子中)。大家承认,如果我们知道扰动前该组不同电子的动量,这个理论在逻辑上不会被反驳(当然只要它并不使我们能够利用我们的知识来影响一个被禁止的选择)。但是没有办法获得任何有关单个电子的知识而不去扰动它们。结论是精密的单个预测是不可能的,这仍然是对的。”

238 对于这个反对意见,我应该首先答复,如果它是正确的,那也并不奇怪。精确的单个预测决不能从统计学理论中推导出来,能推导出来

---

*1 事实上已经包括了我的纲领的第(3)点。

的只是“不确定的”(即形式上单称的)单个预测,这毕竟是很明显的。但是我眼下断言的是,虽然这个理论并不提供任何这类预测,但它也**并不排除它们**。仅当可以断言对系统的扰动或干扰必定妨碍一切种类的预测测量时,人们才能说单称预测的不可能性。

“不过那正是我断言的”,我的对手会说,“我恰恰断言任何这类测量的不可能性。你假定有可能来测量这些运动着的电子之一的能量而并不会迫使它离开它的轨迹和电子群。**这个**假定我认为是站不住脚的。因为假定我拥有能够进行这类测量的任何仪器,那么我用这某种类似的仪器就能**产生**一些电子聚合体,这些电子(a)就它们的位置而言,它们全是有限的,而(b)全有同样的动量。这些聚合体的存在会反驳量子论,这当然也是你的观点,因其存在是被你称之为‘离散关系’所排除的。因此你只能回答说,有可能设想一种仪器,它使我们能够进行测量,但不是作出选择。我承认这个回答在逻辑上是可允许的;但是作为一个物理学家我只能说,我的本能反对这种想法:我们能够测定电子的动量,而不能消除其动量超过(或不足于)一定量的所有那些电子。”

我对这一点的第一个回答是,这一切听起来似乎十分令人信服。但是如果一种预测测量是可能的,相应的物理选择或分离也会是可能的,这种主张并未得到严格的**证明**(我们马上会看到不可能得到这种证明)。这些论据都不能证明精密的预测与量子论是矛盾的。这些论据都引入了一个**补充假说**。因为(按照海森堡的观点)精确的单个预测是不可能的这个陈述,结果证明与**预测测量和物理选择有不可分割的连系**这个假说是等价的。我的意见确实必定同这个新的理论系统——量子论与这个辅助的“**连系**假说”的合取——是冲突的。*1 239

这样我的纲领的第(3)点也就落实了。但是第(4)点仍需证明:即

---

*1 这里讨论的辅助假说,当然以不同的形式出现。我选定这种特殊形式进行批判分折和讨论的理由是,断言测量和物理选择有连系的反对意见,实际上(在口头上,也是在文献上)反对在这里提出的观点。

我们仍需证明把用统计学解释的量子论(我们假定包括动量和能量守恒定律)同“连系假说”结合起来的系统是自相矛盾的。我认为有一个根深蒂固的成见:预测测量和物理选择总是连系的。这个成见的流行说明为什么证明对立看法的简单论据从来没有提出来过。

我要强调指出,迄今介绍的主要是物理学的考虑并未形成我对测不准关系逻辑分析的一部分假定或前提,虽然可以说这些考虑是分析的成果。实际上,迄今进行的分析与后面的考虑是**完全无关的**,尤其与下面描述的想象实验无关,*2 这个实验意图证明对单个粒子轨迹作出任意精密的预测是有可能的。

我将借助于这个想象实验首先讨论一些简单的例子。这些例子意图表明我们能够毫无困难地作出任意精密的轨迹预测,并且检验它们。我暂时只考虑不涉及确定的单个粒子的预测,只涉及在一确定的小的时空区($\Delta x.\ \Delta y.\ \Delta z.\ \Delta t$)内的(一切粒子)。在每一种情况下,只有粒子存在于这区内的概率是确定的。

我们再设想一束(一个电子或光束)粒子朝 x 方向传播。但是这次我假定它是单色的,因此,所有粒子以已知的同样动量沿着朝 x 方向的平行轨迹传播。于是朝其他方向的动量也将是已知的,即已知等于零。现在我们不借助**物理**选择测定一群粒子在 x 方向上的位置——即不用
240 技术手段把这群粒子同这束其余粒子分离开(我们在上面已这样做过)——我们将只满足于仅用集中注意于这群粒子把它同其余的区分开。例如,我们可集中注意于所有那些粒子,这些粒子(以一定的精密度)在一定时刻有地点坐标 x,所以并未越出任意小的域 Δx。我们精确地知道这些粒子中每一个的动量。所以我们精确地知道在每一个未来时刻这群粒子将在哪里。(显然仅仅存在这样一群粒子并不与量子论发生矛盾;只是它的孤立的存在,即在物理上选择它的可能性,才与这理论有矛盾。)我们能够进行同样性质的与其他空间坐标有联系的想象选择。经物理选择的单

---

*2 在批判我的人中,那些正确地摈弃这个想象实验的人似乎已经认为他们从而也摈弃前面的分析,而不顾这里提出的警告。

色束在 y 和 z 方向上一定非常宽(在一个理想的单色束情况下无限宽),因为在这些方向,动量应该是精确选择的,即应该等于0;因此在这些方向上位置必定是伸展得很宽的。虽然如此,我们再可以集中注意于一条十分狭窄的部分射线。我们将又一次不仅知道每条射线每一个粒子的位置,而且知道它们的动量。因此我们将能够预测这条狭窄射线(可以说我们是在想象中选择它的)的每一个粒子它将在哪一点上用多少动量,撞击在一块挡着它轨迹的摄影底片上,当然我们能用经验(用前面的实验)检验这一点。

类似从一种特定类型的"纯例"中进行选择一样,想象选择也能从其他类型的聚合物中进行。例如,我们取一单色束,借助非常小的缝 Δy,从中进行物理选择(因此把仅根据前面例子的想象选择进行的物理选择作为我们的物理起点)。我们不知道哪些粒子在通过缝以后将转向哪一个方向;但是如果我们考虑某个确定的方向,我们就能精确计算出所有转向这特定方向的粒子的动量分量。因此,通过缝后朝某个确定方向传播的那些粒子又形成一个想象选择。我们也能预测它们的位置和它们的动量,或简言之它们的轨迹;并且把一张摄影底片放在它们的轨迹上我们又能检验我们的预测。 241

这个情境在原则上与我们考虑过的第一个例子的情况,即根据它们在传播方向上的位置选择粒子一样(即使经验检验有点更加困难)。如果我们根据这个情况作出物理选择,那么由于动量距的增加不同的粒子将以不同的速度传播。因此粒子群随着它的前进在 x 方向上将伸展一个日趋增大的域。(波包将变得更宽。)于是我们可算出(想象中选择的)这些粒子部分群的动量,这些粒子在一定时刻将在 x 方向上的一定位置上:动量越大,选择的那部分群越靠前面(反之亦然)。用这个方法作出的预测的经验检验可用一个活动的带状电影片代替摄影底片来进行。由于我们对带上的每一点能够知道它接触电子冲击的时间,我们也能够对带上每一点**预测**冲击会以多少动量发生。我们可以**检验**这些预测,例如在活动带前面,或者也许在盖格计数器前面插进一个滤光器(如光线则是滤光器;如电子则对射线方向形成直角的电场),接着根据方向进行选择,只允许那些具有某一最小动量的粒子通

过。于是我们可以确定这些粒子在预测的时间实际上是否到达。

与这些检验有关的测量的精密度不受测不准关系的限制。我们已看到测不准关系本意主要应用于那些用作推演预测而不是用作检验预测的那些测量。那就是说它们本意应用于“**预测性测量**”,而又是“非预测性测量”。在第 73 和 176 节中我考察了这种“非预测性”测量的三种情况,即(a)两次位置测量,(b)测量动量后测量位置或(c)测量位置后测量动量。上面讨论的借助放在电影片前面的滤光器或盖格计数器前面的测量就是(b)的实例,即根据动量选择后测定位置。这大概恰好是按照海森堡(参照第 73 节)所说的允许“计算电子的过去”那种情况。因为虽然在(a)和(c)时只有计算两次测量**之间**的时间才是可能的,在(b)时则有可能计算第一次测量**以前**的轨迹,假如这种测量是根据一定动量进行选择的话。*[3] 我们知道,海森堡对这种测量的“物理实在性”提出了疑问,因为它使我们仅能根据粒子到达某个精确测定的位量和精确测定的时间计算它的动量:这种测定似乎缺乏预测内容,因为不能从它推导出任何可检验的结论。然而我将把我的想象实验(意图证明有可能精确预测一个确定的粒子的位置和动量)立足于这个特定的测量安排上,这种安排乍看起来显然是非预测性的。

由于我就要从这类精密的“非预测性”测量是可能的这个假定推导出这些具有深远意义的结果,讨论这个假定的可允许性似是适宜的。

下面我用想象实验直接向玻尔和海森堡的论证方法挑战,他们曾用这种方法证明把海森堡公式解释为对可达到的精密度的限制是正确的。因为他们试图通过证明不可能设计任何想象实验来产生更精确的预测性测量来证明这种解释。但是这种论证方法显然不能排除这种可能性,即终有

---

*3 爱因斯坦有效地批评了(我试图基于我在附录 vi 中的讨论)这种陈述,它是错误的,我的想象实验垮台了(参照附录 * xii),主要论点是非预测测量仅测定两次测量**之间**粒子的轨迹,例如测量动量后测量位置(或相反);根据量子论,描绘更早以前的轨迹,即两次测量中第一次以前的时间区域的轨迹是不可能的。因此,附录 vi 的最后一段是错误的;而且,对于到达 x 的粒子我们不可能知道它是否来自 p,还是来自其他某个地方。参照见第 236 页注 * *。

一天可设计出一种想象实验,(利用已知的物理效应和定律)证明这些测量毕竟是可能的。任何这类实验与量子论的形式体系发生矛盾已被认为理所当然,并且似乎这种思想决定了探索这些实验的方向。然而我的分 243
析——落实我的纲领(1)和(2)点——显然已经扫清了设计一种想象实验的道路,这种实验**完全符合**量子论,证明所说的精密测量是可能的。

为了落实这个实验,我将如前一样利用"想象选择";但我将选定这样一种安排,使得如果用这种选择表征的一个粒子实际存在着,我们就将能够确定这个事实。

我的实验在某种程定上形成一种康普顿-西蒙[Compton-Simon]和博特-盖格[Bothe-Geiger]实验的理想化。*[2] 由于我们希望获得单个预测,我们不能仅使用统计学假定。必须使用能量和动量守恒的非统计学定律。我们可以利用这一事实:这些定律使我们能够计算出当粒子相撞时发生了什么,假如我们已知描述碰撞的四个量值(即碰撞前的动量 $\mathbf{a}_1$ 和 $\mathbf{b}_1$,和碰撞后的动量 $\mathbf{a}_2$ 和 $\mathbf{b}_2$)以及第三个量值的一个分量。[3] (这种计算方法已知为康普顿效应理论的一部分。[4])

现在让我们设想下列的实验安排(见图 2)我们使两条粒子束交叉(其中一条至多是一条光线,而一条至多是电荷非中性[5]),这两条粒子束在下列意义上都是**纯例**,即 A 束是单色的,即根据动量 $\mathbf{a}_1$ 作的选择,而 B 束通过狭缝 Sl,从而接受根据位置作的物理选择。可设 B 粒子具

---

*2 康普顿和西蒙,《物理评论》25,1925 年,第 439 页;博特和盖格,《物理学通讯》32,1925 年,第 639 页;并参照康普顿,《X 射线与电子》[*X-Rays and Electrons*],1927 年;《精确自然科学的成果》[*Ergebnisse der exakten Naturwissenschaft*]5,1926 年,第 267 页以后;哈斯[Haas],《原子理论》[*Atomtheorie*],1929 年,第 229 以后。

3 在这里对"分量"作广义的理解(或是方向,或是绝对量值)。

4 参照哈斯,同上书。

5 我想的是一束光线或任何种类的粒子射线(负电子,正电子,中子);然而原则上可以用两束粒子线,至少其中一束是中子射线。(顺便说一句,我认为"阴电子"[negatron]和"阳电子"[positron]这些现在正成为流行用语的词是语言上的怪物——毕竟我们不说"positrive"也不说"protron"。

有(绝对)动量 $\mathbf{b}_1$。这两束的一些粒子相撞。我们现在**设想**两条窄的部分射线[A]和[B],他们在 P 处相交。[A]的动量是已知的;它是 $\mathbf{a}_1$。部分射线[B]的动量是可计算出来的,只要我们已经判明它某个确定的方向;设它为$\mathbf{b}_1$。现在我们选定方向 PX。注意到碰撞后在 PX 方向
244 传播的部分射线[A]的粒子,我们就能计算出它们的动量 $\mathbf{a}_2$ 以及 $\mathbf{b}_2$,即在它们与之碰撞的那些粒子碰撞后的动量。与以动量 $\mathbf{a}_2$ 在 P 沿 X

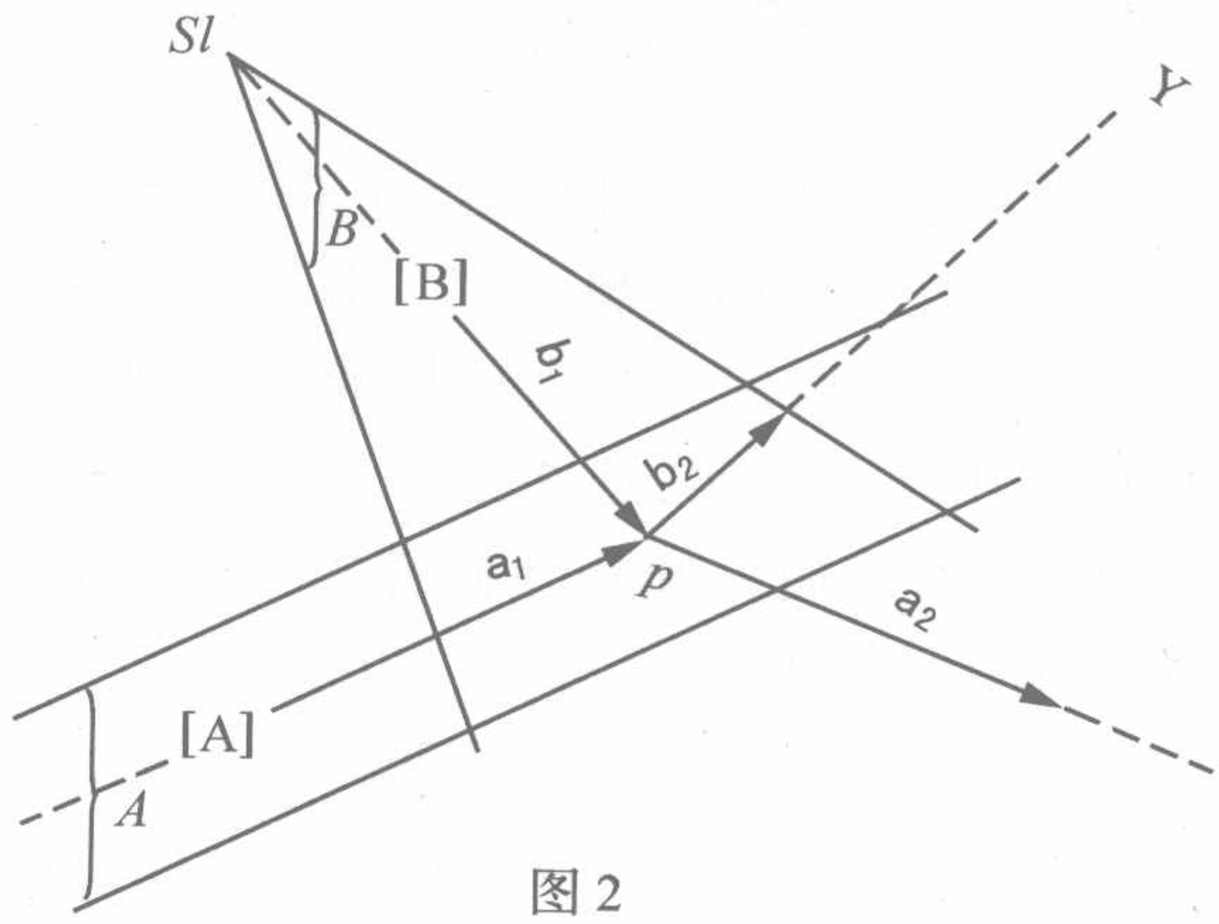


图 2

方向偏转的[A]的每一个粒子相应必定有[B]的第二个粒子在 P 以动量 $\mathbf{b}_2$ 沿可计算的方向 PY 偏转。我们现在置一仪器于 X 上——例如一架盖格计数器或一卷活动的电影片——以记录粒子从 P 到达任意限制的区域 X 的冲击力。于是我们可以说:由于我们注意到关于一个粒子的这种记录,我们同时知道第二个粒子必定以动量 $\mathbf{b}_2$ 从 P 向 Y 传播。并且我们根据纪录也知道这第二个粒子在一定时刻在什么地方;因为我们从第一个粒子冲击 X 的时间及从它的已知的速度,可计算出它在 P 点碰撞的动量。通过在 Y 处使用另一架盖格计数器(或活动电

影片),我们能够检验我们对第二个粒子的预测。*[4]

这些预测的精密度以及用来检验它们的测量的精密度,就位置坐 245
标和在 *PY* 方向动量的分量来说,**原则上不受测不准原理所致的任何限制**。因为我的想象实验把对在 *P* 偏转的 *B* 粒子作出预测的精密度问题归结为在 *X* 测量时可达到的精密度问题。首先这些测量似乎是相应的第一个粒子[*A*]的时间、位置和动量的非预测性测量。这个粒子在 *PX* 方向的动量,以及它冲击 *X*,即它在 *PS* 方向上位置的时间可以任何所需的精密度测量(参照附录vi),如果我们在测量位置前设置一个电场或滤器在盖格计数器前面进行动量选择的话。但是由于这样做的缘故(这在附录vii中会有更充分的体现),我们就能够以任何精密度作出关于在 *PY* 方向传播的 *B* 粒子的预测。

这种想象实验使我们有可能不仅看到能够作出精确的单个预测,而且看到在什么条件下能够作出这种预测,或更确切地说,在什么条件下它们与量子论可以相容。仅当我们能够获得关于粒子状态(不能任意创造这种状态)的知识时,就能作出这些预测。因此可以说我们实际上是在事件之后获得我们的知识的,因为在我们获得知识时,粒子已经采取了它的运动状态。然而我们仍然能够利用这种知识从中演绎出可检验的预测。(例如如果所说的 *B* 粒子是光子,我们能计算出它达到天狼星的时间。)到达 *X* 的粒子的冲击将在不规则的时间间隔内接连发生;这就是说,我们对之作出预测的部分射线 *B* 的粒子也将在不

---

*4 爱因斯坦、玻多尔斯基和罗森用了一个**弱的**但是**有效的**论据:设海森堡的解释是正确的,因此我们只能任意测量**或者**第一个粒子在 *X* 的位置,**或者**它的动量。于是如果我们测量出第一个粒子的位置,我们就能**计算出**第二个粒子的位置;并且如果我们**测量出**第一个粒子的动量,我们就能**计算出**第二个粒子的动量。但是由于我们在任何时候,即使在两个粒子发生碰撞后作出我们的抉择——我们测量位置还是动量——认为第二个粒子以某种方式受到由于我们的抉择而发生的实验安排变化的影响或干扰是不合理的。因此,我们能够以我们希望的任何精密度计算出**或者**第二个粒子的位置,**或者**它的动量,**而不干扰它**;这个事实可以用如下的说法来表达:第二个粒子既"有"精确的位置,又"有"精确的动量。(爱因斯坦则用位置和动量都是"实在的"说法来表达;因而他被抨击为"反动分子"。)参见第 236 页注释,以及附录 * xi和附录 * xii。

246 规则的时间间隔后接连发生。如果我们能通过例如使这些时间间隔成为均等来改变事情的这种状态,它就与量子论发生矛盾。因此可以说,我们能够瞄准和预先测定子弹的力量;我们也能(在子弹打中靶 Y 以前)计算出在 P 开枪的确切时间。然而我们不能自由选定开枪时刻,而不得不等待开枪。我们也不能防止(从 P 的领域)射向我们的靶的不受控制的射击。

很清楚,我们的实验和海森堡的解释是不相容的。但是由于进行这种实验的可能性可从量子物理学的统计学解释(加上能量和动量定律)中演绎出来,看来与这个实验矛盾的海森堡解释也必然同量子论的统计学解释发生矛盾。鉴于康普顿-西蒙和博特-盖格实验,看来进行我们的实验是可能的。可以把它看作在海森堡的概念和量子论的前后一致的统计学解释之间判决的一种**判决性**实验。

78. 非决定论的形而上学

自然科学家的任务是探索使他能够演绎出预测的定律。这个任务可分为两部分。一方面,他必须努力发现将使他能够演绎出单个预测的那些定律("因果性"或"决定论"定律或"精确陈述")。另一方面他必须努力提出关于概率的假说,即断言概率的定律,以演绎出频率预测。在这两项任务中没有任何东西使它们互不相容。显然情况并不是这样:只要我们作出精确陈述,我们就不会作出频率假说;因为我们已经看见,某些精确陈述是可以从频率假定中推导出来的宏观定律。情况也不是那样:只要在某一特定的领域内,频率陈述得到充分的确证,我们就要作出结论说,在这个领域内**不可能作出精确陈述**。这种情况是十分明显的。然而我们刚摈弃的两个结论中的第二个却一再得出。我们也一再遇到这样的信仰:在运气占支配地位的地方就排除规律性。我已在第 69 节批判地检查了这种信仰。

247 从科学发展的现状来判断,宏观和微观定律的二元论——我的意思是指我们都利用这两种定律这一事实——是不容易克服的。然而,

逻辑上有可能的是把一切已知的精确陈述——通过把它们解释为宏观定律——还原为频率陈述。逆向还原是不可能的。我们在第 70 节已经看到,决不能从精确陈述中演绎出频率陈述。频率陈述需要自己的假定,这些假定必须是统计学的。概率只能从概率估计中计算出来。*1

逻辑情境就是如此,它既不支持决定论观点,也不支持非决定论观点。并且如果物理学只用频率陈述工作终于成为可能,那么我们仍然不应该作出非决定论的结论;那就是说我们仍然不应该断言“自然界没有精确的定律,没有由之可演绎出关于单个或基本过程进程的预测的定律”。科学家决不让有什么东西阻止他探索定律,包括这类定律。不管我们可以多么有成效地运用概率估计,我们也不可作出探索精确定律是白费的结论。

这些考虑无论如何不是第 77 节描述的想象实验的结局;完全相反。让我们假定测不准关系没有被这个实验反驳(不管什么理由):即使那时测不准关系也只能作为频率陈述受到检验,并且只能作为频率陈述得到验证。因此无论如何我们不应从它们得到充分验证这个事实引出非决定论结论。*2

世界是否受严格的定律支配?我认为这是一个形而上学问题。我们发现的定律总是假说;这就是说它们总是可以代替的,它们有可能从概率估计中演绎出来。然而否认因果性同样是试图说服理论家放弃他 248
的探索;并且这样一种尝试不可能得到刚刚已经说明的证明的支持。所谓:“因果性原理”或“因果律”,虽然可以表述,但性质上与自然律迥然有别;并且我不能同意石里克,他说:“……可以在与任何其他自然

---

*1 爱因斯坦反对这个观点。但我仍然认为它是对的。

*2 我仍然认为这个分析基本上是正确的。我们不可能从关于掷猜的频率预测的成功中作出结论说单个掷猜是非决定的。但是我们可通过指出一种非决定论的形而上学观点能够解决的困难和矛盾来支持这种观点。

律**完全一样的意义上**检验因果律的真理性。”[1]

对因果律的信仰是形而上学的。*[3] 这不过是一条得到充分证明的方法论规则的一种典型的形而上学实体化，这条规则是科学家决不放弃他探索定律的决心。因此对因果性的形而上学信仰在其各种表现中比海森堡支持的那种非决定论形而上学更富成效。确实我们能够看到海森堡的评论对研究有一种摧残作用。如果继续重复说，探索任何这类联系是“无意义的”，就可能很容易忽视去寻找并不很远的联系。

海森堡的公式——正如只能用它们的统计学推断验证的类似陈述一样——不一定导致非决定论结论。但是这本身并不证明不可能有证明这些或类似结论的其他经验陈述：例如这样的结论，上述方法论规则——决不放弃探索定律的决心——不可能实现它的目的，也许因为探索定律和单个预测是无成效的，或无意义的，或“不可能的”。但是具有能迫使我们放弃探索定律的经验陈述是不可能的。因为一个被认为是摆脱了形而上学因素的陈述可能有非决定论结论，仅当这些陈述
249 是可证伪时。*[4] 但是可以证明它们是假的，仅当我们能提出定律，并且从这些定律演绎出得到验证的预测时。因此，如果我们认为这些非决定论结论是**经验假说**，我们就应该严格地检验它们，即证伪它们。并且

---

1 石里克，“当代物理学中的因果性”，《自然科学》19，1931 年，第 155 页，他写道（我引用了全文；并参照第 4 节注 7、注 8）：“我们尝试发现与因果性原理等价的可检验陈述业已失败；我们尝试去表述某一可检验陈述只导致一些假陈述。然而，这个结果毕竟并不使人奇怪，因为我们已经说过，可以在与任何其他自然律**一样的意义上**检验因果律的真理性；但是我们也已表明，这些自然律本身，当加以严密分析时，似乎并不具有真或假的陈述的性质，而结果证明不过是形成（改造）这些陈述的规则。”石里克早就已经认为因果性原理应该与自然律处于同等地位。但是当他认为自然律是真正的陈述时，他已认为“因果性原理……是一种可以用经验检验的假说”。参照《整体认知学说》[*Allgemeine Erkenntnislehre*]，第 2 版，1925 年，第 374 页。

*3 比较《后记》的第 * iv 章与这里以及本节其余部分表达的观点。

*4 这一点虽然**作为对实证主义者的答复**是正当的，但如它现在这样是错误的；因为一个可证伪的陈述可以有各种逻辑上无力的推断，包括一些不可证伪的推断（参照第 66 节第 4 段）。

这就意味着我们应该**探索**定律和预测。因此我们不可能听从放弃这种探索的劝告,而不否认这些假说的经验性质。这表明认为有可能存在会迫使我们放弃探索定律的任何经验假说是自相矛盾的。

这里我不想详细证明:多次尝试确立非决定论如何揭示了一种只能在形而上学意义上描述为决定论的思维方式。(例如海森堡试图对因果解释为什么不可能提供一种因果解释。*5)我恰恰要提醒读者注意企图证明测不准关系关闭了若干可能的研究途径的尝试,正如光速不变原理所做的那样:两个常数 c 和 h,即光速和普朗克常数之间的类似,通过说它们二者都在原则上对研究的可能性施加了限制,而得到了解释。在试图摸索越出这些障碍时提出的问题由于把令人讨厌的问题作为"假问题"而取消的众所周知的方法取消了。在我看来,在 c 和 h 两个常数之间确实存在着类似之处;顺便说一句,这种类似是保证常数 h 同常数 c 一样不是研究的障碍。光速不变(以及超过光速不可能性)原理并不禁止我们去探索大于光速的速度;因为它只是断言我们将不会发现什么;也就是说,我们将不能产生比光传播得更快的信号。同理海森堡公式不应该被解释为禁止探索"超纯"例:因为它们只是断言我们将不会找到什么;尤其是我们不能产生什么。禁止速度大于光速和"超纯"例的定律,像其他经验陈述一样,鞭策研究人员去探索被禁止 250
的东西。因为他只能通过试图证伪它们来检验经验陈述。

从历史观点看,非决定论物理学的出现是很可理解的。长期以来,物理学家信仰决定论物理学。因为逻辑情境没有得到充分的理解,从原子的力学模型中演绎出光谱——它们是统计学效应——的种种尝试的失败必定产生决定论的危机。今天我们看得很清楚,这种失败是不可避免的,因为从一个非统计学的(力学的)原子模型中演绎出统计学定律是不可能的。但是在那时(1924 年左右玻尔、克喇末[Kramers]和斯拉特[Slater]理论提出时)似乎在每一个单个原子的机制中概率代

*5 简而言之,他的论据是,由于我们对被观察物体的干扰,即由于某种因果相互作用,因果性瓦解了。

替了严格的定律。决定论的大厦倒坍了——主要是由于概率陈述被表达为形式上单称的陈述。在决定论的废墟上,非决定论起来了,得到了海森堡测不准原理的支持。但是我们现在看到,它的崛起同样是由于误解了形式上单称的概率陈述的意义。

这一切的教训是我们应该努力去发现那些能够与经验冲突而垮台的严格定律——禁律。然而我们应该避免对研究的可能性施加限制的禁律。

第十章

验证或理论如何经受住检验

理论是不能证实的，但是它们可被“验证”。

常常尝试把理论描述为既非真的又非假的，而是或多或少**可几的**。尤其是归纳逻辑已发展为一种不仅把“真”和“假”两个值，而且把不同程度的概率赋于不同的陈述；这类逻辑在这里将称为“**概率逻辑**”。按照那些相信概率逻辑的人看来，归纳应该确定一个陈述的概率程度。并且归纳原理应该，或者使归纳出来的陈述是“可能正确的”**这一点成为确实可靠的，或者使这一点成为可几的**——因为归纳原理本身只是“可能正确的”。然而我认为整个假说概率问题是被误解了的。我们不应去讨论一个假说的“概率”，而是应努力对它进行评价，看它能承受何种程度的检验，以定其适于生存的程度。简言之，我们应努力评价它在多大程度上得到“验证”。*[1]

---

*1　我在本书中引入术语“**验证**”[*Corroboration*]（“*Bewährung*”）以及尤其是“**验证度**”[*degree of corroboration*]（“*Grad der Bewäbrung*”，“*Bewährungsgrad*”）是因为我需要一个**中性**术语来描述一个假说经受住严格检验的程度，并且因而“证明它的品质”。我说“中性”是指一个术语对于假说由于经受住了检验是否变得在概率计算意义上“更可几”这个问题不预先作出判断。换言之，我导入“确认度”验证这个术语主要是为了能够讨论“验证度”是否能与“概率”（或者在频率意义上，或者在例如凯恩斯的意义上）等同起来这个问题。

我第一次把“验证度”这个术语引入维也纳小组的讨论，而卡尔纳普把我的术语“*Grad der Bewährung*”译为“*degree of confirmation*”[验证度]（见他的“可检验性与意义”[Testability and Meaning]，载《科学哲学》[*Philosophy of Science*]3，1936 年；尤其是第 427 页）。因此“确证度”这个术语很快被广泛接受了。我不喜欢这个术语，因为它引起一些联想（“使之确定”，“确立”；“确信无疑”；“证明”；“证实，“确证”与“*erhärten*”或“*bestätigen*”比与“*bewähren*”更为一致）。所以我在给卡尔纳普的一封信（我想约写于 1939 年左右）中建议使用“验证”一词。（这个词是 H. N. 帕顿[H. N. Parton]教授向

79. 关于假说的所谓证实

252 理论是不能证实的这一事实常常被忽视。人们常常谈到一个理论时说,当从它推导出的某些预测被证实时它就被证实了。他们也许会承认从逻辑观点看,证实是不完全没有缺点的,或者承认通过确定某一陈述的某些推断决不能最终确定这个陈述。但是他们易于把这些异议看作是由于某种不必要的顾虑所致。他们说,我们不能确定地知道太阳明天是否会升起,这是很对的,并且甚至是平凡浅显的,但是这种不确定性可以不予考虑:理论不仅可改进,而且能被**新的实验证伪**这个事实给科学家提供了一个在任何时候都可成为现实的重大可能性;但是从来还没有认为一个理论由于一个得到充分确证的定律突然垮台而必须被证伪。决不会发生老的实验有一天产生新的结果这种事。发生的只是新的实验判定反对旧的理论。旧的理论,即使当它被取代时,也常常保持它的正确性作为新理论的一种极限情况;它仍然至少以高度的近似应用于那些以前它在其中富有成效的情况。简而言之,可用实验直接检验的规律性没有改变。大家承认,它们会改变这是可以设想的,或者在逻辑上是可能的;但是这种可能性为经验科学所忽视,并且不影响它的方法。相反,科学方法以"**自然过程不变性**"或"自然界均一性原理"为前提。

对于上述论证有一些话要说,但它不影响我的论点。它表示对我们世界存在规律性的形而上学信念(我也有这种信念,并且没有这种信念

我建议的。)但是当卡尔纳普拒绝我的建议时,我同意了他的用语,心想问题不在字眼。这就是为什么我自己有时在我的一些著作中也使用"确证"一词的缘故。

然而结果证明我错了,遗憾的是"确证"一词引起的联想确是个问题,并使人们认为:"确证度"很快——被卡尔纳普自己——用作"概率"的同义语(或"解释项"[explicans])。所以现在我放弃它,而采用"验证度"。参见我的《后记》第 *29 节。

实践行动是不可设想的)。*[1] 然而,在我们面前的问题——则是在完全
不同的侧面上。与我对其他形而上学问题的态度相一致,我避免去支持 253
或反驳对我们世界存在规律性的信念。但是我将努力证明**理论的不可证实性在方法论上是重要的**。正是在这个侧面我反对刚才提出的论据。

所以我将认为这个论据中只有一个论点是有关的即所谓的“自然界均一性原理”。我认为这个原理以十分浅显的方式表达了一个重要的方法论规则,这个规则正是从理论的不可证实性的考虑中有效地推导出来的。*[2]

让我们设太阳明天将不升起(并且虽然如此我们将继续生活着,并从事着我们感兴趣的科学工作)。如果发生这样的事情,科学就不得不努力**解释**它,即从定律中把它推导出来。大概要求对现存的理论作重大修改。但是修改的理论不仅应解释新事态,**我们旧有的经验也应可以从修改的理论中推导出来**。从方法论观点看,人们看到自然界均一性原理在这里被既要考虑到空间又要考虑到时间的**自然界不变性**的公设取代了。所以,我认为断言自然规律性不变是错误的。(这是一种既不能反对又不能赞成的陈述。)更确切地说,如果我们假设它们不随空间和时间而变化,并且假设它们没有例外,这种陈述是我们自然律**定义**的一部分。因此从方法论观点看,证伪一个得到验证的定律无论如何不是没有意义的。它帮助我们发现,我们对自然律的要求和期望什么。并且“自然界均一性原理”也可被认为是对某个方法论规则——如与它十分接近的“因果律”的一种形而上学解释。

人们尝试用方法原理代替这种形而上学陈述,这导致“归纳原理”,这个归纳原理被认为是支配归纳方法的,从而支配证实理论的方法。但这个尝试失败了,因为归纳原理本身在性质上是形而上学的。 254
正如我在第 1 节已指出的,归纳原理是经验的这一假定导致无穷的后

---

*1 参照附录 * X,以及我的《后记》第 * 15 节。

*2 我是指这样一条规则:任何新的假说系统都应该得出或解释老的得到确认的规律性。参见我的《后记》第 3 节(第 3 段)。

退。因此只能作为原始命题(或公设,或公理)引入。如果归纳原理并非在任何情况下都得被看作**不可证伪的**的陈述,这也许没有什么关系。因为如果这个原理——它应证明理论的推论正确——本身是可证伪的,那么它就会随第一个被证伪的理论而证伪,因为这个理论在那时是一个借助归纳原理推导出的结论;而这个原理作为一个前提,只要从这前提推导出的一个理论被证伪,当然就将被否定后件的推理[*modus tollens*]所证伪。*[3] 但是这意味着一个可证伪的归纳原理将随着科学的进展而一再被证伪。所以就必须引入一个假定不可证伪的归纳原理。但是这等于是对一个先验地正确的综合陈述,即关于实在的一个不可反驳的陈述理解错误的观念。

因此如果我们试图把我们对自然界均一性和理论可证实性的形而上学信念转变为基于归纳逻辑的知识理论,留给我们的只是在无穷后退和先验论之间进行选择。

80. 假说的概率和事件的概率:概率逻辑批判

即使承认理论决不能最后被证实,我们是否能够确保它们在或大或小的程度上是可靠的——更可几的或不那么可几?毕竟也许有可能把**一个假说的概率**问题还原为比方说**事件的概率问题**,因而使之容易接受数学和逻辑的处理。*[1]

255 像一股的归纳逻辑一样,假说概率理论似乎是由于把心理学问题和逻辑问题混为一谈而产生的。大家承认,我们对确信的主观感觉具有不同的强度,并且我们等待某一预测的实现和某个假说的进一步确

*3 理论推导的前提(根据这里讨论的归纳主义观点)由归纳原理**和**观察陈述组成。但是后者在这里不言而喻地被假定为不可动摇的和可复制的,因此它们不可能对理论的失败负责。

*1 本节(80)主要包含对赖兴巴赫试图用**事件概率的频率理论**来解释**假说概率**的批判。对凯恩斯观点的批判在第 83 节。*注意赖兴巴赫迫切地把**陈述或假说的概率**(许多年以后卡尔纳普称为"概率[1]")还原为频率("概率[2]")。

认的信心程度,很可能取决于(除了其他以外)这个假说迄今业已经受住检验的方式——取决于它过去的验证。但是这些心理学问题并不属于认识论或方法论这一点甚至得到概率逻辑信仰者的充分承认。然而他们争辩说,根据归纳主义者的决定,把概率程度归于**假说本身**是可能的;并且进一步争辩说把这个概念还原为事件概率概念是可能的。

一个假说的概率主要被认为只是关于陈述概率的一般问题的特例;而后者本身又被认为不过是用特定术语表达的**一个事件的概率**问题。因此例如我们在赖兴巴赫那里读到:"不管我们把概率归于陈述还是归于事件只是一个术语问题。迄今我们认为分配给一粒骰子某一面朝上的概率为 1/6 是事件概率的一种情况。但是我完全可以说正是'点 1 将朝上'这个**陈述**被分配到 1/6 的概率。"[1]

如果我们想起第 23 节所说过的,就可以更好地理解事件概率和陈述概率的这种等同。在那里"事件"概念被定义为一类单称陈述。所以说用**陈述概率**代替事件概率也必定是可允许的。因此我们能够认为这仅是一个术语的改变:参考序列被解释为陈述序列。如果我们想到陈述所代表的一种"二择一",或更确切地说它的元素,那么我们就能用"k 是正面"这个陈述来描述正面朝上,并且用这个陈述的否定来描述它不朝上。这样我们就获得一个这种形式的陈述序列 $p_j, p_k, \overline{p_l}, p_m, \overline{p_n}, \cdots\cdots$,其中 p_i 有时表征为真,有时(上面加一划)为"假"。因此能够把在一个二择一内的概率解释为**陈述序列内陈述的相对"真频率"**[2](而不是某种性质的相对频率)。 256

如果我们愿意,我们可以称经过如此改造的概率概念为"陈述概率"或"命题概率"。并且我们能够证明在这个概念和"真"概念之间有十分密切的联系。因为如果陈述序列变得越来越短,最后只包含一个元素,即只有**一个单个**的陈述,那么根据这单个陈述是真还是假,序列

---

1 赖兴巴赫,《认识》1,1930 年,第 171 页以后。

2 据凯恩斯,《概率论》,1921 年,第 101 页以后,"真频率"一词取自怀特海;参照下面的注释。

的概率或真频率只可能有 1 和 0 两个值中一个值。因此可把一个陈述的真或假看作是概率的特例;反之,就概率把真理概念作为一个极限情况包括在内而言,可把概率看作为真理概念的一般化。最后有可能以这种方式定义真频率运算,即经典逻辑常用的真值运算是真频率运算的极限情况。这些运算的计算可称为"**概率逻辑**"。[3]

但是我们实际上能否把**假说概率**与以这种方式定义的陈述概率,因而间接地与事件概率等同起来呢?我认为这种等同是混淆的结果。这个思想是,某一假说的频率,由于它显然是一种陈述概率,必须在**刚才定义的意义上**的"陈述概率"的名目下。但是这个结论证明是没有根据的;因此这个术语很不合适。也许终究最好不要用"陈述概率"这个词,如果我们心里指的是事件概率的话。*[2]

257 不管可能怎样,我断言**假说概率**概念引起的问题甚至未被基于概率逻辑的考虑触及。我断言如果人们谈到一个假说时说,它不是真的,但是"可几的",那么这个陈述无论如何**不**能译为关于事件概率的陈述。

因为如果人们试图把假说概率观念还原为使用陈述序列概念的真频率观念,那么他马上面临这个问题:**根据哪些**陈述**序列**,能够把一个概率值赋予一个假说?赖兴巴赫把一个"自然科学的断言"——他用它指一个科学假说——本身与一个陈述参考序列等同起来。他说,"……自然科学的断言决不是单称陈述,事实上是陈述序列,严格地说

---

3 我在这里叙述了赖兴巴赫发展的概率逻辑建构的要点("概率逻辑"[*Wahrscheinlichkeitslogik*],《普鲁士科学院会议报告》[*Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften*],物理数学类 29 号,1932 年,第 476 页以后),他遵循 E. L. 波斯特[E. L. Post]("美国数学学刊"[*Amercain Journal of Mathematics*]43,1921 年,第 184 页)以及同时遵循冯·米泽斯的频率理论。凯恩斯在同上书第 101 页以后讨论的怀特海形式的频率理论与之类似。

*2 我仍然认为(a)所谓"假说频率"不可能用真频率来解释;(b)用相对频率——不管是真频率还是某一事件的频率——定义的频率最好称之为"某一事件的频率";(c)所谓"某一假说的概率"(在其可接受性意义上)不是"陈述概率"的特例。并且我现在应该把"陈述概率"看作是在概率形式计算的若干种可能的解释中的一种解释(逻辑解释),而不是一种真频率(参照附录 * ii、iv 和 ix,以及我的《后记》)。

我们必须把一个较小的概率值,而不是概率度 1 赋予这些陈述。所以唯有概率逻辑才提供能够严格代表适合于自然科学知识概念的逻辑形式。”[4] 现在让我们把假说本身是陈述序列的意见追根究底。解释它的一个方法是取可能与假说矛盾或一致的种种单称陈述作为这样一个序列的元素。于是这个假说的概率决定于与它一致的那些陈述的真值频率。但是如果平均起来该假说被这个序列的每隔一个的单称陈述所反驳,那么这个假说的概率为$\frac{1}{2}$! 为了避免这个毁灭性的结论,我们再试试两个权宜之计。*[3] 一个是根据对它通过的所有检验与尚未尝试的所有检验的比值的估计把一定的概率——也许不很精确——赋予这个假说。但是这种办法也没有什么结果。因为这种估计碰巧能够精确计算,并且结果总是概率等于零。最后,我们可以努力使我们的估计立足于导致有利结果的那些检验与导致中性结果——即不产生清楚决定的 258
结果——的那些检验的比值上。(用这种方法人们确实可以获得某种类似主观信心感的量度,实验者就是用这种信心看他的结果的。)即使我们不顾这个事实:我们由于这种估计已经离开真值频率概念和事件概率概念很远了,这最后一种权宜之计也不行。(这些概念基于真陈述与假陈述的比值,并且我们当然必须把中性陈述同客观上假的陈述等同起来。)为什么这最后的尝试也不行的理由是所建议的定义使一个假说的概念成为不可救药的主观:一个假说的概率不是依靠客观上可复制的和可检验的结果,而是依靠实验者的训练和技能。

但是,我认为接受可把某个假说看作是陈述序列这种意见是完全不可能的。如果全称陈述有这样的形式:“对一切 k 值,在 k 处某某事发生,这是真的”,这是可能的。如果全称陈述有这种形式,那么我们就可把基础陈述(与全称陈述矛盾或一致的陈述)看作陈述序列——被视为全称陈述的序列——的元素。但是我们已经看到(参照第 15

---

4 赖兴巴赫,“概率逻辑”(同上,第 488 页),抽印本第 15 页。

*3 在这里假定我们现在下决心,只要有明确的证伪,我们就把概率零赋予这个假说,这样讨论现在就限于那些没有获得明确证伪的情况。

和 28 节),全称陈述并不具这种形式。基础陈述决不是仅仅从全称陈述中推导出来的。*[4] 所以全称陈述不能被认为是基础陈述序列。然而,如果我们试图考虑是从全称陈述推导出来的基础陈述的否定的序列,那么对**每一个**自相一致的假说的估计将导致相同的概率,即 1。因为我们必须考虑能被推导出的**未被证伪的**否定的基础陈述(或其他可推导陈述)与**已被证伪的**那些陈述的比值。这就是说,我们不考虑真
259 频率,而应考虑假频率的补值。这个值无论如何等于 1。因为可推导的陈述类,甚至可推导的基础陈述否定类,都是无限的;另一方面,已接受的起证伪作用的基础陈述数目是有限的,不可能比它更多。因此即使我们不顾全称陈述决不是陈述序列这个事实,并且即使我们试图把它们解释为这类东西,把它们与完全可判定的单称陈述序列相关起来,即使如此我们也达不到一个可接受的结果。

然而我们得考察用陈述序列解释假说概率的另一个十分不同的可能性。也许还记得我们已称某一单称事件是"可几的"(在"形式上单称概率陈述"的意义上),如果它是以一定概率发生的事件**序列**的一个元素的话。但是这个尝试也失败了——完全不是确定参考序列的困难(它可用许多方法选定;参照第 71 节)。因为我们不能说假说序列内的真频率,只是因为我们决不能知道一个假说是否是真的。如果我们能够知道这一点,那么我们就根本不需要假说概率概念。现在我们如上述那样,试图取假说序列内假频率的补数作为我们的出发点。但是如果比方说我们借助未证伪与已证伪的假说序列的比值来定义一个假说的频率,那么如前所说,**每一个无穷**参考序列内**每一个**假说的概率等于 0。并且即使选定一个**有穷的**参考系列,我们也未处于更好的地位。因为让我们假定我们能把与这种程序相应

---

*4 在上面第 28 节已说明,能从一个理论中演绎出来的单称陈述——"实例陈述"——不具有基础陈述或观察陈述的性质。然而如果我们决定接受这些陈述序列并且把我们的概率立足于这个序列内的真频率上,那么这概率总是等于 1,不管这个理论是如何经常被证伪;因为第 28 节注(1)已表明,几乎任何理论被几乎所有的实例(即被几乎所有的地方 k)所"证实"。本文下面的讨论包含着十分类似的论证——也基于"实例陈述"(即否定的基础陈述)——旨在表明如果基于这些否定的基础陈述,一个假说的概率总是等于零。

的在 0 与 1 之间的概率程度——比方说值 3/4——赋予某个(**有穷的**)假说序列的诸元素。(如果我们获得信息,说某个假说属于已被证伪的序列,就能作到这一点。)就这些**已被证伪的**假说是序列元素而言,我们**正由于这个信息**就得把 3/4 而不是零值赋予这些元素。一般来说,一个假说的概率由于知道了它是假的,就要降低 $1/n$,n 是参考序列中的假说数。所有这一切显然同用"假说概率"表达我们必须根据支持性或破坏性证据赋予某一 260
假说可靠性程度的纲领是矛盾的。

我认为这已详尽地研究了使假说概率概念立足于真陈述频率(或假陈述频率)概念,从而立足于事件概率频率理论的可能性。*5

---

*5 人们可把我前面试图弄清赖兴巴赫的有点隐晦的断言,即假说概率要用真频率测量的意思概括如下。类似的总结和批评,见附录 * i 倒数第二自然段。

大致上我们可试试两种可能的方法来定义一个理论的概率。一是计算属于该理论的实验检验陈述数,并测定结果证明是真的那些陈述的相对频率;于是这种相对频率可作为一个理论概率的量度。我们可称之为**第一类概率**。第二,我们可认为该理论是思想实体[entities]——比方说,其他科学家提出的理论——类的一个元素,于是我们可测定在这个类内的相对频率。我们可称之为**第二类概率**。

在我的原文中,我进一步试图表明,弄懂赖兴巴赫的真频率概念的意思的这两种可能性中的每一个都导致归纳概率理论拥护者必定是完全不能接受的结果。

赖兴巴赫与其说用捍卫他的观点,不如说用抨击我的观点来答复我的批评。在他评我的书的论文(《认识》5,1935 年,第 267 - 284 页)中,他写道,"这本书的结果是全然不能接受的",并用我的"方法"的失败——用我不能"想出"我的概念系统的"所有结果"来说明这一点。

他的论文第 iv 节(第 274 页以后)专门讨论我们的问题——假说概率。开始写道:"在这方面,关于理论概率还可补充说一些话——这些话应该使我的迄今过于简短的意见更为完善,并可除去一些仍然围绕这个问题的模糊不清之处。"在此之后的一段形成本注以"大致上"(我加于赖兴巴赫原文上的唯一的词)开始的第二段。

赖兴巴赫对这个事实仍保持沉默:他的除去"仍然围绕这个问题的模糊不清之处"不过是他正在予以抨击的那本书若干页的摘要——一个粗略的摘要。然而不管这种沉默,我认为我可以把它看作来自对概率如此有经验的作者的极大赞美(他在写他的对我的书的答复时,已出版了两本书和十几篇论文论述这个主题足以使他增光),他确实接受了我的努力的成果去"想出"他的"所有过于简短的意见的结果"。我认为我的努力的成功是由于一条"方法"规则所致:我们应该总是努力在批评我们的对手以前尽可能地弄清和加强他的观点,如果我们希望我们的批评有价值的话。

我想我们不得不认为把假说概率与事件概念等同起来的尝试完全失败了。这个结论完全不依赖于我们是否接受(赖兴巴赫的)这个主张:**物理学的所有假说**"实际上"是,或者"仔细检查时"不过
261 是概率陈述(关于观察结果序列内某些平均频率陈述,观察结果总是表明与某个均值有离差),或者不依赖于我们是否倾向于在两**类**不同的自然律之间——一方面"决定论的"或"精确的"定律与另一方面"概率定律"或"频率假说"之间作出区分。因为这两类都是假说性假定,这些假定决不能成为"可几的":它们只能在这样的意义上得到验证,即它们能够在烈火中——检验的烈火中"证明它们的品质"。

我们该如何解释概率逻辑的信仰者已经达到某种对立的观点这一事实呢?琼斯写道——首先在我可以完全同意的意义上——"……我们对任何东西也不能……**确定无疑地**知道",但是他接着说,"我们至多只能涉及**概率**。(并且)新量子论的预测(与观察结果)是如此完全一致,以致有利于与实在相符合的这个图式的机会是**极大的**。确实,我们可以说这个图式**几乎肯定**是定量正确的……",当他这样写时,他的错误在哪里?[5]

无疑最常见的错误在于认为频率的假说性估计,也就是关于概率的假说,本身只能是可几的;或换言之,在于赋予**概率假说**以某种程度的所谓**假说概率**。如果我们记得,就其逻辑形式而言(无需参照我们的可证伪性的方法论要求),关于概率的假说既不能证实也不能证伪,那么我们也许能够提出一个令人信服的论据来支持这个错误结论(参照第 65 至 68 节)。它们不是可证实的,因为它们是全称陈述,它们不是可严格证伪的,因为它们决不能在逻辑上与任何基础陈述发生矛盾。因此它们是(如赖兴巴赫认为的那样)**完全不可判定**

---

5 琼斯,《科学的新背景》,1934 年,第 58 页。(仅"确定无疑地"几个字被琼斯加上着重点。)

的。[6] 现在正如我们已证明的那样,它们能够**更好地或不太好地得到“确证”**,那就是说,它们可或多或少地与已接受的基础陈述一致。看 262
来正是在这一点概率逻辑起了作用。经典归纳主义逻辑所承认的可证实性与可证伪性之间的对称提示了这样一个信念:把某种可靠性程度的标尺,某种其可达到的上限和下限是真和假的“连续概率程度”[7](引自赖兴巴赫),同这些“不可判定的”概率陈述相关起来必定是可能的。然而,根据我的观点,概率陈述正因为它们是完全不可判定的,它们是**形而上学的**,除非我们使它们因接受某一方法论规则而变得可证伪。因此它们不可证伪的简单结果,并不是它们能更好地或不那么好地得到确认,而**是它们根本不能在经验上得到验证**。因为否则——假如它们什么也不排除,因而与一切基础陈述相容——就可以说它们被(任何复合度的)**每个任意选取的基础陈述**所“验证”,假如它描述某种有关事例的出现的话。

我认为,物理学使用概率陈述仅在我在有关概率论已充分讨论的这一方面;更具体地说,它把概率假定,正如其他假说一样,用作可证伪的陈述。但是我应该拒绝参加关于物理学家“实际上”如何工作的这一争论,因为这必定主要是一个解释问题。

我在这里对我的观点与我在第 10 节中称之为“自然主义的”观点之间的对比作了很好的说明。能够证明的首先是我的观点具有内在的逻辑一致性;其次,摆脱了困扰其他观点的那些困难。大家承认证明我的观点是正确的,这是不可能的,并且与另一种科学逻辑学的支持者进行争论也许毫无裨益。能证明的一切是我对这个特定问题的观点是我

---

6 赖兴巴赫,《认识》1,1930 年,第 169 页(参照赖兴巴赫对我注的答复,载《认识》3,1933 年,第 426 页以后)。十分频繁地出现关于归纳知识概率程度或确定性的类似思想(参照例如罗素,《我们对外部世界的认识》[*Our Knowledge of the External World*],1926 年,第 225 页以后,以及《物的分析》[*The Analysis of Matter*],1927 年,第 141 页和 398 页)。

7 赖兴巴赫,《认识》1,1930 年,第 186 页(参照第 1 节注 4)。

一直为之论证的科学概念的一个结果。*6

81. 归纳逻辑和概率逻辑

假说的概率不能还原为事件的概率。这是从前节进行的考虑中引
263 出的结论。但是一种不同的看法可否导致假说概率概念令人满意的定义？

我不认为有可能建立一种假说概率概念，可被解释为表达假说的“可靠性程度”，与“真”和“假”的概念类似（而且它与“客观概率”概念，即与相对频率有如此密切的关系，因而证明使用“概率”一词是正确的）。[1] 虽然如此，我现在为了论证起见，要**假设**这样一种概念事实上已成功地建立，以便提出这样的问题：这会如何影响归纳问题？

让我们假设，某一假说——比方说薛定谔理论——在某个确定的意义上被承认是“可几的”；或“可几到某一数值程度”，或仅仅是“可几的”，没有具体规定程度。把薛定谔的理论描述为“可几的”这种陈述我们可称为对理论的**评价**。

一个评价当然必定是一个综合陈述——关于“实在”的断言——正如陈述“薛定谔的理论是真的”或“薛定谔的理论是假的”一样。所

---

*6 最后两段是赖兴巴赫、纽拉特等人有时采取的“自然主义”观点所引一起的；参阅上面第 10 节。

1 （本书校样时增补）为了估计验证度，人们可以找到一个形式体系，它与概率计算（即贝斯定理[Bayes's theorem]）有有限的形式上的类似，而无论如何与频率理论毫无共同之处，这是可以理解的。我感谢 J. 霍西亚松[J. Hosiasson]向我提出这种可能性。然而，我十分满意的是，用这种方法有希望成功地解决**归纳问题**是完全不可能的。*参见《后记》第 *57 节注 3。

*1938 年以来我坚持这个观点：“证明使用概率一词是正确的”，正如我文中提出的那样，“我们就一定要证明形式计算的公理是令人满意的。”（参照附录 * ii 至附录 * v，尤其是我的《后记》第 *28 节。这当然包括满足贝斯定理。至于关于**概率的**贝斯定理与关于**验证度**（见附录 * ix）的某些定理之间形式上的类似见《后记》的注 1 的第 9 点（vii）和第 *32 节的第（12）和（13）点。

有这些陈述显然说的是关于这个理论的适宜性,因此当然不是重言的。*[1] 他们说一个理论是适宜的或不适宜的,或者在某种程度上是适宜的。其次,对薛定谔理论的评价必须是一个**不可证实的**综合陈述,正如理论本身一样。因为一个理论的"概率"——即理论仍然可接受的概率——看来不可能**决定性地**从基础陈述中演绎出来。所以我们不得不问:评价如何能得到证明?它如何能受到检验?(因而又发生了归纳问题;见第 1 节。) 264

至于评价本身,也可断言这个评价是"真的",或者也可说它是"可几的"。如果认为它是"真的",那么它必定是一个经验上尚未证实的**真的综合陈述**——先验地真的综合陈述。如果认为它是"可几的",那么我们需要一个新的评价:可以说是评价的评价,所以是更高水平上的评价。但是这意味着我们陷入了无穷后退。诉诸假说概率不能改善归纳逻辑这种靠不住的逻辑情境。

---

*1 概率陈述"$p(S,e)=r$","用语言来说就是,"给定证据 e,薛定谔理论具有概率 r"——一个相对的或条件的逻辑概率的陈述——肯定是重言式的(假如选取的 e 和 r 的值使它们相互配合:如果 e 只是观察报告,r 在足够大的宇宙中一定等于零。但在我们的意义上,"评价"具有不同的形式(见下面第 84 节,尤其注 *2 的正文)——例如 $p_k(S)=r$,k 是今天的日子;或用话来说:"薛定谔的理论**今天**(鉴于现在可得到的全部实际证据)具有概率 r。"为了从(ⅰ)相对频率 $p(S,e)=r$ 的重言陈述和(ⅱ)"e 是今天可得到的全部证据"这个陈述中得到这个评价 $p_k(S)=r$,我们必须应用**推理原理**(我在《后记》中称为"免除规则",第 *43 和 *51 节)。这个推理原理看起来十分像肯定前件推理[*modus ponens*]),所以似乎应该认为它是分析的。但是如果我们认为它是分析的,那么这等于决定认为 p_k 是由(ⅰ)和(ⅱ)定义的,或者无论如何意义不超过(ⅰ)和(ⅱ)加在一起所定义的;但是在这种情况下,P_k 不可能被解释为**可接受性的实际量度**。如果我们考虑到在一个充分大的宇宙中,**每个**全称理论 t 有 $p_k(t,e)\approx 0$,假如 e 仅由单称陈述组成,那就看得最清楚不过了。(参照附录 *ⅶ和 *ⅷ。)但实际上,我们**肯定**要接受某些理论,并摈弃其他理论。

另一方面,如果我们把 P_k 解释为**适宜性或可接受性程度**,那么上述的推理原理——"免除规则"(根据这个解释,它成为"归纳原理"的典型例子)——根本是假的,所以显然是非分析性的。

相信概率逻辑的大多数人坚持这样的观点:借助赋予归纳出来的假说以概率的“归纳原理”可达到这种评价。但是如果他们把概率赋予这个归纳原理本身,那么这个无穷后退仍继续着。如果另一方面他们把“真理”赋予它,那么他们就不得不在无穷后退和“先验论”之间进行抉择。海曼斯[Heymans]说,“概率论永远不可能说明归纳论证,因为正是同一个问题隐藏在一方,也隐藏在另一方(概率论的经验应用)。在两
265 种情况下,结论都超出了前提中所给予的”。[2] 因此,用“可几的”一词代替“真的”一词,用“不可几的”一词代替“假的”一词毫无收获。仅当考虑到**证实和证伪之间的不对称性**——那种不对称性产生于理论和基础陈述之间的逻辑关系——时才有可能避免归纳问题的覆辙。

信仰概率逻辑的人也许试图用这种方法来对付我的批评:他们断言概率逻辑产生于人的心智,而人的心智“与经典逻辑的框架紧紧束缚在一起”,所以不能遵循概念逻辑使用的推理方法。我坦白地承认我不能遵循这些推理方法。

82. 积极的验证理论:假说如何可“证明它的品质”

我刚刚提出的反对归纳概率理论的异议是否可能转变为反对我自己的观点?似乎它们是可能的;因为这些异议基于“评价”概念。

---

2 海曼斯,《科学思想的规律与原理》[*Gesetze und Elemente des wissenschaftlichen Denkens*](1890 年,1894 年),第 290 页以后;* 第 3 版,1915 年,第 272 页。休谟在他一本匿名小册子《著作提要》[*An Abstract of a Book*](后来于 1740 年以《人性论》[*A Treatise of Human Nature*]为题发表)中先于海曼斯提出了这种论据。我不怀疑海曼斯不知道这本小册子。J. M. 凯恩斯和 P. 斯拉法[P. Sraffa]重新发现了它,并认为出自休谟之手,于 1938 年才发表。当我把我的反对归纳概率主义理论的论据于 1931 年在一本较早的至今仍未出版的书中(曾经维也纳小组若干成员阅读过)介绍出来时我既不知道休谟,也不知道海曼斯早就提出了。在海曼斯之前休谟已提出这种论据这个事实是 J. O. 威兹德姆[J. O. Wisdom]指点给我的;参照他的《自然科学中的参照基础》[*Foundation of Inferences in Natural Science*],1952 年,第 218 页。休谟的话在下文已有征引,见附录 * vii注 6 的正文(第 369 页)。

并且显然我也不得不使用这个观念。我谈到一个理论的“验证”;而验证只能被表达为一种评价(在这方面,验证与概率之间没有区别)。此外我也认为不可能断言假说是“真的”陈述,只能断言它们是“暂时的推测”(或这类东西);并且这个观点也只能用评价这些假说的方法来表达。

这个异议的第二个部分容易回答。我确实不得不使用的、描述为“暂时的推测”(或这类东西)的假说的评价具有**重言式**的地位。因此它不发生归纳逻辑发生的那类困难,因为这种描述仅仅是解说或解释 266
严格全称陈述,即理论不能以单称陈述中推导出来这个断言(按照定义,这种描述与这个断言是等价的)。

至于异议的第一部分,有关陈述理论得到确认的评价,情况也类似。确认的评价不是一种假说,但是如果给定理论和公认的基础陈述就可以推导出来。它断言这些基础陈述与理论并不矛盾这一事实,并且在它断言这个事实时考虑到这个理论的可检验性程度,以及直至陈述时间为止理论已经受的检验的严格性。

我们说只要一个理论经受住了这些检验,它就得到“验证”。断言验证的评价(验证评价)确定某些基本的关系,即相容性和不相容性。但是单单相容性不允许我们把某种正的验证度赋予理论:单凭一个理论尚未被证伪的事实显然不能被认为是充分的。因为没有比建立任何数目的、与公认的基础陈述的任何系统相容的理论系统更容易的了。(这个评论也适用于所有“形而上学”系统。)

也许可以提出,如果一个理论与公认的基础陈述系统一致,并且如果再加上这个系统的一部分可从这理论中推导出来,就应该给予某种正的验证度。或者,考虑到基础陈述不是可以从纯理论系统中推导出来的(虽然基础陈述的否定可如此推导出来),人们会提出,应该采取下列的规则;如果一个理论与公认的基础陈述相容,并且如果再加上这些基础陈述的非空子类可以从这个理论与其他公认的基础陈述的合取

中推导出来,就应给予它一个正的验证度。*[1]

267 我对这最后的表述并无严重的异议,除了我认为这对一个理论正验证度的适宜表征是不充分的。因为我们想说理论得到更好地或不那么好地确认。但是一个理论的**验证度**肯定不能只靠计算验证事例的数目,即可用已表明的方法推导出来的公认的基础陈述的数目来确定。因为会有这样的事发生:一个理论得到的验证似乎比另一个差得多,即使我们已借助它推导出非常多的基础陈述,而借助后一个理论推导出的基础陈述却很少。作为一个例子我们可以比较假说"一切乌鸦皆黑"同假说(第 37 节提到的)"电子电荷有密立根[Millikcan]测定的值"。虽然在前一类假说的情况下,我们大概遇到许多更为验证的基础陈述,然而我们将判断密立根的假说是二者之一得到更好验证的假说。

这表明决定验证度的与其说是验证实例的数目,不如说是所说的那个假说能够并且已经经受的**种种检验的严格程度**。但是检验的严格程度本身取决于**可检验性程度**,并且因此取决于假说的简单性:高度可

---

*1 这里提出的"正验证"的试验性定义(在正文下一节由于它并没有明确地提到严格检验的结果,即尝试反驳的结果而认为不充分而遭摈弃)至少在两方面是有意义的。首先它与我的划界标准有密切联系,尤其是与我附在第 21 节注 *1 的对这个标准的表述有密切联系。事实上,这二者是一致的,除了对形成目前定义前一部分的**公认的**基础陈述的限制外。因此如果我删去这个限制,目前的定义就变成我的划界标准。

其次,如果不删去这个限制,我们通过要求基础陈述应被承认为一心一意地尝试反驳理论的结果,来进一步限制**已推导出的**公认的基础陈述类,那么我们的定义就成为一个"正验证"的合适定义,尽管当然不是"验证度"的合适定义。支持这个主张的论据包含在这里下述的正文中。此外,如此得到承认的基础陈述可被描述为理论的"验证陈述"。

应该注意到,"实例陈述"(即被否定的基础陈述;见第 28 节)不可能适宜地被描述为它们以实例证明的那个理论的验证陈述或确证陈述,这是由于这一事实:我们知道**一切全称定律**几乎到处**都有例证**,正如第 28 节注 *1 所表明的。(参见第 80 节注 *4 及正文。)

证伪的假说,或更简单的假说,也是高度可验证的假说。[1] 当然实际达到的验证度**不仅**依赖于可证伪度:一个陈述也许是高度可证伪的,然而 268
它也许只得到一点儿验证,或它事实上也许被证伪了。并且它也许虽未被证伪,却被它可从中推导出——或是它的极为密切的接近——的一个可更好检验的理论所代替。(在这种情况下,它的验证度也是低的。)

两个陈述的验证度也许同可证伪度一样并不是在所有情况下都是可以比较的:我们不可能规定一个数值上可计算的验证度,但是能够用正的验证度、负的验证度等等粗略地谈论。*[2] 然而我们可制定种种规则;例如这一条规则:我们不应继续把一个正的验证度给予一个已经被主体间可检验的实验证伪的理论,而这些实验基于起证伪作用的假说(参照第 8 和 22 节)。(然而,我们在某些条件下可把一个正的验证度给予另一个理论,即使它遵循一条类似的思路。一个例子是爱因斯坦的光子理论,它与牛顿的光的微粒说有密切联系。)一般说来,我们认为一个主体间可检验的证伪是最后的(假如它受到充分的检验):正是通过这种方式使人们感觉到理论的证实和证伪之间的不对称。这些方法论要点每一点都以它自己独特的方式推进作为一步步逼近过程的科学的历史发展。在后来作出的验证评价——即在把新的基础陈述加于那些已经得到承认的基础陈述上面作出的评价——可以用一个负的验证度代替正的,但是反之则不然。并且虽然我认为在科学史上总是理论而不是实验,总是思想而不是观察,开辟通向新知识的道路,我也认

---

1 这是我的与韦尔的简单性观点一致的另一点;参照第 42 节注 7。* 这个一致是杰弗里斯、林奇和韦尔(参照第 42 节注 7)所提出的观点(即一个函项的参数稀少[paucity]可用作它的简单性的量度)与我的观点(参照第 38 节以后,即参数稀少可用作可捡验性或不可几性的量度——被这些作者摈弃的观点)合取的一个结果。(参见第 43 节注 *1 和 *2)

*2 就实际应用于现有理论而言,我认为这仍然是正确的;但我现在认为有可能以这样一种方式来定义"验证度",使我们能够**比较验证度**(例如牛顿理论的验证度和爱因斯坦相对论的验证度)。此外,这个定义使之甚至有可能把数值验证度赋予统计性假说,也许甚至赋予其他陈述,**如果**我们能够把(绝对和相对的)逻辑概率程度赋予它们以及**证据陈述**的话。参见附录 * ix。

为总是实验把我们从死胡同中挽救出来:帮助我们跳出老框框,激起我们去发现新的道路。

269 因此,一个理论的可证伪性或简单性程度进入了理论验证的评价。并且这个评价可被认为是理论和公认的基础陈述之间的一种逻辑关系:考虑到理论已经经受的检验严格程度的一种评价。

83. 可验证度、可检验度和逻辑概率 *1

在评价一个理论的验证度时我们考虑到它的可证伪度。一个理论越能更好地得到验证,它就越可检验。然而,可检验性与**逻辑概率**的概念是相反的,因此我们也能说一个验证评价考虑到了该陈述的逻辑概率。而逻辑概率本身,如我们在第 72 节已-表明的那样,与客观概率——事件概率——的概念有关。因此,通过考虑到逻辑概率,把验证概念与事件概率概念连结起来,即使也许只是间接的和松散的。我们认为这里也许同上面批评的假说概率学说有某种联系。

当试图评价一个理论的验证度时,我们可推理如下。它的验证度将随它验证实例的数目而增长。这里我常常给予第一个验证实例比后面几个大得多的重要性:一旦一个理论得到充分验证,进一步的实例只能提高它的验证度很少一点儿。然而如果这些新的实例迥然不同于早先的实例,即如果这些实例在一个**新的应用领域**验证这个理论,这条规则就不适用。在这种情况下,它们就可极大地增加验证度。普遍性程度更高的理论的验证度因此可比普遍性程度较低(所以可证伪度也较低)的理论的验证度更大。同样,精确度更高的理论比精确度较低的理论可得到更好的验证。为什么我们不把一个正的验证度给予手相者和占卜者的典型预言的一个理由是他们的预测是如此精心和模糊,以

---

*1 如果最初我在《心灵》(1938 年)的注中解释的术语得到承认,那么“绝对的”一词应在这里加在(如在第 34 节等等)“逻辑概率”之前(与“相对的”或“条件的”逻辑概率形成对照);参照附录 * ii 、* iv 和 * ix。

致这些预言是正确的逻辑概率极高。并且如果我们被告知说,一些更 270
为精确、因而逻辑上不那么可几的这类预测曾经是成功的,那么一般说来,我们怀疑的往往不是它们的成功,而是它们所谓的不可几性:因为我们倾向于认为这些预言是不可验证的,在这些情况下我们也往往从它们低的验证度推论到它们低的可检验度。

如果我们把我的这些观点同蕴涵在(归纳)概率逻辑中的观点加以比较,我们就会得到一个真正值得注意的结果。根据我的观点,一个理论的可验证度——以及一个事实上已通过严格检验的理论的验证度,可以说*2 均与它的逻辑概率处于反比关系中;因为它们都随它的可检验性和简单性程度而增加。**但是概率逻辑蕴涵的观点正好是这种观点的对立面**。这种观点的支持者使一个假说的概率的增加与它的逻辑概率成**直接比例**——虽然无疑他们**想要**他们的"假说概率"所要代表的与我试图用"验证度"所表明的完全是同一件事。*3

*2 我在正文中说"**可以说**":我这样说是因为我实际上并不相信数值的(绝对的)逻辑概率。由于这一点,当在写正文的时候,我在可验证度与(绝对)逻辑概率是**互补的**这个观点与它们是成反比的这个观点之间动摇着;换言之,在使用**可验证度**等于内容的 $C(g)=1-P(g)$ 来定义 $C(g)$ 即可验证度与用 $C(g)=1/P(g)$ 来定义之间动摇着,$P(g)$ 是 g 的绝对逻辑概率。事实上,可采取这样的定义,它导致这些推断的任何一种,并且这两种方法根据直觉的理由都是十分令人满意的;这也许说明了我的动摇。有强有力的理由支持第一种方法,或应用于第二种方法的一种对数标度方法。见附录 * ix。

*3 这一段的最后几行,尤其从用黑体的句子开始(原文中未用黑体)会有我对归纳概率理论所作批评的关键性论点。这论点可概括如下。

我们需要**简单的**假说——具有高度**内容**,高度**可检验性**的假说。这些假说也是高度**可验证**的假说,因为一个假说的验证度主要取决于它检验的严格程度,因而取决于它的可检验性。现在我们知道可检验性与高度的(绝对的)逻辑**不可几性**或低度的(绝对的)逻辑概率是一样的。

但是如果两个假说 h_1 和 h_2 在它们的内容方面是可比的,因而在它们的(绝对)逻辑概率方面是可比的,那么下列说法也成立:使 h_1 的(绝对)逻辑概率小于 h_2 的。那么,不管证据 e 如何,已知 e 的 h_1 的(相对)逻辑概率决不可能超过已知 e 的 h_2 的(相对)逻辑概率。因此,**根据已知**的证据,可**更好检验的**和**更可验证的假说决不能获得比不**

271 在那些以这种方法论证的人中间是凯恩斯用了“先验概率”一词来指我称之为“逻辑概率”的东西(见第 34 节注 1)。他就一个“概括”g(即一个(假说)以及“条件”或前件或条件从句 φ 和“结论”或后件或结论句(f)作了下列完全确切的评论:[1]“条件 φ 内容越丰富和结论 f 内容越贫乏,我们赋予概括 g 的先验[*4]概率就越大。这个概率随着 φ 中的每一次增加而增加,它随着(f)中的每一次增加而减少。”正如我说的,这完全正确,即使凯恩斯并没有在他称之为“某一概括的概率”——与这里被称为“假说概率”的相一致——与它们的“先验概率”之间作出明确的区分。[*5]虽然如此,凯恩斯用他的“概率”所指的与我用“验证”所指的是一回事,这一点可从他的“概率”随验证实例数目以及(最为重要的)也随实例之间多样性的增加而增加中看出。(但是凯恩斯忽视了这一事实:其验证实例属于各种各样应用领域的理论常常相应地具有高度的普遍性。因而他的两个要求,即获得高的概率——最小可能的普遍性和验证实例最大可能的多样性——一般是不相容的。)

那么可检验的假说更高的概率。但是这意味着**验证度与概率不可能是一回事**。

这是一个关键性结果,我在正文后面的话只是从中引出这样的结论:如果你得到高概率的评价,你必须说得很少——或最好什么也不要说,重言式总会保持最高的概率。

1 凯恩斯《概率论》,1921 年,第 224 页以下。凯恩斯的条件 φ 和推论 f 符合(参见第 14 节注 6)我们的条件陈述函数 φ 和我们的后件陈述函数 f;也见第 36 节。应该注意的是,凯恩斯称如果条件或推论的**内容**,或内涵比它的外延更大的话,那么这个条件或推论就是**更综括的**。(我引述这种反向关系以把握一个术语的内涵与外延。)

*4 凯恩斯在写 *à priori*[先验]和 *à posteriori*[后验]时遵循一些杰出的剑桥逻辑学家;人们只能说,*à propos de rien*[毫无关系]——也许除非是 *à propos*[恰到好处]。

*5 事实上凯恩斯确实考虑到了“概括”g 的先验(或我现在称之为“绝对逻辑”)概率与已知证据 h 时它的概率之间的区别,在此限度内我在正文中的陈述需要校正。(他通过正确地尽管也许只是含蓄地假定——见《概率论》第 225 页——如果 $\varphi = \varphi_1\varphi_2$,和 $f = f_1f_2$,那么不同 g 的**先验**概率是:$g(\varphi, f_1) \geqslant g(\varphi, f) \geqslant g(\varphi_1, f)$来进行这种区分。)并且他正确地**证明**这些假说 g 的**后验**概率(相对**任何**已知证据 h 而言)与它们的先验概率以同样的方式变化。因此虽然他证明他的概率如(绝对)逻辑概率一样变化,而我的基本论点是可验证度(以及验证度)以相反方式变化。

用我的术语来表达,凯恩斯的理论蕴涵着验证(或假说概率)随可检验性而**降低**。他对归纳逻辑的信仰引导他达到这个观点。*[6] 因为使 272
科学假说尽可能**确定无疑**,正是归纳逻辑的倾向。只有在种种假说能被经验证明为正确时才赋予它们以科学意义。只是因为理论和经验陈述之间密切的**逻辑接近**(参照第48节注2和正文)一个理论才被认为科学上有价值。但是这不过意味着理论的**内容**必须**尽可能少地**超越经验上确定的。*[7] 这个观点与否认预测的价值有密切的联系。凯恩斯写道:"预测的独特优点……完全是想象性的。被考察的实例的数目和它们之间的类似是基本要点,碰巧在检查它们之前还是之后提出某一特定假说的问题是完全无关的。"凯恩斯在援引"先验地提出的"——即我们在对它们已有充分的支持以前根据归纳的理由提出的——假说时,写道:"……如果它不过是一种猜测,在它之前有一些事例或所有的事例都证实它,这一侥幸事实对它的价值丝毫不增添什么。"[2] 这种预测观点当然是前后一贯的。但是它使人们感到奇怪为什么我们总是要进行概括。有什么可能的理由要建立所有这些理论和假说?归纳逻辑的立场使这些活动成为完全不可理解的。如果我们评价最高的是可得到的最可靠的知识——并且如果预测本身对验证无所贡献——那么为什么我们依然不满足于我们的基础陈述?*[8]

---

*6 参见我的《后记》第*ii章。在我的验证理论——与凯恩斯的、杰弗里斯的和卡尔纳普的概率理论直接对立——验证并不随可检验性而**降低**,而是往往随它而**增加**。

*7 这也可用不可接受的规则来表达:"始终要选定最特设的假说!"

2 凯恩斯,同上书,第305页。

*8 卡尔纳普在他的《概率的逻辑基础》[*Logical Foundations of Probability*](1950年)中相信预测的**实用**价值,虽然如此,他作出了这里涉及的部分结论——我们可满足于我们的基础陈述。因为他说理论(他谈到"定律")对于科学"是不是可缺少的"——甚至对作出决定也不是不可缺少的:我们完全可以用单称陈述来对付。"虽然如此",他写道(第575页)"当然在论述物理学、生物学、心理学等等的书中谈谈普遍定律是有益的。"但是这种问题不是一个有益的问题——它是科学的奇特性之一。**一些科学家要解释世界**:他们的目的是找到令人满意的解释性理论——可充分检验的,即简单的理论——并且检验它们。(参见附录*X,以及我的《后记》的第*15节。)

273 引起十分类似的问题的另一个观点是凯拉[Kaila]的观点。[3] 虽然我认为正是简单的理论,以及那些很少利用辅助假说(参照第46节)的理论能得到很好的验证,正因为它们的逻辑不可几性,凯拉根据类似凯恩斯的理由正好以相反的方式解释这种情况。他也看到我们常常把一个高概率(用我们的话说,高的"假说概率")赋予**简单**的理论,尤其是那些需要很少辅助假说的理论。但是他的理由是与我的对立的。他不像我所做的那样把一个高概率赋予这些理论,因为它们是可严格检验的,或逻辑上不可几的;那就是说因为它们可以说是先验地具有**与基础陈述矛盾的许多机会**。相反地,他把高概率赋予具有很少辅助假说的简单理论,是因为他认为由**很少**假说组成的系统先验地比由许多假说组成的系统与实在发生矛盾的机会**更少**。人们在这里又一次不明白为什么老是要费神去建立这些冒险的理论。如果我们怕与实在发生冲突,为什么通过作出断言把理论招来?我们最安全的方针是采取一个**没有**任何假说的系统。["**雄辩为银,沉默是金。**"]

我自己的规则要求所用的辅助假说要尽可能地少("利用假说的节约原理")与凯拉的考虑毫无共同之处,我对仅仅减少我们陈述的数目不感兴趣:我感兴趣的是它们在**高度可检验性意义上的简单性**。正是这种兴趣一方面导致我的应尽可能少地利用辅助假说的规则,另一方面导致我的公理——最基本的假说——数目应尽量减少的要求。因为这后一点出于这一要求:应选取普遍性水平高的陈述,以及由许多公理组成的系统如有可能应从具有更少"公理"和普遍性水平更高的系统中演绎出来(因此用后一系统解释)。

84. 关于"真的"和"被验证的"概念的使用

在这里概述的科学逻辑学中,避免使用"真的"和"假的"概念是可

3 凯拉,"概率逻辑原理"[Die Principien der Wahrscheinlichkeitslogik](《阿波恩西斯大学学报》[*Annales Universitatis Aboensis*],图尔库[Turku]1926年),第140页。

能的。*[1] 它们的地位可由关于可推导性关系的逻辑考虑来代替。因此 274
我们不一定说:“假如理论 t 和基本陈述 b 是真的,预测 p 就是真的。”我们可以说,陈述 p 是从 t 和 b(非矛盾的)合取中得出的结论。一个理论的证伪可用同样方法描述。我们不一定说这理论是“假的”,但我们可以说它被一组公认的基础陈述反驳。关于基础陈述我们也不一定说,它们是“真的”或“假的”,因为我们可以把它们的得到承认解释为协约决定的结果,而公认的陈述是这种决定的结果。

这当然不是说,我们禁止使用“真的”或“假的”概念,或它们的使

---

*1 在本书写就后不久,我有幸遇见阿尔弗雷德·塔尔斯基,他对我说明了他的真理论的基本思想。这个理论——是从《数学原理》以来在逻辑学领域所作出的两个伟大发现之一——仍然常常被误解,这确是一个很大的不幸。不能过分强调塔尔斯基的真理概念(塔尔斯基为形式化语言的真理定义提供了一个方法)与亚里士多德[Aristotle]以及大多数人(除了实用主义者外)心里想的概念是一样的:**真理是符合事实**(或**实在**)的概念。但是如果我们说一个陈述符合**事实**(或实在)我们可能指什么呢?一旦我们认识到这种符合不可能是一种结构上的类似,阐明这种符合的任务似乎是没有希望的;并且结果我们也许会怀疑真理概念,并且宁愿不用真理概念。塔尔斯基通过把难以对付的符合概念还原为更简单的概念(“满意”或“完成”概念)解决了这个看来没有希望的问题(在形式化语言方面)。

由于塔尔斯基的教导,我不再在说“真理”和“谬误”方面迟疑不决。并且像每一个其他人的观点一样(除非他是一个实用主义者),我的观点事实上与塔尔斯基的绝对真理理论是一致的。因此虽然我对形式逻辑及其哲学的观点被塔尔斯基的理论革命化了,我对科学及其哲学的观点则仍未触动,虽然是澄清了。

我认为,目前对塔尔斯基理论的批判完全没有打中目标。据说,他的定义是人为的和复杂的;但是,由于他给有关形式化语言的真理下定义,真理在这样一种语言中必须立足于形成得很好的公式;并且真理与真理的定义属于正好同样程度的“人造性”或“复杂性”。还据说只有命题或陈述可能是真的或假的,但语句则不能。也许“语句”不是塔尔斯基原来术语的一个很好的译名。(我个人宁愿说“陈述”而不说“语句”;见例如我的文章,“塔尔斯基的真理的定义札记”,载《心灵》64,1955 年,第 388 页,注 1。)但是塔尔斯基本人使这一点极为清楚:一个未被解释的公式(或一连串符号)不能说是真的或假的,这些术语只适用于已被解释的公式——“**有意义**的语句”(正如译名表示的那样)。术语的改进总是受人欢迎的;但根据术语来批判一个理论是十足的蒙昧主义。

用造成了任何特殊的困难。我们可以避免它们这一事实本身表明它们不可能引起任何新的基本问题。“真的”和“假的”概念的使用十分类
275 似像“**重言**”、“**矛盾**”、“**合取**”、“**蕴涵**”诸如此类这些概念的使用。这些是非经验概念、逻辑概念。[1] 它们描述或评价一个陈述,不考虑经验世界中的任何变化。虽然我们假定物理对象(莱温[Lewin]意义上的“发生同一的”[genidentical]对象)随时间的推移而变化,我们仍然决定以这种方式使用这些逻辑谓词,因而陈述的逻辑性质成为无时间性:如果一个陈述是重言的,那么它永远是重言的。我们也把这同样的无时间性赋予“真的”和“假的”概念,这与日常的用法是一致的。说一个陈述昨天是完全真的,但今天变成假的,这不是日常的用法。如果昨天我们评阶一个陈述是真的,今天评价它是假的,那么我们今天不言而喻地断言**我们昨天错了**;甚至昨天这个陈述也是假的——无时间性地假的——但我们错误地“把它当作真的”。

这里人们能十分清楚地看到真理和验证之间的不同。评价一个陈述得到验证或没有得到验证也是一个逻辑评价,因此也是没有时间性的;因为它断言在某一理论系统和某种公认的基础陈述系统之间有一定的逻辑关系。但我们谈到一个陈述时决不能简单地说它本身或自己“得到验证”(以我们说它是“真的”这种方式)。我们只能说它**就某种基础陈述系统而言得到**验证——直到某一特定时刻以前得到承认的系统。“一个理论直到昨天得到的验证”与“一个理论直到今天得到的验证”**在逻辑上不是等同的**。因此我们必须给每一个验证评价添上一个下标——表征验证与之有关的基础陈述系统的下标。(例如用它得到承认的日期)。*[2]

所以,验证不是一个“真值”;即它不能与“真的”和“假的”概念(它们没有时间标志)处于同等的地位;因为对于同一陈述可以有任何

---

1 (1934 年在校样上补充的。)卡尔纳普可能会说“句法概念”,参照他的《语言的逻辑句法》。

*2 参照第 81 节注 *1。

数目的不同的验证值,这些值确实都可能同时是“正确的”或“真的”。因为它们是一些可从理论和在不同时期承认的不同组基础陈述中合乎逻辑地推导出来的值。

上述的评论也可帮助阐明我的观点和实用主义者的观点之间的对立,他们建议用一个理论的成功——因而**用它的有用性,或它的确证或它的验证来定义“真理”**。如果它们的意图只是要断言一个理论成功的逻辑评价不过是它的验证评价,那我可以同意。但是我认为把验证概念同真理概念等同起来远不是“有用的”。*[3] 这在日常用法中也是要避免的。因为人们谈到一个理论时完全可以说,它迄今根本未被验证,或它仍未被验证。但我们一般不应说一个理论迄今不是真的,或它仍然是假的。

85. 科学的道路

人们在物理学进化中可以辨认出某种总方向——从普遍性水平较低的理论到水平较高的理论的方向。这通常被称为“归纳”方向;也许会认为物理学沿这个“归纳”方向进展这个事实可被用作支持归纳方法的一个论据。

然而沿归纳方向进展不一定由归纳推理序列组成。实际上我们业已表明它可用完全不同的术语——用可检验性和可验证性程度——来解释。因为一个已得到充分验证的理论只能被一个普遍性水平更高的理论来代替;即被一个可更好检验的、并且此外**包含**旧的、得到充分验证的理论(或至少很接近于它)的理论来代替,所以把那种趋向——向普遍性水平越来越高的理论进展——描述为“拟归纳”趋向更好。

这种拟归纳过程应设想如下。提出具有某种普遍性水平的理论,

---

*3 因此如果我要把“真的”定义为“有用的”(就像一些实用主义者所提出的)或“成功的”或“得到确证”或“得到验证”,我们就必须引入一个新的“绝对的”和“无时间性的”概念来起“真理”的作用。

并用演绎法检验;在这以后,又提出普遍性水平更高的理论、又借助具有以前水平的普遍性的理论检验,如此等等。检验方法是不变地根据
277 从较高水平到较低水平的演绎推理。*[1] 另一方面普遍性水平按时间次序通过从较低水平到较高水平而达到。

也许提出这个问题:“为什么不直接发明普遍性水平最高的理论!为什么等待这种拟归纳进化?也许这不就是因为毕竟有归纳要素包含在其中吗?”我不认为如此。具有一切可能的普遍性水平的意见——推测或理论——一次又一次被提出。那些普遍性水平太高的理论(即离开当时可检验的科学达到的水平太远)也许产生一种“形而上学系统”。在这种情况下,即使陈述应该可以从这个系统中演绎出来(或只是不完全地推导出来,例如在斯宾诺莎[Spinoza]系统的情况下),这些陈述属于流行的科学系统,在其中也不会有任何**新的**可检验陈述;这意味着没有任何判决性实验能被设计出来检验所说的系统。*[2] 如果在另一方面,可以为它设计一个判决性实验,那么系统作为第一个近似将包含某个得到充分验证的理论。并且同时也包含某种新的东西——能够接受检验的东西。因此,该系统当然不是“形而上学的”。在这种情况下,可把所说的系统看作科学拟归纳进化上的新进展。这说明为什么一般只是由那些提出来试图应付当时问题情境,即当时的困难、矛盾和证伪的理论来建立与当时科学的联系。在对这些困难提出一种解决办法时,这些理论可指出通向判决性实验的道路。

为了获得一个这种拟归纳科学进化的图景或模型,可把种种思想和假说看作为悬浮在液体中的粒子。可检验的科学是这些粒子在容器底下的沉淀物:它们是分(普遍性的)层沉淀的。沉积的厚度随这些层
278 次数目而增长,每一个新的层次相当于比在它下面的那些理论更为普

---

*1 “从较高水平到较低水平的演绎推理”当然是解释(在第 12 节的意义上);因此处于较高水平的假说对于处于较低水平的假说是具有**解释性**的。

*2 应该注意到,我说的判决性实验是指设计出能反驳一个理论(如果可能)的实验,尤其是设计出来通过反驳(至少)两个对立的理论中的一个——当然并不证明其他——来对二者进行判定的实验。参见第 22 节注 1,以及附录 * iv。

遍的理论。这个过程的结果是以前在较高的形而上学区漂浮的思想有时可因科学的增长而被触及,因而与它接触而沉淀。这些思想的例子是原子论;单一物理“本原”或最终元素(其他东西由此衍生出来)的思想;地动理论(被培根认为虚构而反对);古老的光微粒说;它的液体理论(作为金属传导的电气假说而复活)。所有这些形而上学概念和思想,即使在其最初的形式,也许已帮助把秩序引进人的世界图景中,并且在一些情况下也许甚至已导致富有成效的预测。然而这样的一个思想获得科学的地位,仅当它存在于可证伪的形式时;那就是说,仅当用经验在它与某个对立理论之间作出抉择成为可能时。

我的研究已探索了本书开头所采取的一些决定和约定——尤其是划界标准——的种种结果。我们在回顾时可以试图最后全面地看一看已经呈现的科学和科学发现的图景。(我在这里想到的不是作为一种生物学现象,作为一种适应工具,或作为一种迂回的生产方法的科学图景:我想的是它的认识论方面。)

科学不是一个确定的或既成的陈述的系统;它也不是一个朝着一个终极状态稳定前进的系统。我们的科学不是绝对的真知(*epistēmē*):它决不能自称已达到真理,甚或像概率一样的真理的替代物。

然而科学具有的价值不只是生物学的生存价值。它不仅是一个有用的工具。虽然它既不能达到真理,也不能达到概率,追求知识和探索真理仍然是科学发现最有力的动机。

我们不知道:我们只能猜测。并且我们的猜测受到对我们能够揭示——发现的定律、规律性的非科学的、形而上学的(尽管在生物学上可以说明的)信仰指导。像培根一样,我们可把我们自己的当代科学——“人们现在通常应用于自然界的推理方法”——描述为由“轻率的和过早的预感”组成的,描述为“偏见”。[1]

但是,我们的这些不可思议的富有想象力的和大胆的推测或“预 279

1 培根,《新工具》[*Novum Organum*],I,26。

感”受系统检验的细心而清醒的控制。我们的任何“预感”一旦提出，都不能被教条地坚持。我们的研究方法不是维护它们，为了证明我们是多么正确。相反，我们努力推翻它们。我们努力利用我们的逻辑的、数学的和技术的武库中的所有武器来证明我们的预感是错的——为了代替它们提出新的未被证明的和不可被证实的预感，培根嘲弄地称它们为新的“轻率的和过早的偏见”。*[3]

有可能更为乏味地解释科学的道路。人们会说，进步“……只有两种方法获得：通过收集新的知觉经验，以及通过把已经得到的那些经验更好地组织起来”。[2] 但是科学进步的这种描述，虽然实际上并不错，似乎没有抓住要害。它也是培根归纳法的残余：太使人想起他的勤奋收集“无数成熟的应时的葡萄”，[3] 他期望科学之酒从中流出：想起他的始于观察和实验，然后进到理论的科学方法神话。（顺便说一句，这种神话方法仍然激励一些试图实践它的新近出现的科学，原因是普遍

*3 培根的“预感”（“*anticipatio*”；《新工具》，I，26）指的几乎就是“假说”（我的用法）。培根认为是，为了使心智为某一事物真正**本质**或**本性**的直觉作准备，必须过细地清除一切预感、偏见和偶象。因为一切谬误之源是我们自己心智不纯净：大自然本身并不撒谎。消除法归纳的主要功能是（与亚里士多德一致）帮助净化心智。（参见我的《开放社会》[*Open Society*]，第 24 章；第 10 章注 59；第 11 章注 33，在那里简单地描述了亚里士多德的归纳理论）。使心智清除偏见被看作是为科学家规定的一种仪式，科学家要使他的的心智作好准备以解释（无偏见地阅读）大自然之书；正如神秘主义者净化他灵魂使之准备看到上帝（参照我的《猜想与反驳》[*Conjectures and Refutations*] 导言（1963 年）1965 年）。

2 P. 弗兰克，《因果律及其界限》[*Das Kausalgesetz und seine Grenzen*]，1932 年。*科学的进步是由于知觉经验积累所致的观点仍然广泛持有（参照我的第二个序，1958 年）。我之拒绝这个观点同我摈弃由于我们的经验**必定**积累、科学或知识**必定**前进这种学说有密切联系。与之相反，我认为科学的进展依赖思想的自由竞争，因而依赖自由，并且如果自由遭到破坏，科学的进展就必然终止（虽然它在一定时间内，在一定领域，尤其在技术方面可继续下去）。这个观点在我的《历史决定论的贫困》[*Poverty of Historicism*]（第 32 节）中得到更充分的论述，我在那里（序）也论证说，我们知识的增长不能用科学手段预测，结果我们历史的未来进程也是不可预测的。

3 培根，《新工具》，I，123。

认为它是实验物理学的方法。)

科学的进展并不是由于越来越多的知觉经验随时间而积累。它也 280
不是由于我们正在越来越好地利用我们的感觉。科学不可能从未被解释的感觉经验中提炼出来,不管我们多么勤奋地收集和挑选它们。大胆的想法,未被证明的预感,以及思辨的思想是我们解释自然的唯一手段:我们把握自然的唯一的工具,我们唯一的仪器。并且我们为了获奖,就必须使它们冒风险。在我们之中不愿意使他们的思想去冒反驳的风险的人,不能参加科学游戏。

甚至用经验仔细地认真地检验我们的思想本身也受思想启发:实验是有计划行动,其中每一步受理论支配。我们并不是偶然地碰见我们的经验的,我们也让它们像溪流那样在我们身旁流过。宁可说,我们必须是主动的:我们必须"**制造**"我们的经验。正是我们总是向自然界提出问题;正是我们一而再、再而三试图提出这些问题,为了得到明确的"是"或"否"(因为自然界不给答案,除非逼着它)。最后,正是我们给出答案;正是我们自己在认真仔细研究之后决心回答我们向自然界提出的问题——在持久地和诚挚地试图从自然界那里得到一个毫不含糊的"否"之后。韦尔说:"我永远要纪录我对实验家在他的斗争中工作的无限敬意,他在这种斗争中从毫不让步的造物主那里夺取**可解释的事实**,造物主清楚地知道如何用一个决定性的**不**——或用一个听不见的是来对付我们的理论。"[4] 我完全同意他。

关于 *epistēmē*——绝对的确定的可证明的真知——的古老的科学理论已证明是一个偶象。科学客观性的要求不可避免地使每一个科学陈述必定仍然**永远是试探性的**。它当然可被验证,但是每一次验证是相对于其他陈述而言,这些陈述又是试探性的。只有在我们确信的主

4 韦尔,《群论与量子力学》,1931 年,第 2 页。H. P. 罗伯逊[H. P. Robertson]的英译本:《群论与量子力学》,1931 年,第 XX 页。

观经验中，在我们的主观信仰中，我们才可能是“绝对确定无疑的”。[5]

蒙昧主义的防御工事随着确定性的偶像（包括不完全确定性或概率的偶象）而垮台了。蒙昧主义阻碍科学前进的道路，妨碍我们问题
281 的大胆性，危害我们检验的严格性和完整性。这种错误的科学观表现于渴望成为正确；因为造就科学家的不是他之**拥有**知识、不可反驳的真理，而是他坚持不懈地以批判的态度**探索**真理。

那么，我们的态度不得不是一种无可奈何的态度吗？我们是否不得不说，科学只能完成它的生物学任务；即至多它只能在可验证它的实际应用中证明它的品质吗？它的智力问题是不可解的吗？我不认为如此。科学决不追求使它的回答成为最后的甚至可几的这种幻想的目的。宁可说，它的前进是趋向永远发现新的、更深刻的和更一般的问题，以及使它的永远是试探性的回答去接受永远更新的和永远更严格的检验这一无限然而可达到的目的。

原书正文部分止于此处

印于第 283 – 305 页的补遗 i – vii 为初版的补遗部分

补遗　1972 年

我的书前一章（即最后一章）试图阐明的是：通过一个理论的**验证度**，我简要地总结了理论经受住检验的方式以及这些检验是如何严格。

我从未偏离过这个观点。例如，见附录 * vii，第 363 页；附录 ix，第 387 页；尤其是附录 * ix 的最后一节（ * 14），第 418 页以下。这里我将补充以下几点：

5　参照例如第 30 节注 3。这最后的评论当然是心理学性质的评论，不是认识论性质的评论，参照第 7、8 节。

(1)逻辑的和方法论的归纳问题不是不可解决的,但是我的书提供了一个反面的解决:(a)**我们决不能合乎理性地证明一个理论**,这就是说,我们决不能合乎理性地证明对一个理论真理性的信念,或对它可能是真的信念。这种否定解决同下述包含在**优先选择**比其他理论得到更好验证的理论的**规则**中的肯定解决是相容的;(b)**我们有时能够合乎理性地证明**根据理论的验证,即根据竞争理论的批判讨论的现状(从评价它们接近真理性,即逼真性的观点对它们进行批判讨论和比较)**优先选择**某一理论。这种批判讨论的现状,原则上可以它们验证 282
度的形式报告。然而,验证度不是逼真性的量度(逼真性的量度必须是没有时间性的),而只是关于我们到某一时刻为止能够确定什么的报告,关于根据对可得到的理由(这些理由已被提出来支持或反对理论的逼真性)所作的判断比较竞争理论主张的报告。

(2)逼真性观念提出的一个形而上学问题是:自然界中有没有真正的规律性? 我的回答是:"有"。支持这个回答的论据(非科学的,但也许是"超验的";见第 368 页)是:如果自然界中没有显而易见的规律性,那么观察和语言都不可能存在:描述性语言和论证性语言都不可能存在。

(3)这个回答的力量依赖某种常识实在论。

(4)实用的归纳问题也就自行解决了:在实践上优先选择根据理性讨论更接近于真理的理论是冒风险的,但是合乎理性的。

(5)我认为心理学问题(为什么我们**相信**如此选择的理论继续值得我们信任?)是没有什么意义的。

(6)这种方法并未解决所有可能的"归纳问题"。(参见我即将出版《客观的知识:一种进化论的方法》一书。)

附　　录

APPENDICES

附录 i　定义理论的维数

参照第 38、39 节

以下定义只能被视作临时的。*[1] 我的意图是，要定义这理论的维数与其在应用域通过图纸所展现的曲线集合的维数相符。困难在于我们着手定义之前，不能事先对这一应用域的度量[metric]和拓扑结构做出假设，特别是不能事先对邻域关系做出假设。我承认，我这定义与其说克服了这个困难，不如说绕过了这个困难。之所以可能绕过它是因为存在这样一个事实：一个理论总是禁止**“同型”事件**的发生（所谓同型事件就是一类仅仅在时空坐标上有所区别的事件，参照第 23 和 31 节）。因为这个原因，我们一般都用标明时空坐标的图形来表示应用域，结果相对原子陈述的域一般就会呈现出拓扑的甚至是度量的秩序。 285

我的定义是这样的：只有当理论 t 和应用域 F 之间满足以下关系时，t 才能被称为“对应于应用域 F 的维 d”：存在一个数 d，并且（a）理

---

*1　有个经过简化的更一般的定义，它是这样的。设 A 和 X 为两组陈述。（A 是普遍法则的集合，X 是具有无穷数量的单独检验陈述的集合。）于是，当也仅当以下条件成立时，我们说 X 是相对于 A 的（齐性的[homogeneous]）应用域（写成算符就是 $X = F_A$）：对 A 中的每个陈述 a，都存在一个自然数 $d(a) = n$，它能满足以下条件：（ⅰ）由 X 中 n 个不同陈述组成的任意合取 C_n 都与 a 相容；（ⅱ）对任意一个这样的 C_n 来说，在 X 中都存在两个陈述 x 和 y，使 $x.\,c_n$ 和 a 不相容，并使 $y.\,c_n$ 既不能从 a 推导而来，也不能从 c_n 推导而来，而只能从 $a \cdot c_n$ 推导而来。

相对于 $X = F_A$，$d(a)$ 称作 a 的维，或者 a 的复合度[degree of composition]。而 $1/d(a)$ 或者 $1/(d(a)+1)$，可以看作对 a 的简单性[simplicity]的测度。

这个问题将在附录 * ⅷ中进一步讨论。

论与域中的任何 d 多元组都没有冲突;(b)任何给定 d 多元组与理论
286 的合取,都能将余下的相对原子陈述无穷分入子类 A 和子类 B,并满足以下条件:(α)当与给定的 d 多元组合取时,子类 A 的每个陈述都形成“证伪 $d+1$ 多元组”,就是理论潜在的证伪者;(β)同时子类 B 的数至少是 1,可能更多,总之是无穷之子类[B_i]的有穷个数,它使由子类[B_i]中任何数量的陈述组成的合取,能与由给定 d 多元组和理论组成的合取相容。

这一定义有意排除了一个理论兼行于两个应用域那种可能,要不然便可能出现这样的情况:一个应用域的相对原子陈述得自另一应用域相对原子陈述的合取(若要应用域与其图形所示一致,就必须避免这样的情况。参照第 39 节)。我认为通过我这定义,原子陈述的问题(参照第 38 节注 2)就通过可称之为“演绎法”的途径得到了解决,因为理论本身决定了哪个单称陈述是相对原子的(相对理论而言)。应用域正是通过理论本身得到定义,连带着陈述也得到了定义,因为它就逻辑形式而言与理论具有相同的地位。于是乎原子陈述问题并不会因为发现了某些基本的陈述形式——其他更复杂的陈述,都在这基础陈述形式之上通过归纳或通过真函项建立起来——而得到解决。恰好相反,相对原子陈述连同众多单称陈述,都是理论的全称陈述留下的沉淀物[solid deposit]。

附录 ii　有穷类中频率的一般算法

参照第 52 和 53 节[*1]

一般乘法定理：若以“α”来表示有穷参考类[finite reference class]，并分别以“β”和“γ”来表示两个性质类[property class]。首先的问题是如何确定既属于 β 也属于 γ 的那些元素的频率。 287

此问题由以下公式解决

$$(1) \qquad {}_{\alpha}F''(\beta.\gamma) = {}_{\alpha}F''(\beta).\,{}_{\alpha.\beta}F''(\gamma)$$

或者，因为 β 和 γ 可以交换：

$$(1') \qquad {}_{\alpha}F''(\beta.\gamma) = {}_{\alpha.\gamma}F''(\beta).\,{}_{\alpha}F''(\gamma)$$

这可由第 52 节给出的定义立即证明。代入此定义后，由(1)我们可得：

$$(1,1) \qquad \frac{N(\alpha.\beta.\gamma)}{N(\alpha)} = \frac{N(\alpha.\beta)}{N(\alpha)} \cdot \frac{N(\alpha.\beta.\gamma)}{N(\alpha.\beta)}$$

删去“$N(\alpha.\beta)$”后结果是一样的。（这一证明以及(2_s)的证明与赖兴巴赫截然不同，见《数学杂志》34，第 593 页。）

若我们假设 β 和 γ 是独立的（参阅第 53 节），也就是说

$$(1^s) \qquad {}_{\alpha.\beta}F''(\gamma) = {}_{\alpha}F''(\gamma)$$

我们就由(1)得出特殊的乘法定理

---

*1　本附录后来被我发展成对概率的公理处理。见附录 * iii 至 * v。

$$(1_s) \qquad {}_{\alpha}F''(\beta.\gamma) = {}_{\alpha}F''(\beta).\ {}_{\alpha}F''(\gamma)$$

因为(1)和(1′)相等,独立的对称关系就能得到证明(参照第53节注释4)。

加法定理用来确定或属于β或属于γ的那些元素的频率。若以"β
288 $+\gamma$"来表示这两个类的析取性组合,其中的"+"号,**当其位于类名之间**时,并不代表数学运算中的加法,而代表**非不可兼的**[*non-exclusive*]"**或者**",则一般加法定理为:

$$(2) \qquad {}_{\alpha}F''(\beta+\gamma) = {}_{\alpha}F''(\beta) + {}_{\alpha}F''(\gamma) - {}_{\alpha}F''(\beta.\gamma)$$

若我们用类计算的通用公式,则这一陈述可由第52节的定义推得

$$(2,2) \qquad \alpha.(\beta+\gamma) = (\alpha.\beta) + (\alpha.\gamma),$$

或用以下公式(同样是通用公式),结果也一样

$$(2,1) \qquad N(\beta+\gamma) = N(\beta) + N(\gamma) - N(\beta.\gamma)$$

假设α、β和γ中不含有相同的元素——可用以下公式表达

$$(2^s) \qquad N(\alpha.\beta.\gamma) = 0$$

则可由(2)推知特殊的加法定理

$$(2_s) \qquad {}_{\alpha}F''(\beta+\gamma) = {}_{\alpha}F''(\beta) + {}_{\alpha}F''(\gamma).$$

特殊的加法定理适用于α类中**所有**基本性质,因为**基本性质**是互相排斥的。当然,这些基本性质的相对频率之和总是等于1。

除法定理说明了在由α类中选出的类中,γ性质对应于β性质的频率。将(1)倒置,马上就可以得出一般公式。

$$(3) \qquad {}_{\alpha.\beta}F''(\gamma) = {}_{\alpha}F''(\beta.\gamma) \ /\ {}_{\alpha}F''(\beta)$$

借助特殊乘法定理,可将一般除法定理(3)转变为

$$(3^s) \qquad {}_{\alpha.\beta}F''(\gamma) = {}_{\alpha}F''(\gamma)$$

在这一公式中我们再度认出了条件(1^s),因之我们看到,**独立可以**

被描述为特殊的选择。

与贝斯之名联系的各种定理，都是除法定理的特殊案例。假设$(\alpha.\gamma)$是β的一个子类，或表示为

(3^{bs})　　$\alpha.\gamma\subset\beta$

则可由(3)得出贝斯法则的第一个(特殊的)形式

(3_{bs})　　${}_{\alpha.\beta}F''(\gamma)={}_{\alpha}F''(\gamma)\ /\ {}_{\alpha}F''(\beta).$　　289

我们若要避免如(3^{bs})的假设，则可以β_1、β_2……β_n各类之和替代(3^{bs})中的"β"。按照我们在类名间使用"+"号的办法类推，我们在类名之前用"Σ"号，这样就可写出贝斯定理的第二个(通用的)形式：

(3_{b})　　${}_{\alpha.\ \Sigma\beta i}F''(\beta_i)={}_{\alpha}F''(\beta_i)\ /\ {}_{\alpha}F''(\Sigma\beta_i).$

假设β_i和α没有共同的元素，则可将特殊加法定理(2^{s})应用于这一公式的分子。此假设可表示为：

$(3/2^{s})$　　$N(\alpha.\beta_i.\gamma_j)=0.\qquad(i\neq j)$

在此假设下我们可得出贝斯定理的**第三种**(特殊的)形式，它对基本性质β_i有效：

$(3/2_{s})$　　${}_{\alpha.\ \Sigma\beta i}F''(\beta_i)={}_{\alpha}F''(\beta_i)\ /\ (\Sigma\ {}_{\alpha}F''(\beta_i)).$

贝斯定理的**第四种**——同时也是最重要的特殊形式，可由上述最后两个公式，连同假设$(3/2^{s})$和4^{bs}得出：.

(4^{bs})　　$\alpha.\gamma\subset\Sigma\beta_i$

只要满足$\gamma\subset\Sigma\beta_i$的条件，此条也总是满足。

以"$\beta_i\gamma$"代换$(3/2_{s})$中的"β_i"，我们可将以下公式应用于表达式左边

$(4^{bs}.I)$　　$\alpha.\ \Sigma\beta_i.\ \gamma=\alpha.\ \gamma.$

而对于表达式右边，不论分子分母都可以应用(I')。于是我们就得到：

$$(4_s)\quad {}_{\alpha.\gamma}F''(\beta_i) = {}_{\alpha.\beta_i}F''(\gamma).\ {}_{\alpha}F''(\beta_i) \ /\ \sum({}_{\alpha.\beta_i}F''(\gamma).\ {}_{\alpha}F''(\beta_i))$$

这样，假如β_i是个排除性的性质类系统，而任何性质类都是（α中的）β_i的一部分，那么(4_s)就给出了对应于γ的选择之中的每个性质β_i的频率。

附录iii　二项式第一形式的推导过程

适用于交迭节段的有穷序列，参照第56节

第一个二项式[binomial formula]为 *1　　290

(1)　　$$_{\alpha_{(n)}}F''(m) = {}^{n}C_{m}p^{m}q^{n-m}$$

这里 $p = {}_{\alpha}F''(1)$，$q = {}_{\alpha}F''(0)$，$m \leqslant n$。假设 α 是(至少是)$n-1$ 个自由度(不计末一项产生的错误，参照第56节)，则只要如下公式成立，这一二项式能够被证明

(2)　　$$_{\alpha_{(n)}}F''(\sigma_{m}) = p^{m}q^{n-m}$$

此处"σ_m"代表一个特殊的(尽管是以武断方法选出的一个)并包含有 m 个1的 n 组复合。(表达式意在说明，给定的是这一 n 组复合的完整安排，不仅包括1的数量，还有1在 n 组复合中的位置。)假设(2)对所有的 n，m 和 σ(1的各种安排)都成立，那么，根据著名的组合定理[combinatorial theorem]，${}^{n}C_{m}$ 便将 m 个1安排到 n 的各种方法区别开来。照特殊加法定理，我们就可以推导出(1)。

现在要证明在任意一个 n 的条件下，也就是一个特定的 n，任意 m 和任意 σ 都与此 n 相容的条件下，(2)成立。我们便要证明在这一假设下，(2)对 $n+1$ 也必定成立，也就是说，我们要证明

(3,0)　　$$_{\alpha_{(n+1)}}F''(\sigma_{m+0}) = p^{m}q^{n+1-m}$$

以及

---

*1　注意 $\binom{n}{m}$ 是双项式系数 ${}^{n}C_{m}$ 的另一种写法，它的意思是，倘若 $m \leqslant n$，m 个物体能够被安排到 n 个位置的安排方法的数量。

(3,1) $$_{\alpha_{(n+1)}}F''(\sigma_{m+1}) = p^{m+1}q^{(n+1)-(m+1)}$$

此处“σ_{m+0}”或“σ_{m+1}”对应于 $n+1$ 长度的序列,这些序列可由在 σ_m 后加 0 或 1 得来。

291 考虑到 n 组复合(或节段)的每个长度 n,假设 α 是(至少是)$n-1$ 个自由度(独立于后效),那么对具有 $n+1$ 长度的节段,α 就至少是 n 个自由度。设“$\acute{\sigma}m$”代表接续一个 n 组复合 σ_m 的性质,则我们可推断

(4,0) $$_{\alpha}F''(\acute{\sigma}m.0) = {}_{\alpha}F''(\acute{\sigma}m).{}_{\alpha}F''(0) = {}_{\alpha}F''(\acute{\sigma}m).q$$

(4,1) $$_{\alpha}F''(\acute{\sigma}m.1) = {}_{\alpha}F''(\acute{\sigma}m).{}_{\alpha}F''(1) = {}_{\alpha}F''(\acute{\sigma}m).p$$

显然,σ_m,也就是说 α 中“σ_m”序列的后继者,肯定与 $\alpha_{(n)}$ 中的 σ_m 一样多,因此

(5) $$_{\alpha}F''(\acute{\sigma}_m) = {}_{\alpha_{(n)}}F''(\sigma_m)$$

由此我们可以变换(4)的右边。同理可得

(6,0) $$_{\alpha}F''(\acute{\sigma}_m.0) = {}_{\alpha_{(n+1)}}F''(\sigma_{m+0})$$

(6,1) $$_{\alpha}F''(\acute{\sigma}_m.1) = {}_{\alpha_{(n+1)}}F''(\sigma_{m+1})$$

由此我们可以变换(4)的左边,也就是说,通过将(5)和(6)代换进(4),可得

(7,0) $$_{\alpha_{(n+1)}}F''(\sigma_{m+0}) = {}_{\alpha(n)}F''(\sigma_m).q$$

(7,1) $$_{\alpha_{(n+1)}}F''(\sigma_{m+1}) = {}_{\alpha(n)}F''(\sigma_m).p$$

于是我们看出,假设(2)在若干个 n 的情况下有效(并且所有 σ_m 分布都属于它),我们就能通过数学归纳推导出(3)。(2)实际上在 $n=2$ 以及所有 σ_m(其中 $m\leqslant 2$)的情况下仍有效,这只要先设 $m=1$ 再设 $m=0$ 就能得出。于是,就可断言(3)并依次得以断言(2)和(1)。

附录 iv　建立随机序列模型的一种方法

参照第 58、64 和 66 节

假设(如第 55 节)对每个有穷数 n,都能建立起一个具有 n 自由度 292
(独立于后效)和等量分布的生成周期。在每个这样的周期中,每个有复合可能的 x 组复合($x \leqslant n+1$)的 1 和 0 都至少会出现一次。*1

(a)我们建立一个模型序列,通过以下方式使它具有"绝对自由度"(独立于后效)。我们写下一个随意选取的 n 的具有 n 自由度的周期。这个周期具有有穷数量的词项[term]——设其为 n_1。现在再写一个新的周期,它至少具有 $n_1 - 1$ 自由度。设新周期长度为 n_2,在新周期中,至少出现一个序列,它与方才给定的周期长度 n_1 是相同的,我们将新周期重新安排,使它由这个序列开始(根据第 55 节的分析,这总

---

*1　要为一个等量分布、具有 n 自由度的频率建构一个发生周期,可以有各种不同的建构方法。以下是一个简单的方法。设 $x = n+1$,我们首先建构所有 2^x 可能的 x 组复合的 1 和 0 的**表格**(根据辞典编纂的法则,也就是根据量值来组成秩序)。接着我们写下这些 x 组复合的最后一个作为起始期,它由 x 个 1 构成。且将它从我们的表格中划掉。接下来我们遵照以下法则行事:**如果允许**,就给起始节段加个 0,如果不允许,就加个 1。不管最后创造出的起始期 x 组复合是什么,总是把它从表上划掉。(此处的"**如果允许**"指的是"如果像这样创造出的、起始期的 x 组复合还没出现,还没有被从表上划掉"。)像这样进行下去,直到所有表上所有的 x 组复合都被划掉:结果是一个具有 $2^x + x - 1$ 长度的序列,其构成为(a)一个长度为 $2^x = 2n+1$ 的发生周期,具有 n 个自由选择,(b)给这个周期加上了下一个周期的最初 n 个元素。用这种方法建构的序列可以称为"**最短的**"n 自由度序列,因为很容易看出,对于一个周期性的 n 自由度序列来说,其发生周期不可能比 2^{n+1} 更短了。

此建构法则的有效性,已为 L. R. B. 埃尔顿[L. R. B. Elton]和我本人证明,我们准备联名发表一篇相关论文。

是可以做到的)。我们命名其为第二个周期。现在再写下一个新周期,使其具有至少 n_2-1 自由度并从这第三个周期中找到与**第二个周期**(经重新安排后)相同的序列,接着再重新安排这第三个周期,使它
293 从第二个周期开始,如此一直进行下去。通过这个方法我们得到一个序列,其长度增加的非常迅速,而其起始期就是先前写下的周期。这一周期反过来又成为第二个周期的起始序列,如此一直下去。通过给定一具体的起始序列,连同其他一些条件——也就是说,写下的周期长度永远不超过必要的上限(这样周期的长度**刚好**是 n_i-1 个自由度,而非**至少**是 n_i-1 个自由度),这个建构方法可以得到很大改善,变得不再是模糊的了,可以定义一个确定的序列,使我们能够计算序列中的每一项,知道它是 1 还是 0。*2 于是我们就有一个(确定的)序列,根据数学

*2 我提议把我们建构的这种序列称为"最短随机般的序列"[shortest random-like sequence]。我来举个实际例子说明整个建构过程。我们可以从

(0) 0 1

开始我们的周期。此周期长度为 $n_0=2$。(我们可以说此周期生发出一个具有 0 自由度的选择)。接下来我们得建构一个具有 n_0-1 个自由度的,也即 1 自由度的周期,我们必须把它安排成由序列"0 1",也就是我们的(0)开始。安排结果是

(1) 0 1 1 0

$n_1=4$。接着我们用注 *1 提到的方法,建构具有 n_1-1 自由度的(也即 3 自由度的)周期如下

(2) 1 1 1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0

因为 $n_2=16$,我们接着按照注 *1 的方法,建构一个具有 15 自由度的周期(3),其长度为 $2^{16}=65,536$。一旦我们建成了这个 15 自由度的周期(3),我们必须能在这个长长的周期中找出序列(2)出现的位置。我们接着重新安排(3),使它由(2)起始,然后接着建构长度为 $2^{65,536}$ 的(4)。

以这种方法建构起来的序列可以称为"最短随机般的序列",因为(ⅰ)其建构过程的每一步,都是在建构一个最短的 n 自由度周期(参照以上注 *1),(ⅱ)因为这个序列的结构是这样的,不论在其建构的那一阶段,它总是以一个最短 n 自由度周期**开始**。这样的建构方式结果就保证了,长度 $m=2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}$ 的每个起始片断,对于最大可能的 n(即 $n=(\log_2 m)-1$)都是最短 n 自由度周期。

法则建构起来的序列，其频率的界限为 294

$$_{\alpha}F'(1) = {}_{\alpha}F'(0) = \frac{1}{2}$$

依照二项式第三种形式的证明过程（第 60 节），或伯努利定理的证明过程（第 61 节），可知（近似地）对我们所选择的任意一个频率值，只要假设至少存在一个绝对自由的序列（我们刚刚证明过），则必定存在许多“绝对自由”的序列。

（b）用类似的建构方法，可证明存在许多序列，它们尽管没有频率界限，却都具有一个“绝对自由”的中间频率（参照第 64 节）。我们只需将过程（a）调整一下，在周期长度增加了几次后，我们便给序列加上一个有穷的“块”（或“反复”），比如说 1。这一块非常之长，使有些不同于$\frac{1}{2}$的频率 p 得以达到。当达到这频率后，将整个序列写下来（其目前的长度是 m_i），就是一个周期 $m_i - 1$ 自由度（分布相等）的起始序列，这样可以一直持续下去。

（c）最后，照类似的方法可以建立起一个序列模型，使它具有超过一个“绝对自由”的中间频率。根据（a）存在一些分布不相等，并且“绝对自由”的序列，设其为（A）和（B）（其频率分别为 p 和 q），它们的存在由以下证明。我们写下（A）的起始周期，接着在（B）中找到它，将（B）周期在这一起始点之前的部分重新安排，使（B）周期开始于刚才写下的那个起始周期。我们接着把这经过重新安排的整个（B）周期作为一个起始周期。然后在（A）中寻找，直到找到这一新写下的周期，重新安

这个“最短”属性非常重要。因为我们总能得到 n 自由度，或绝对自由的等量分布序列，这些序列由一个具有任意选择长度 m 的有穷节段开始，而这个有穷节段不具有随机特征，而只是由 0、只是由 1，或只是以其他任何直观上“规则的”安排构成。这说明对应用来说，仅对 n 自由度甚或绝对自由的要求，是不够的。必须代之以新的要求，要求**从一开始就显著的** n 自由度。而“最短”随机般的序列，恰好就以最激进的方式，满足了这个要求。因而它们本身就能够成为随机性的理想标准。对这些“最短的”序列来说，**收敛**[*convergence*]**马上就能得到证明**，这与以下（b）和（c）的实例不同。参见附录 * vi。

排(A),如此重复下去。通过这种办法我们得到一个序列,其中各项反复出现,对序列(A)的 p 频率达到 n_i 个自由度,同时各项反复出现,对序列(B)的 q 频率也达到 n_i 个自由度。由于在这个例子中 n_i 无限增加,我们就得出一个建构序列的模型,它具有两个不同的、都是"绝对
295 自由"的"中间频率"。(我们确实决定了(A)和(B),它们具有不同的频率限制。)

(注意)对于同时掷出两个骰子 X 和 Y 的经典问题(以及与此相关的问题),只要符合以下条件,特殊乘法定理就是适用的:我们猜测"复合序列"(姑且称之)——也就是具有 X 个奇数项和 Y 个偶数项的序列 α——是随机的。

附录 v　对一个异议的检验　双孔试验

参照第 76 节[*1]

以下(a)所描述的假想实验,其意在驳倒我的论断——我们能够强制性地[arbitrarily]在完全同一时刻(非预测性的)既测量某粒子的位置又测量它的动量,而且这与量子论是相容的。 296

(a)设 A 是一个放射性原子,由它射出的光通过两个裂口 Sl_1 和 Sl_2,落到屏幕 S 上。根据海森堡的说法,在这种条件下我们可以精确测量 A 的位置,或者是放射性的动量(但不能同时测量这两项)。假如我们精确测量了位置(这一操作"模糊"[blur]或"涂污"[smear]了动量),就可以假设光是以球形波从 A 放射出来的。但是假如我们精确测量了动量,比如通过光子发散引起的反弹次数(这样就"模糊"或"涂污"了位置)测量了动量,则我们就可以精确算出发散出的光子的方向和动量。这一情况迫使我们把放射看作是粒子放射("针式放射"[needle-radiation])。因此对应于两种不同的测量操作就得出两种不同的放射方式,使我们得到两种不同的实验结果。如果我们精确测量位置,在屏幕上就得到一个干扰图式[interference-pattern]:一个点状光源——能够精确测定位置的光源正是点状光源——在持续发光。另一方面,假如我们对动量进行精确测量,我们得不到干扰图式。(当光子通过裂口,闪动的光,或交光[scintillation]便显现在屏幕上,不带干扰

---

*1　参见附录 * xi以及我的《后记》第 * v 章,第 * 110 节。我现在的观点是,双孔实验要用不同的方式处理,但是本附录提出的解释仍是有趣的。(e)点在我看来,仍是对那些企图用"互补"[complementarity]来解释波与粒子二元论者的有效批评,不过近来有些物理学家已经放弃了这种企图。

图式。一个不持续发光的非点状光源，符合位置被“模糊”或“涂污”的事实。）倘若我们假设能够同时精确测量位置和动量，那么根据波的理
297 论，原子将一方面不得不发射能够产生干扰图式的持续球形光波，另一方面却又不得不发射非持续性的光子的粒子束。（要是我们能测算每个光子的路径，就永远也得不到干扰图式，因为光子既不相互消灭也不相互作用。）因此同时精确测量位置和动量的假设，便导致两个相互矛盾的预测。一方面它预测干扰图式将出现，另一方面它又预测干扰图式将不会出现。

（b）现在我将用统计学的方法来重新阐述这一假想实验。我先处理精确测量位置的情况。我用一束原子来替代单个的放射性原子，它们持续发出球形光波。这一结果是通过设置第二块屏幕达到的，在第二块屏幕上戳一个非常微小的孔 A，将屏幕放置在原子束和第一块屏幕之间，使小孔 A 恰好占据原先单个放射性原子 A 的位置。原子束发射出光线，经过给定位置的小孔 A 的筛选，以持续球形光波的形式发散。这样我们就把已确定的单个原子的位置，替换为关于位置的纯粹统计学选择。

（c）通过类似的方法，我们可以把在精确测量其动量时，位置被“模糊”或“涂污”了的原子，替换为一个给定动量下的纯粹动量选择。换句话说，能够替换为来自某种光源的（非点状光源的）相互平行的单频光子束。

对以上两种情况我们分别得到正确的实验结果：（b）情况下出现干扰图式，而（c）情况下则不出现干扰图式。

（d）可是如何解释第三种情况，那种情况会导致相互矛盾的预测？试想我们已经精确观测了原子 A 的路径，这意味着我们既观测了它的位置，也观测了它的动量。我们会发现原子发射出单个光子，随着每次发射而反弹，每次反弹都将它移往其他位置，每次移动都是朝着新的方
298 向。假设原子按这样的方式放射一段时间（且排除它在这段时间内吸收能量等问题），则它在这段时间内就有不同的位置，跨越颇大的一片空间。因为这个原因，我们不能用点状的原子束来代替单个原子：我们

只能用分散在一片空间中的一群原子来替代它。再有,因为原子朝各个方向发射,我们也得用朝着不同方向发射的一群原子来替代它。所以我们得不到一个纯粹的条件,我们也得不到持续的放射,我们也就得不到干扰图式。

与此类似的异议实验都可以按照这个例子来重新解释。

(e)与这一想象实验有关的是,论点(a)的结果与原先预料的相反,但是用它来阐明所谓互补问题(或称波和粒二元论)则还远远不够。论点(a)试图阐明互补问题,因为它显示原子要么就发射持续光波,要么就发射非持续的光子,两项操作相互排除,因而二者并不冲突。可是称这两项操作相互排除的说法并不正确,因为我们当然可以将不太精确的位置测量和不太精确的动量测量结合起来,结果在这样的情况下,原子既不是完全发射持续光波,也不是完全发射非持续的光子。在对付这等中性的案例时,尽管我的意图不在于解决波和粒二元论问题,但我本人的统计学解释显然轻松自如。我认为在统计性的量子物理框架内(海森堡和薛定谔的粒子理论,见波恩 1925 - 1926 年间的阐释),要想真正令人满意地解决这一问题不太可能,但是我想在波域[wave-fields]或"第二量子"[second quantization]的量子物理框架内(狄拉克的发射与吸收理论以及由狄拉克、约尔丹、泡利、克莱因、米耶[Mie]和维格纳[Wigner]等人在 1927 - 1928 年提出的物质波域理论。参照我对第 73 节介绍的注 2。),它有可能得到满意的解决。

附录 vi　测量的非预测性过程

参照第 77 节[*1]

299　一束沿着平行路径朝 x 方向前进的非单频粒子，比如一束光，其动量选择是通过插入过滤器来实现的。（如果光束含有电子，就不得不用电场来替代过滤器，这电场垂直于光束的方向，以分析其频谱。）我们和海森堡一样，假设这一过程不改变动量（或者更准确地说，不改变

---

*1　海森堡大多用**测量**[*measuring*]、**观察**[*observing*]这两个词而不是**选择**[*selecting*]。他借假想实验的形式把这一问题表述如下：如果我们想观察电子的**位置**，我们就必须借用高频光来观察，而高频光会与该电子强烈作用，因而**干扰**它的动量。如果我们想观察它的动量，我们就必须借用低频光，低频光的确不会（实际不会）改变该电子的动量，但是却无法帮助我们确定其位置。在他的讨论中有一点十分重要，**那就是动量的测不准是由干扰造成的，可是位置的测不准却不是由任何类似的干扰造成的**，而是由我们要避免对系统的强烈干扰而造成的。（见附录 * xi，第 9 点。）

我原先的论证（它基于这一观察）如今发展成如下这个样子。因为动量的确定过程与系统作用甚小，不改变动量，所以它也必定不改变位置，只是没能揭示出这位置罢了。但是未被揭示出的位置，还可以在稍后的第二次测量中加以揭示。由于第一次测量没有改变（实际不会）电子的状态，我们因而能够计算出电子过去的位置，不仅是它在两次测量**之间**的位置，而且包括它在第一次测量前的位置。

我看不出海森堡有什么办法，能够避免这一结论，而不从本质上修正他的论证。（换句话说，我仍然相信我在第 77 节进行的论证和实验，能够证明海森堡在观察电子问题上的不一致之处。）不过当时我假设对于海森堡的假想“观察”或“测量”成立的，对我的“选择”也成立，现在我相信我这一假设是错误的。因为爱因斯坦说明了（见附录 * vii），我这假设对作用于一个光子的虑镜就不成立。而对于本附录第一段提到的垂直于电子束的电场，它也不成立。因为要使电子沿着 x 轴平行运动，电子束的宽度必定相当可观，结果当它们在电场中偏移后，它们在进入电场前的位置便无法精确计算。这便使本附录、下一篇附录及第 77 节的论证失效。

它们在 x 方向上的成分),因而也就不改变被选择的粒子的速率(或它们在 x 方向上的成分)。

在过滤器后面我们再放置一个盖革计数器(或者一片运动着的照相胶片),以测量粒子到来的时间。于是我们就能——因为粒子的速率是已知 300
的——计算它们在到达之前任何瞬间的 x 坐标[x-co-ordinates]。于是就产生两个假设。一方面,假如粒子位置的 x 坐标不受对其动量测量的影响,则对位置和动量的测量,其有效性就能扩展到动量选择(通过过滤器)之前。另一方面,假如动量选择确实干扰了粒子位置的 x 坐标,则对粒子路径的精确测量只能在两次测量的间隙实现。

粒子在其飞行方向上的位置以不可预测的方式受到给定动量选择的干扰,假设这与以下表述等价:粒子的位置坐标会以某种不可计算的方式受这选择的改变。然而因为粒子的速率并未改变,这一假设必定与另一假设等价:受选择影响,粒子必须**不持续地**(以超光速)跳到其路径上的另一个点。

然而,这一假设与现有量子论是不相容的。因为尽管现有量子理论允许不持续跳跃,但前提条件是所有粒子都必须在一个原子内部(跳跃在不持续艾根值[Eigen-volue]的范围内,而不是指自由粒子在持续艾根值的范围内)。

我们猜测,有可能设计出一种理论(以避免上文得出的结论,维护测不准原则),这理论改变了现有的量子论,使位置受动量选择扰动的情况与它相容。但即便是这样的理论——姑称"测不准理论"——也只能以统计学方式从测不准原则中得出,因而也只能通过统计学方式来证明。在这理论之内,测不准原则只是一个单一概率陈述,尽管其内容会超出我所谓的"统计分散关系"[statistical scatter relations]。因为——我接下来就会以实例证明——这与动量选择不干扰位置的假设相容。**所以这末一种假设不允许"超纯案例"**[*super-pure case*]**的存在,就像它为分散关系所禁止的那样。**这一陈述显示我实验过的那种测量方法并不影响统计学意义上的海森堡公式。因此可以说,这陈述在我 301
的统计学解释中占有的位置,与它在海森堡否定精确测量的"物理现

实”的陈述中所占的“逻辑位置”是相同的。实际上可以这么认为,我的陈述即是海森堡陈述的统计学翻译。

这一陈述的正确性可由以下证明。我们可以将实验步骤颠倒,以努力得到一个“超纯案例”。首先我们借助一个高速快门,选择 x 方向(粒子的飞行方向)上的一个位置,仅在这步骤完成后,再借助过滤器选择动量。这是切实可行的,因为作为位置测量的结果,各种各样的动量都会出现,过滤器——并不扰动位置——则仅会从这些动量中选择出那些碰巧跌落在小范围内的动量。可是上述这些考虑可能是错误的。因为假如一群粒子像刚才描述的那样被一个“瞬间快门”选择,那么薛定谔的波包(各种频率的波经过超强整合而来)只能给我们概率,用统计学方式解释,就是这群粒子中出现给定动量的粒子的概率。对任何给定的有穷动量范围 Δp_x,这一概率都倾向于 0——只要波串无穷短,也就是说,用武断的精确性测量位置(将瞬间快门开启硬性规定的短时间)。与此相似,对任何周期内瞬间快门是开启着的有穷周期,也就是说,对任何位置范围的任何值 Δpx,只要 Δp_x 倾向于 0,这概率也倾向于 0。对位置和动量的选择越精确,我们在过滤器后面找到粒子的概率就越小。这意味着只有进行非常多次实验,才能在某次实验中,在过滤器后面找到粒子。而我们不能预测哪一次实验中,能够在过滤器后面找到粒子。于是无论用什么办法,我们都不能阻止这些粒子,阻止它们仅仅在随机分散的间隙出现。因之我们也就不能用这种办法产生比纯案例更均匀的粒子聚集。

有个相对简单的实验,可以帮助我们在“测不准理论”(如上所述)
302 和量子论之间作决定。根据测不准理论,即便在光源关闭一段时间后,仍会有光子到达设立在高选择度过滤器(或光谱仪)后面的屏幕。另外,过滤器的选择度越高,这一由过滤器产生的“后发光”[after-glow]的持续时间也就越长。*2

---

*2 根据附录 * vii所录爱因斯坦的意见,这的确会发生。参见 C. F. 冯·魏茨泽克对我的假想实验的批评,载《自然科学》22,1934 年,第 807 页。

附录vii　关于一个想象实验

参照第77节[*1]

假设 $\mathbf{a}_1$ 和 $|\mathbf{b}_1|$ 已照硬性精确度经过测量或选择。根据附录vi所得结果，我们可以假设，沿着 PX 方向到达 X 的粒子的绝对动量 $|\mathbf{a}_2|$，是可以用硬性精确度测量的。同样，$|\mathbf{b}_2|$ 也可以如我们所选择般地精确（借助能量守恒原则）确定。还有，Sl 和 X 的位置，以及 $[A]$ 粒子到达 X 的瞬间，都能以硬性精确度测量。我们只需要调查不确定的 $\Delta\mathbf{a}_2$ 和 $\Delta\mathbf{b}_2$，它们系由不确定的方向所致，而与 P 的位置的不确定性相联系的向量 $\Delta\mathbf{P}$ 也是由方向的不确定所致，也就是 PX 的方向。 303

如果光束 PX 通过 X 处的一条缝隙，便会出现方向性的不确定 φ，通过使 $|\mathbf{a}_2|$ 足够大，我们可以将 φ 这个角度减至任意小，因为我们有

$$\varphi \backsimeq \frac{\mathbf{h}}{\mathbf{r}.|\ \mathbf{a}_2\ |} \tag{1}$$

此处 r 是缝隙的宽度。但是用这种方法却无法减少 $|\Delta\mathbf{a}_2|$。要减少 $|\Delta\mathbf{a}_2|$，只有增加 $\mathbf{r}$，那将导致 $|\Delta\mathbf{P}|$ 的增加，因为我们有

$$|\Delta\mathbf{a}_2| \cong \varphi\,|\mathbf{a}_2| \tag{2}$$

根据(1)可得

$$|\Delta\mathbf{a}_2| \cong \frac{h}{r} \tag{3}$$

这表明 $|\Delta\mathbf{a}_2|$ 并不依赖 $|\mathbf{a}_2|$。

对于选定的任何 r，我们都可以通过增加 $|\mathbf{a}_2|$ 来把 φ 减至任意小。 304

---

*1　对第77节和本附录中某些假设的批评意见，见附录vi的注*1。

根据这样一个事实,我们也能够使 PX 方向上的 $\Delta\mathbf{a}_2$ 要素——我们且用"$(\Delta\mathbf{a}_2)_x$"来表示——减至任意小。我们这样做的同时,并不会干扰对测量位置 P 的精确性,因为这一位置同样随着 $|\mathbf{a}_2|$ 的增加和 r 的减少,也越来越精确。现在我想展示一下与此对应的观点 $(\Delta\mathbf{b}_2)_y$,也就是说,在 PX 方向上的 $\Delta\mathbf{b}_2$ 要素。

因为可以设 $\Delta\mathbf{a}_1 = 0$(根据我们的假设),根据动量守恒原则就得出

$$\Delta\mathbf{b}_2 = \Delta\mathbf{b}_1 - \Delta\mathbf{a}_2 \tag{4}$$

对于任何给定的 $\mathbf{a}_1$、$|\mathbf{b}_1|$ 和 $|\mathbf{a}_2|$,$\Delta\mathbf{b}_1$ 直接取决于 φ,这意味着我们可以使如下安排

$$|\Delta\mathbf{b}_1| \cong |\Delta\mathbf{a}_2| \cong \frac{h}{r} \tag{5}$$

成立,于是

$$|\Delta\mathbf{b}_1| - |\Delta\mathbf{a}_2| \cong \frac{h}{r} \tag{6}$$

同样成立。于是与(2)相似,我们得到

$$|\Delta\mathbf{b}_2| \cong \psi. |\mathbf{b}_2| \tag{7}$$

此处"ψ"表示 $\mathbf{b}_2$ 方向的不确定性。根据(4)和(5)可得

$$\psi \cong \frac{|\Delta\mathbf{b}_1 - \Delta\mathbf{a}_2|}{\mathbf{b}_2} \cong \frac{h}{r. |\mathbf{b}_2|} \tag{8}$$

可是这意味着:不管我们把 r 减至多小,只要动量 $|\mathbf{b}_2|$ 的值足够高,我们总能将 ψ,连带着将 $(\Delta\mathbf{b}_2)y$,减至任意小。这样做时,仍然没有干扰对位置P的精确测量。

这表明有可能我们可以将乘积 $(\Delta\mathbf{P})_y.(\Delta\mathbf{b}_2)_y$ 的两项因子彼此独立地减至任意小。不过为了反驳海森堡关于可达到的精确度之限制的论断,只消说明我们可以将这两个因子之一任意减小,同时并不使另一个因子增大至所有限度以外。

需要补充的是,通过合适地选取 PX 方向,有可能确定 PX 的**距离**,

这时 $\Delta \mathbf{P}$ 和 $\Delta \mathbf{b}_2$ 相互平行，于是（只要 φ 足够小）便与 PY 正交。[1] 结果， 305
这个方向上的动量的精确性，以及位置的精确性（同样方向上的），全都变得**独立于对位置 P 的测量的精确性**。（后者，假如 $|\mathbf{a}_2|$ 的值很高，主要取决于 r 有多小。）**它们都仅仅取决于从 PX 方向来并到达 X 的粒子，取决于对它的位置和动量测量的精确性**，取决于 ψ 值有多小。（这印证了另一事实：到达 X 的粒子的精确度 $(\Delta \mathbf{a}_2)_x$ 取决于 φ 值有多小。）

可见，在测量的精确性问题上，对到达 X 的粒子[A]的非预测性测量，与对离开 P 的粒子[B]的路径的预测，两者完全是**对称的**。

1　其实检验一下在垂直于 Δs 方向上的测量的准确程度，还是有关的。这个事实是希夫在讨论我的想象实验时告诉我的。

我在此想对希夫博士表示最热忱的感谢，我们富有成效地合作了大半年。

新附录

NEW APPENDICES

对先前在本书中阐释的几乎全部哲学观点,特别是有关概率的大部 309
分论点,我现在仍然赞同。这让我自己也感到吃惊。要知在概率问题上我的看法是经常改变的。现在有必要把经年积累起来的一些材料补充进这部书中。要补充的材料相当不少,因为我对本书提到过的那些问题,从未停止过思考。即便这新的附录,也无法将我的思考结果系数网罗。我特别要提起此处未收的一个结论。那就是**概率的趋向性解释**(姑且称之)。对这一解释的阐述和讨论一发不可收拾,出乎意料之外,终于发展成另外一部专著。

这部新专著的书名是《后记:二十年之后》[*Postscript: After Twenty Years*]。它是本书的续篇,它含有与本书有关的许多问题,不全是概率论。我还得提一提我的另两篇论文,本想收入此处,三思之后终于舍弃。这两篇论文分别是"关于人类知识的三种观点"和"科学哲学:本人的报告"。[1]

新附录的首两篇包含三个札记,在 1933 – 1938 年间发表,与本书关系密切。我担心它们读起来会艰涩,因为它们都被过渡压缩了,而我又不能在无损于其文献价值的情况下,将它们改写的更加流畅可读。

附录 * ii到 * v在某种程度上说是技术性的,至少就我的趣味而言是如此。但这些技术是必要的,这样才能解决随后的哲学问题。**理论的验证度或可接受度是否像许多哲学家认为的那样,是个概率?换句话说,它是否遵守概率计算的法则?**

---

1 分别发表在 H. D. 刘易斯[H. D. Lewis]编,《当代英国哲学》第 3 辑,1956 年,第 355 – 388 页,以及 C. A. 梅斯[C. A. Mace]编,《世纪中期的英国哲学》,1957 年,第 153 – 191 页。两文现均收录于我的《猜想与反驳》,1963 年,1965 年(第一章和第三章)。

我在书中回答了这个问题。我的答案是“**否**”。对我的回答有些哲
310 学家会说:“我所指的概率(或称验证度,或称确证度),和你所指的有所不同。”为说明我对这一滑头同答(这样的回答对真的知识是个威胁,它将知识理论降低到咬文嚼字的层面)的反驳意见,有必要借助技术手段:概率计算的法则(公理)必须建立起来,各部分的角色必须澄清。验证度是不是概率计算的可能阐释之一,为避免事先对这个问题做出预判,这一算法必须是尽量宏观的,而且只认可对它来说必不可少的那些法则。我从 1935 年开始这项研究,早先的对这一问题的研究结果包括在附录 *ii中,而附录 * iv和 * v则包含了近来的研究结果。在附录的这些部分,我断言,除了经典的、逻辑的和频率的方法以外——这些在我的书中都提到了,**还可以用许多不同的方法来解释概率的观念,解释概率的数学算法**。我的这些研究为我后来讨论**概率的趋向性解释**做好了准备。[2]

我不仅要检验概率计算的法则,还要建立评估测验的法则——也就是说,可验证度法则。这项工作以三篇系列的论文完成,收于此处的附录 * ix。附录 * vii和 * viii在概率问题和验证问题之间形成了某种联系。

我希望附录的其余部分既能让哲学家,也能让科学家感兴趣。特别是讨论客观无序以及假想实验的部分。附录 * xii收录了爱因斯坦的一封信,还是首次获得允许,公开发表。

---

2 参照我的论文“概率和量子理论的趋向性解释”[The Propensity Interpretation of Probability and the Quantum Theory],S. 克尔纳[S. Korner]编,《观察与解释》[*Observation and Interpretation*],1957 年,第 65 - 70 页以及第 88 页以下。参见上一条注释提到的两篇文章,特别是第 388 页和第 188 页。

* 自本书第一个英文版出版以来,我又发表了两篇谈趋向性的论文,它们是:

“概率的趋向性解释”[The Propensity Interpretation of Probability],载《英国科学哲学》10,1959 年,第 25 - 42 页。

“没有‘观察者’的量子力学”,载马里奥·邦格编,《量子理论与实在》,1967 年,第 7 - 44 页,特别是第 28 - 44 页。

附录 *i　归纳法和划界问题的两篇札记
1933 – 1934 年

第一篇札记是致《认识》编辑部的一封信，重印于此。第二篇札记 311
是为 1934 年在布拉格举行的哲学研讨会提交的论文。它发表在 1935 年的《认识》上，是那次会议讲话的节选。

1

致编辑部的信最初发表于 1933 年的《认识》第 3 期（即《哲学年鉴》[*Annalen der Philosophie*]，Ⅱ），第 4 – 6 期，第 426 页以下。为使阅读顺畅，我调整了一些段落。

这封信的起因是当时我的观点引起了维也纳小组成员的广泛讨论，尽管我的手稿（小组的一些成员读到了这些手稿）尚无一发表。没有发表的原因之一是它们篇幅过长。我的专著《研究的逻辑》被迫缩减到只有原著的一小部分，才获准出版。我在信中特别强调了**划界**标准与**意义**标准的伪问题的不同（还强调了我的观点与石里克及维特根斯坦的观点之间的对立），这是因为当时维也纳小组曲解了我的观点，以为我提倡用意义的证伪标准来取代意义的可证实性标准，其实我当时关注的并非**意义**的问题，而是**划界**[*demarcation*]的问题。在信中大家可以看到，我从 1933 年起就在努力纠正对我观点的曲解，我的《研究的逻辑》一书也在做这种纠正。我的努力一直没有停过，可是我的实证主义者朋友们还是不能看出两者之间的区别。这些曲解促使我把讨论集中在我与维也纳小组之间的观点差别上。结果，有些读者便会错 312
误地假设，以为我最初的观点是要对维特根斯坦进行批评。实际上，我

在1919年秋便提出了划界问题,提出了证伪标准或可测验标准,这比维特根斯坦成为维也纳小组的话题要早许多年。(参照我的论文“科学哲学:本人的报告”,收录于我的《猜想与反驳》。)这就是为何我一听到小组有关**意义**的新的可实证性标准,便立刻用我的证伪标准加以对抗。我的证伪标准是**划界**的标准,设计这一标准的意图是要在科学陈述系统与具有完美含义的形而上学陈述系统之间分出界限。(对于毫无意义的胡言,我的标准并不适用。)

以下是1933年的那封信。

理论系统的经验主义特性标准

(1)**基本问题。休谟的归纳问题**——自然法则的有效性问题,在经验主义原则(只有“经验”才能决定一个事实陈述的真伪)和休谟的结论之间引起了一个显而易见的矛盾。后者意识到归纳(或综合)陈述是无效的。

石里克[1]受到维特根斯坦的影响,相信这个矛盾可以解决,办法是假设自然法则“并非真实陈述”,而是“陈述转换的法则”,*[1] 也就是说,它们是一种特殊的“假陈述”。

这个解决办法(在我看来不外乎言辞之辩)和所有老办法,比如先验论、常识论等等,都依赖于一个无根基的假设。这假设就是,所有真实陈述在原则上都必须完全是可决定的,也就是说,可证实或证伪的。说的更精确点儿,那就是对所有真实陈述来说,一个(终极的)经验证实和一个(终极的)经验证伪必须在逻辑上同时可能。

如果丢弃这一假设,就有可能以简单方法解决归纳问题的矛盾。

---

1 石里克,《自然科学》19,1931年,第7期,第156页。

*1 为了抓住石里克的本意,最好是用“陈述结构或转换法则”。德语原文是“*Anweisungen zur Bildung von Aussagen*”。此处的“*Anweisungen*”可以清楚地译为“法则”,但是“Bildung”这个词在当时还不具有任何技术含义,那种后来导致陈述的“结构”与陈述的“转换”明确区分的技术含义。

我们可以把自然法则或理论解释为**可部分决定的**真实陈述。所谓“可 313
部分决定的”是指,这些陈述因为逻辑的原因无法被证实,而**只能以不对称的方式被证伪**。这些陈述通过系统证伪而受到检验。

我这里提出的解决办法具有一个优点,就是它在解决这一矛盾的同时,还为进一步解决知识论(或称经验主义方法论)两大问题的第二个、也是更基础的问题做好了准备。我的思考如下。

(2)**主要问题**。这就是**划界问题**(康德有关科学知识的界限问题)可以定义为寻找标准的问题。根据这标准,我们能够将属于经验科学的论断(陈述以及陈述系统)与可称之为“形而上学”的论断区分开来。

根据维特根斯坦提出的一个解决方案,[2] 要找到这一划界还得借助“意义”或“指向”[sense]的观念。每个有含义或有指向的陈述都必定是“原子”命题的真函项,也就是说,它在逻辑上必须完全能够还原至(或能演绎自)单称观察陈述。假如有些断言的阐述不能如此还原,那它就是“无意义的”、或“不可指向的”、或“形而上学的”、或是一个“假命题”。于是**形而上学便是无意义的胡说。**

看上去,通过划定这条分界,实证主义者似乎比早先的反形而上学主义者更成功、更彻底地消灭了形而上学。然而,他们的这些方法所消灭的不仅是形而上学,连同自然科学也一起消灭了。因为自然法则与形而上学宏论相比,并不更容易还原至观察陈述。(别忘了归纳问题!)如果将维特根斯坦的意义标准贯彻到底,那么自然法则也会是“无意义的假命题”,结果也变成了“形而上学的”。因此,这种划界的方法是失败的。

只要我们采用**证伪标准**,也就是说,以(至少)一个单方的、或不对称的、或**单边的**可决定性作为我们的划界标准,那么意义或指向的教条,以及随之而起的伪问题就都能够被消除。根据我这标准,陈述或陈述系统,仅当它们能够与经验冲突时,才传递有关经验世界的信息。更 314
准确地说,仅当它们能被**系统检验**时,也就是能将它们置于(与“方法

2 维特根斯坦,《逻辑哲学论》,1922 年。

论的决定”一致）**可能**推翻其结果的检验下时，它们才传递有关经验世界的信息。[3]

用这种方法，对具有单方可决定性的陈述的认可，不仅能够解决归纳法的问题（请注意，只有一种类型的论证是朝着归纳法的方向前进：演绎否定后件的假言推理），而且能够解决更基础的划界问题，而几乎所有认识论问题都由这划界问题引起。证伪标准以足够的精确性把经验科学的理论系统与形而上学（以及常识主义和重言系统）进行了区分，同时并不认定形而上学是无意义的（从历史的角度看，形而上学可算是经验科学生发的理论源泉）。

把爱因斯坦的一段著名言论稍加变化和综合，[4] 就能将经验科学的性质归结如下：**一个科学陈述所说的真实，必须能够被证伪，而一个不能被证伪的陈述，它说的必定不真。**

逻辑分析显示，作为**经验科学**的标准（单边）的**证伪**，与**普通科学**［*science in general*］的**无矛盾性**［*non-contradictoriness*］可以相互类推。一个矛盾的系统无法从所有可能的陈述中，挑出一个合适的子陈述，与此相似，一个不能证伪的系统无法从所有可能的“经验”陈述（所有单称综合陈述）中，挑出一个合适的子陈述。[5]

3　检验过程由卡尔纳普发表在《认识》3，第223页以下，“过程B”。参见杜比斯拉夫［Dubislav］，《定义》［*Die Definition*］，第3版，第100页以下。＊1957年补：参考来源并非卡尔纳普的检验，而是我本人的某些工作，卡尔纳普对它进行了报告并加以接受。卡尔纳普完全认可，他在那篇文章中描述的“过程B”（“*Verfahren* B”）是我的作品。

4　爱因斯坦，《几何与经验》［*Geometrie und Erfahrung*］，1921年，第3页以下。＊1957年补：爱因斯坦说：“就数学陈述［statements of mathematics］述说现实而言，数学陈述并不确定，就数学陈述不确定而言，它们不述说现实。”

5　一份更详细的说明很快将以专著的形式出版（它将是弗兰克和石里克编，施普林格［Springer］在维也纳［Vienna］出版的“科学的理解世界丛书”［*Schriften zur wissenschaftlichen Weltauffassung*］系列之一）。＊1957年补：这本书指的是我的《研究的逻辑》，当时正在出版过程中。（它在1934年出版，但是为和大陆习惯保持一致，标注的出版日期为“1935年”。我引用时，经常照这个出版日期。）

2

第二篇札记包含我1934年夏(当时我的专著为校样)在布拉格的 315
一次哲学研讨会上,针对赖兴巴赫的论文所作的一些发言。这次会议的札记后来发表在《认识》上,而我的发言发表在《认识》5,1935年,第170页以下,现译成英文如下。

论所谓"归纳的逻辑"以及"假说的概率"

对传统上称为——赖兴巴赫也这么称——"归纳法"的东西,我不认为能够产生出令人满意的理论。相反,我相信任何这种理论,不论它用的是经典逻辑还是概率逻辑,出于纯粹逻辑的原因,必定要不就导致无穷后退,要不就得采用归纳法的**先验**原则——一个无法用经验检验的综合原则。

如果我们把假说的"寻找过程"和"证明其正当的过程"[procedure of justifying]区别开来,那么前者,也就是寻找假说的过程,是不能被理性地重建的。可是在我看来,对证明假说为正当的过程进行分析,并不会把我们引向任何可以称为归纳逻辑的东西。因为对归纳法来说,理论是多余的。归纳法并不遵守科学逻辑。

科学理论永远无法被"证明是正当的",无法被证实。但是尽管如此,一个假说 A 在一定情况下能够比假说 B 更出成就。这或许是因为 B 与某些观察结果相矛盾,因而被这些观察结果"证伪"了,而 A 却没有被证伪;或许是因为借助 A 可得到的预测比借助 B 可得到的预测多。关于假说,我们所能说的是,虽然无法从原则上证明假说的正当,无法实证它,甚至不能证明它有可能发生,但是我们确实能够展现假说的价值,能够指出某一假说比另一些假说成功。对假说的这番评价完全依赖**演绎**推论[*deductive* consequence],这推论或可从假说中推出。因此,**归纳法连提都不值一提**。

316 这一领域的常见错误可从历史的角度解释:科学被看作一个知识系统——关于它可以确定的那些知识的系统,“归纳法”则保障了这一知识之真。后来人们发现绝对之真不可达到,于是只好代之以搀了水的真,也就是“概率”。

但是用“概率”来替代“真”,其结果并不能帮助我们从无穷后退或先验论中解脱出来。[1]

就这一点来看,引入概率这一概念对科学假说来说是无用的、导向错误的。

概率的概念被明确地用于物理学和机会理论中,在这些领域,借助相对频率[relative frequency]的概念(冯·米泽斯提出),概率有可能得到令人满意的定义。[2] 赖兴巴赫试图将概率的领域扩展到所谓“归纳概率”或“假说概率”,这在我看来注定要失败。不过我并不反对陈述序列中“真频率”[truth-frequency]的概念,[3] 这是他试图加以利用的。假说不能被满意地解释为陈述序列,[4] 即便接受了这一解释,也仍旧一无所获:你只会被引向各种完全不能令人满意的关于一个假说的概率的定义。例如,对于一个已被证伪一千次的假说,你得到的假说概率结果却是$\frac{1}{2}$,而不是0。因为如果这假说被每个第二检验结果证伪,你就只能得到$\frac{1}{2}$这个结果。还有一种想法是将假说解释为假说序列的**元素**,[5] 而非陈述的序列,这样便可以赋予假说一个特定的、**作为**这样一个序列的元素的概率值(尽管不是以“真实频率”为基础,而是以序列

---

1 参照波普尔《研究的逻辑》,例如其中第188页以及第195页以下。*(指最初的版本)也就是第80和81节。

2 上引书,第94页以下。*(即第47至51节。)

3 这个概念来自怀特海。

4 赖兴巴赫将“自然科学的论断”解释为陈述序列。见其“概率逻辑”,第15页。(《普鲁士学院通讯》[*Ber. d. Preuss. Akad.*],“物理数学类”29号,1932年,第488页。)

5 这与此处讨论的格雷林[Grelling]的观点正相呼应。参照《认识》5,第168页以下。

内“证伪频率”为基础)。但这一想法也同样难以令人满意。只要稍作思考就能得出结论,靠上述这条思路是无法达到一个令人满意的概率 317
概念的,哪怕只是最简单的要求,即证伪观察应该显著减少假说概率这一点要求都不能满足。

我觉得我们不得不适应这一观念,即我们不能把科学看作一个“知识体”[body of knowledge],而宁愿把它看作一个假说系统。也就是说,看作一个猜测或预测的系统,这系统原则上无法证明,不过只要它还经得住检验,我们就得依靠它。对于这个系统,我们永远不能理直气壮地说,我们知道它们是“真的”、“多少是确定的”甚或“可能”这样的话。

附录 * ii　概率评注

1938 年

318　以下札记“概率的一套独立公理”[A Set of Independent Axioms for Probability]最初发表《心灵》,N. S. ,47,1938 年,第 275 页以下。这篇札记虽然简短,不幸却写得很糟。它是我用英文发表的第一篇文章。而且我压根看不到校样。(当时我在新西兰。)

这篇文章的简介重印于此,我相信它第一次清楚地说明,关于概率的数学理论应该建成为一个**“形式”系统**。也就是说,应该建成为一个能够容许许多不同解释的系统。这些解释包括(1)经典解释,(2)频率解释,以及(3)逻辑解释(如今也不时被称作“语义”解释)。

我想形成一套形式理论,它不依赖于对某种解释的特别选择。之所以想这么做,是因为希望我称之为“验证度”[degree of corroboration](或“确证度”、“接受度”)的东西不是“概率”:它的属性与概率的形式计算不相容。(参照附录 * ix,以及我的《后记》第 * 27 和 * 32 节)。

我写这篇札记的另一个动机是,我想说明我在书中称为“逻辑概率”的东西,是对一个“绝对概率”的逻辑解释。换句话说,是对带有重言式 y 的概率 $p(x,y)$ 的逻辑解释。因为重言式可以写作非(x 与非 x),本札记写作$\overline{x\ \bar{x}}$,我们可用如下相对概率的表达式来定义 x 的绝对概率(写作“$p(x)$”或“$pa(x)$”):

$$p(x) = p(x, \overline{x\ \bar{x}}),\text{或 } pa(x) = p(x, \overline{x\ \bar{x}}) = p(x, \overline{y\ \bar{y}})$$

我的札记中也给出了一个类似的定义。

尽管科尔莫戈罗夫[Kolmogorov]的《概率的基础》[*Foundations of Probability*]一书 1933 年就在德国出版了,但我在写这篇札记时还未读

到它。科尔莫戈罗夫的目标与我十分相似,但是他的系统没有我的系 319
统那么“形式化”,因此它所容许的解释要比我的系统所容许的少。他和我之间的主要区别在于,他将概率算符的前提解释为**集合**[*sets*],因此他认为它们具有成员(或“元素”)。而我的系统中没有与此对应的假设,**在我的理论中,对于这些主目[arguments](我称之为“元素”)没有任何假设,除非它们的概率表现出合乎公理的要求**。然而,科尔莫戈罗夫的系统可以看作时我的系统的解释之一。(参照附录 * iv 我对这一话题的论述。)

我在札记末尾得出的公理系统有点笨拙,出版后不久我就用一个更简单更优美的表达替换了它。不论是换新前的理论还是换新后的理论,都是根据积[product](或合取)和补余[complement](否定)来成型的。我后来的系统也是这样。当时我还没有由简单的分配中找到分配法则(比如从以下的 A1 得到 A3 和 B2),于是我就将它表述为一个公理。但是,按照积和补余的表达,分配法则是非常笨拙的,因而我省略掉札记末尾部分的旧的公理系统,代之以我的更简洁的新系统(参照《不列颠科学哲学杂志》上引文),这新系统和旧系统一样,是以绝对概率为基础的。当然,它是由附录 * iv 中给出的相对概率得来的。以下我将按照旧札记的次序表达我的系统。

A1 $p(xy) \geqslant p(yx)$ (交换)

A2 $p((xy)z) \geqslant p(x(yz))$ (联合)

A3 $p(xx) \geqslant p(x)$ (重言)

A4 至少存在一个 x 和一个 y,使

$p(x) \neq p(y)$ (存在)

B1 $p(x) \geqslant p(xy)$ (单调)

B2 $p(x) = p(xy) + p(x\bar{y})$ (补余)

B3 对于每个 x 都存在一个 y,使

$p(y) \geqslant p(x)$，并且 $p(xy) = p(x)p(y)$ （独立）*1

以下是我 1938 年发表的旧的札记，风格上稍作修改。

概率的一套独立公理

320 从“公理”的形式性方面来看，可以把概率描述成一个二项算符［two-termed functor］[1]（也就是说，两个主目的数函项。主目本身不必要具有数值），其主目是变项或常项的**名称**（根据所选择的解释，可被解释为谓项的名称或陈述的名称）。假如我们想使两个主目都遵守相同的替换法则和相同的解释，这个二项算符可表达为

$$`p(x_1, x_2)'$$

它该读作“x_1 对应于 x_2 的概率”。

建立一个公理系统 s_1，其中 `$p(x_1, x_2)$' 是（未经定义的）基本算符，并且这系统能被任何解释方案所解释。最通常的三种解释方案是：(1)经典方案，[2] 它将概率定义为对具有均等可能性的诸个案的倾向比率，(2)频率理论，[3] 它将概率定义为一组事件发生在另一组中的相对频率，(3)逻辑理论，[4] 它将概率定义为陈述间逻辑联系的程度（假如

---

*1 如果没有 B3，那 $p(x)$ 的上限就不固定了：$p(\overline{x\,\bar{x}}) = k$，其中 k 可以随意选择。于是我们得到：当也仅当 $p(xy) = p(x)p(y)/k$ 时，x 独立于 y。不过除非我们选择 $k = 1$，否则这个过程太笨拙了。B3 导致 $k = 1$，表明了选择 $k = 1$ 的动机。如果在 B3 中我们用“$p(y) \neq 0$”而非“$p(y) \geqslant p(x)$”，那么 A4 就变成多余的了。

1 这一术语见卡尔纳普《语言的逻辑句法》，以及塔尔斯基，《认识》5，175（1935 年）。

2 例如，见莱维［Levy］和罗思［Roth］，《概率原理》［*Elements of Prbability*］，第 17 页（1936 年）。

3 见波普尔，《研究的逻辑》，第 94-153 页（1935 年）。

4 见凯恩斯，《概率论》（1921 年）。最近，马祖尔凯维奇［Mazurkiewicz］又给出一个更令人满意的系统，《科学与学术学会通报》［*C. R. Soc. d. Sc. et de L.*］，华沙，25，C1. III（1932 年）；见塔尔斯基，同前引。

x_1 是 x_2 的逻辑后果，则概率为 1，假如 x_1 的否定是 x_2 的逻辑后果，则概率为 0）。

要建立这样一个能同时被上述三种解释方案（以及其他一些解释方案）接受的公理系统 s_1，有必要借助一组特殊的公理（见以下群 A），来引入未经定义的主目的函项。例如，联合（“x_1 和 x_2”，此处用“x_1x_2”表示）和否定（“非 x_1”，此处用“$\bar{x}_1$”来表示）。于是我们就可以用符号来表示观念，比如用“$\overline{x_1\ \bar{x}_1}$”来表示“$x_1$ 和非 x_1”，而用“$\overline{\overline{x_1\ \bar{x}_1}}$”来表示它的否定式。（假如采用的是(3)，也就是逻辑解释，那么“x_1x_1”就得解释为陈述的名称，这陈述是名为“x_1”的陈述及其否定的合取。）

假设替换法则能够证明对于任何 x_1、x_2 和 x_3 来说，都有：　321

$$p(x_1, \overline{x_2\ \bar{x}_2}) = p(x_1, \overline{x_3\ \bar{x}_3})$$

则 $p(x_1, \overline{x_2\ \bar{x}_2})$ 的值就只取决于唯一真正的变项 x_1。这使以下直接定义变得正当，[5] 它是一个单项算符“$pa(x_1)$”，我称之为“绝对概率”：

Df_1　$$pa(x_1) = p(x_1, \overline{x_2\ \bar{x}_2})$$

（我在先前出版物中使用的“逻辑概率”这一概念，可以看作是按照(3)，也就是逻辑原则来解释“$pa(x_1)$”的一个例子。[6]）

现在可以从另外一个方向来进行整个建构过程。我们不是引入“$p(x_1, x_2)$”作为公理系统 s_1 的基本概念（基本算符）并明确定义“$pa(x_1)$”，而是建构另一个公理系统 s_2，其中“$pa(x_1)$”作为（未经定义的）基本变项出现，这样我们就能借助“$pa(x_1)$”来明确定义“$p(x_1, x_2)$”。过程如下。

5　见卡尔纳普，前引书，24。* 若把 Df_1 写成（不加以“证明”[justification]）：$pa(x_1) = p(x_1, \overline{x_1\ \bar{x}_1})$，会更简单。

6　见波普尔，前引书，71，151。

在 s_1 中作为公理(以及 Df_1)的公式,现在 s_2 中的定理,换句话说,借助新的公理系统 s_2,我们能够将它们推导出来。

从形式的公理角度来说,以上两种方法——选择 s_1、Df_1 或者 s_2、Df_2 的方法,并不同等方便。第二种方法在某些方面要比第一种方法更高明。最重要的一点是从 s_2 中可以形成一个独一无二的公理,它比 s_1 中的相对公理要坚强的多(假如不限制 s_1 的一般性)。这归因于:假如 $pa(x_2)=0$,则 $p(x_1,x_2)$ 的值就变得不可确定[indeterminate]。*1

322 上述独立的公理系统 s_2 是个补充。(借助它可以容易地建构起 s_1 系统。)再与定义 Df_2 结合,就足以推导出概率的数学理论。公理可以被分成两群。群 A 是由命题的复合操作——合取及否定——形成的,它实际上是公理系统对所谓"逻辑代数"[Algebra of Logic][7] 的适用。而群 B 则给出了独特的测量概率的公理。这公理是:

[以下——有几处印刷错误——是复杂的公理系统,我已用上述简单系统取而代之。]1937 年 11 月 20 日记于新西兰克赖斯特彻奇[Christchurch]。

---

*1 只要当 $pa(y)=0$ 时,相对概率 $p(x,y)$ 是不确定的,那么绝对系统(s_2)就比相对系统(s_1)更具有优越性。我后来又发展出一个系统(见附录 * iv),其中相对概率即便在 $pa(y)=0$ 时也是确定的。通过这个方法,我现在认为相对系统比绝对系统要更好。(另外,我现在认为"唯一性的公理"[axiom of uniqueness]这个术语用的不好。我当时实际想说的是类似于附录 * iv 中的公设 2 或公理 A2 之类的东西。)

7 见亨廷顿[Huntington],《美国数学学会会刊》[*Trans. Amer. Mathem. Soc.*],5,292(1904),以及怀特海和罗素,《数学原理》,I,其中 5 个命题 22·51、22·52、22·68、24·26 以及 24·1 刚好和此处给出的群 A 中的 5 个公理对应。

附录 * iii　论概率经典定义的启发式运用尤其是推导一般乘法定理

经典的概率定义，即有利的案例之数除以同等可能的案例之数的定义方法，是具有极大的启发意义的。它主要的缺陷是只适用于齐匀或对称的骰子，而不能适用于有偏倚的骰子。换句话说，经典概率定义没有为**可能案例的不均等权重**[*unequal weights of the possible cases*]留下位置。不过在一些特殊的案例中，有办法克服这一缺陷。也正是在这些特殊的案例中，老的概率定义展现出它的启发价值：每个令人满意的概率定义都必须符合老定义，只要老定义中的权重的困难被克服。

（1）经典定义适用于所有案例，只要这些案例具有同等的权重，或同等可能性，因之也就具有同等概率。

（2）它适用于所有案例，我们能将这些案例中的问题转换成同等的权重、可能性或概率。

（3）不论何时，只要我们能够给各种不同的可能性施予权重，则经典概率定义稍作调整，就仍然适用。

（4）若同等可能性被极端简化，使概率趋向于 0 或者 1，那么在大多情况下，经典定义仍然有效，或仍然具有启发价值。

（5）在某些情况下，权重以概率的形式出现。在此种情况下，老定义格外具有启发价值。且举一例，若我们要测算掷出偶数点子的概率，要求掷出的 6 点**不算偶数，而算“没有掷”**。那么经典定义算出的结果当然是 2/5。现在我们假设骰子是有倾向的，而其每个面（不等同）的概率为 $p(1)$、$p(2)\cdots\cdots p(6)$。于是我们可以计算概率如下：

$$\frac{p(2)+p(4)}{p(1)+p(2)+p(3)+p(4)+p(5)}=\frac{p(2)+p(4)}{1-p(6)}$$

324 也就是说,我们可以将经典定义稍加修饰,得出以下简单的规则:如果给定所有(互相排除的)可能案例的概率,则所要求的概率就是所有(互相排除的)有利的案例的概率的总和、再除所有(互相排除的)可能案例的概率总和。

显然我们还可以将此案例表达如下,且不论其排除与否。

所要求的概率总是与所有(不论排除与否)有利的案例的析取概率相等,再除所有(不论排除与否)可能案例的析取概率。

(6)这些法则启发我们得出相对概率的定义,并得出一般乘法定理。

以上面所举的掷骰子为例,设"a"表示"偶数","b"表示"非 6"。那掷出偶数点子的概率,如果不算 6 点的话,显然就是 $p(a,b)$,换句话说,也就是给定 b 的情况下,a 的概率,或者在 b 中找到 a 的概率。

以下给出了计算过程。我们不用"$p(2)+p(4)$"这样的表达,而是用更具一般性的"$p(ab)$",也就是说,除 6 以外的偶数点子。同样,我们不用"$p(1)+p(2)+\cdots+p(5)$"或"$1-p(6)$",而是用"$p(b)$",也就是掷出非 6 点的概率。显然这样的计算是通适的,假设 $p(b)\neq 0$,我们可以得到如下公式,

(1) $$p(a,b)=p(ab)/p(b)$$

或者得到如下公式(更加通适,因为哪怕 $p(b)=0$,它也仍然有意义),

(2) $$p(ab)=p(a,b)p(b)$$

这就是求 ab 之积的绝对概率的一般乘法定理。

若用"bc"来代替"b",我们可以由(2)得出:[1]

$$p(abc)=p(a,bc)p(bc)$$

325 因此,将(2)应用于 $p(bc)$:

---

1 我省略了"bc"两边的括号,因为我于此处的兴趣在于启发而非形式,另外,联系法则的问题在以下两个附录中还将充分讨论。

$$p(abc) = p(a,bc)p(b,c)p(c)$$

或者，设 $p(c) \neq 0$，

$$p(abc) / p(c) = p(a,bc)p(b,c)$$

从(1)的角度来看，这等同于

$$p(ab,c) = p(a,bc)p(b,c) \tag{3}$$

这就是求 ab 之积的相对概率的一般乘法定理。

(7)以上所得很容易加以形式化。形式化的证据一定要从公理系统来，而不能从一个定义来。这是我们启发式地将权重概率——在实践上与概率就是一回事——引入经典定义的结果。经过这一修正，经典定义就不再能看作一个合适的定义了，必须在各种概率之间建立联系，因而问题就变成建立一个公理系统。假如要把推导过程形式化——这过程含蓄地运用了联系的法则和概率相加的法则，那么我们就必须把这一过程中所用的法则引入我们的公理系统。一个例子是我们的绝对概率公理系统，见附录 * ii 。

假如要将(3)形式化，只有当“已证明 $p(c) \neq 0$”的条件满足时，我们才能得到(3)。这一点从我们启发式的推导过程中是不难看出的。

可是即便没有这一条件，(3)依然可能有意义——只要我们能够建立一个公理系统，其中当 $p(b) = 0$ 时，$p(a,b)$ 依然具有通适性的含义。当然在这种理论中，我们无法通过上述手段得出(3)，但是我们却可以将(3)本身用作一个公理，而将目前推导(参见旧附录 ii 的公式(1))作为引入这一公理的启发式的辩护。这在下一篇附录(附录 * iv)所描述的系统中得到了实现。

附录 * iv　形式概率理论

326　既然像“$p(a,b)=r$”这样的概率陈述能够用许多方法解释，那就使我燃起了想望，去建起一个纯粹“形式的”或“抽象的”或“自治的”[autonomous]系统，这系统的“元素”（分别用“a”、“b”，……来表示）能够用许多不同的方法解释，使我们不至于局限在某一特定的解释之上。我最初在 1938 年发表于《心灵》上的一个札记中提出了一个形式的公理系统（即本书附录 * ii），从那以后，我又建立起许多经过简化的系统。[1]

1　载《英国科学哲学》6，1955 年，第 53 页、第 57 页以下，以及我的论文“科学哲学：一份个人报告”的附录的第一个脚注，此文载 C. A. 梅斯编，《世纪中期的英国哲学》，1956 年。

此处讨论的系统在刚刚解释过的意义上，是“形式的”、“抽象的”或“自治的”，但是对于完全的“形式化”，我们还得将我们的系统植根于某种数学形式。（塔尔斯基的“元素代数”[elementary algebra]将会是足够的。）

对于由塔尔斯基的元素代数和我们的公式 $A1$、B、C^+ 组成的系统，是否存在一个决定过程？答案是，不。因为我们可以把表示 S 中有多少个元素 a、b……的公式加入我们的系统。于是在我们的系统中就有定理：

S 中存在一个元素 a，使 $p(a,\bar{a})\neq p(\bar{a},a)$。

接着我们可以给它加上公式：

(0)　　对 S 中的每个元素 a，$p(a,\bar{a})\neq p(\bar{a},a)$。

可如果把这个公式加入我们的系统，就能证明，S 中的元素数量刚好是两个。然而，我们在下文证明：我们公理的一致性说明 S 中可以有任意多个元素。这说明(0)以及任何决定 S 中元素数量的类似公式，都无法推导出来，这些公式的负面[negation]也无法推导得来。于是我们的系统就不完整了。

将这类理论与其他理论区别开来的主要有三个特点。(i)它是形式的。也就是说,它不假设任何特定的解释,虽然它包容所有已知的解释。(ii)它是自足的。也就是说,它遵循概率结论只能从概率前提得出的原则。换句话说,它遵循概率计算是将概率转换成其他概率的原则。(iii)它是对称的。也就是说,它的结构是这样的,不论何时,只要存在概率 $p(b,a)$——即给定 a 时 b 的概率——则一定对称地存在概率 $p(a,b)$,哪怕 b 的绝对概率 $p(b)$ 等于 0,也即 $p(b)=p(b,\overline{a\,\overline{a}})=0$ 327 时,也是如此。

奇怪的是,除了我本人的尝试,这一领域迄今似乎还没有别的类似的理论。其他一些学者,比如科尔莫戈罗夫也曾经想要建立“抽象”或“形式”理论,但是他们在建构理论的过程中,总是假设某种多少是具体的**解释**。例如,他们假设在如下等式

$$p(a,b)=r$$

中,“元素”a 与 b 是**陈述**或陈述系统。要么,他们假设 a 和 b 是**“集合”**或集合的系统,或是属性,或是有物的有穷类(整体)。

科尔莫戈罗夫写道:“概率理论,作为数学原则,能够也应该由公理中发展起来,其情况正类似于几何和代数。”[2] 他还提到“希尔伯特在《几何基础》[*Foundations of Geometry*]一书中介绍的基础几何概念”,同时还提到了类似的抽象系统。

可是,他还是假设,在“$p(a,b)$”中——我在这儿用的是我的表达式,不是他的——a 和 b 是**集合**。他因而把 a 和 b 都是陈述(也可称为“命题”)时的逻辑解释排除在外。他正确地指出,“集合中的每个成员[member]代表什么并不重要”。不过这一说法还不足以实现他的目的,建立起理论的形式特点,因为在某些解释中,a 和 b **并非成员**,也不能与成员对应。

在公理系统本身的建立过程中,上述各种因素造成了严重后果。

2　此处引文全出自科尔莫戈罗夫,《概率理论的基础》[*Foundation of the Theory of Probability*],1950 年。(德文第一版,1933 年),第 1 页。

那些将元素 a 和 b 解释为陈述或命题的学者，极其自然地假设陈述合成[statement-composition]的算法（命题算法）也同样适用于这些元素。与此相似，科尔莫戈罗夫假设**集合**的加、乘和补余运算也适用于他的元素，可见 a 和 b 都是被解释为集合。

更具体的情况是，人们经常预先假设（常常是默认的），代数法则中的联系法则

(a) $$(ab)c = a(bc)$$

328 或互换法则[law of commutation]

(b) $$ab = ba$$

或幂等性法则[law of indempotence]

(c) $$a = aa$$

都适用于系统中的元素，适用于函项 $p(..,..)$ 的主目。

不管默认还是公开声称，在设立了这一假设后，学者们就相对概率

$$p(a,b)$$

也就是说，已知 b 的情况下的 a 的概率，或就绝对概率

$$p(a)$$

也就是说，对 a 的概率（不给已知情况，或只给同义重言式情况），提出了一些公理和公设。

然而这一过程却遮蔽了一个令人惊奇且极端重要的事实，即某些已被采用的相对概率 $p(a,b)$ 的公理和公设，单凭本身就能保证，**所有布尔代数的法则都适用于元素**。例如，以下两条公式（参照前一附录 * iii）就伴随着联系法则，

(d) $$p(ab) = p(a,b)p(b)$$

(e) $$p(ab,c) = p(a,bc)p(b,c)$$

由其中（d）还可用绝对概率的形式给出相对概率的定义，

(d′)　　若 $p(b) \neq 0$,则 $p(a,b) = p(ab) / p(b)$

至于(e),与之相应的相对概率公式,就是著名的“一般乘法法则”。

(d)和(e)这两条公式,不需要任何进一步的假设(除了同等的概率可以相互替代这一条外),就能推出以下联系法则:

(f)　　$p((ab)c) = p(a(bc))$

但是有个有趣的事实[3]人们一直没注意到。假如在开始发展概率 329
算法之前,就以**假设**代数恒等式(a)——也即联系法则——的方式引入(f),因为从

(a)　　$(ab)c = a(bc)$

我们只要代入恒等式就可以得到(f)

$$p(x) = p(x)$$

那么由(d)和(e)得到(f)的过程就不会引起注意。换句话说,人们没有注意到,假如我们面对的是一个包含或暗指(d)和(e)的公理系统,那么假设(a)本身就完全够用了。人们同样没有注意到,在(d)和(e)之外再假设(a),会阻碍我们发现这一问题:我们的公理或公设所暗示的到底是什么样的关系。而发现这一问题本是公理方法的要点之一。

为人忽视的另一问题是,(d)和(e)尽管暗示着(f),也就是说,从绝对概率的意义上说与之相等,但是它们本身并不暗示着(g)和(h),两者是就相对概率意义上说的对应公式:

(g)　　$p((ab)c,d) = p(a(bc),d)$

3　推导过程如下:

(1)	$p((ab)c) = p(ab,c)p(c)$	d
(2)	$p((ab)c) = p(a,bc)p(b,c)p(c)$	1,e
(3)	$p(a(bc)) = p(a,bc)p(bc)$	d
(4)	$p(a(bc)) = p(a,bc)p(b,c)p(c)$	3,d
(5)	$p((ab)c) = p(a(bc))$	2,4

(h) $$p(a,(bc)d) = p(a,b(cd))$$

得到这两个公式(见 * V,(41)至(52))所需要的东西要远远超过(d)和(e),这个事实从公理意义上看是非常有趣的。

我曾经举这个例子来证明科尔莫戈罗夫不能完成他的方案。就我所知其他任何人的系统也都不能通过这一考验。在我本人的概率公设系统中,所有的布尔代数法则都能推导出来。而布尔代数法则反过来又能以多种方式得到解释:或作为集合、或作为谓项、或作为陈述(或命题)的代数等等。

另一紧要之处是"对称"系统的问题。如前所述,我们有可能按照绝对概率的意义来定义相对概率(d'):

(d') 若 $p(b) \neq 0$,则 $p(a,b) = p(ab)/p(b)$

前提"若 $p(b) \neq 0$"在此处是不可避免的,因为与0除并不是一个定义过程。因而,在习见的系统中,多数相对概率的公式都只能以有条
330 件的形式表述,与(d')类似。例如,在大多系统中,(g)都是无效的,只能代之以弱得多的有条件的公式(g^-):

(g^-) 若 $p(d) \neq 0$,则 $p((ab)c,d) = p(a(bc),d)$

同样,在(h)的前面也需要冠以类似的条件。

有些学者忽视了这一点(如杰弗里斯和冯·赖特[von Wright],后者使用了 $b \neq 0$ 的条件,但这并不能保证 $p(b) \neq 0$,特别是他的系统还包含一个"连续性公理"[axiom of continuity])。因而他们提出的系统并不如他们所愿那么坚强,不过有时还有修正的余地。还有些学者看到了这一点,但结果他们的系统却非常脆弱(至少与我的系统相比是如此):他们的系统中会出现这样的情况,其中

$$p(a,b) = r$$

是有意义的公式,但同时,对于同样一些元素,

$$p(b,a) = r$$

却无意义，也就是说，没有被合适地定义，甚或根本就没被定义，因为 $p(a)=0$。

可是这等系统不但脆弱，而且在许多方面都不合适。比如，它不能应用于绝对概率是零的陈述之上，而这一应用却十分重要：我们可以假定，普遍法则是具有零概率的（参照附录 * vii 和 * viii）。如果存在两个普遍理论 s 和 t，若 s 能够由 t 推导而来，则我们就有理由认为

$$p(s,t)=1$$

但是假如 $p(t)=0$，现有的种种概率论就不容许我们这么认为了。因为类似的原因，表达式

$$p(e,t)$$

也可能得不到定义，其中 e 是有利于理论 t 的证据。然而这个表达式却是非常重要的。（它就是菲舍尔[Fisher]所谓给定证据 e 时，t 的“似然”[likelihood]。参见附录 * ix。）

因此，我们需要一种概率算法，它能够适应绝对概率为 0 的情况。在对验证或证实理论的任何严肃讨论中，这样一种概率算法都是不可或缺的。

所以我费了几年的心血来建立一种相对概率的算法，使它适应这 331
样的情况，即不论何时只要

$$p(a,b)=r$$

是个形式完整的公式，要么真要么假，则

$$p(b,a)=r$$

就同样也是形式完整的公式，哪怕 $p(a)=0$ 时也是如此。像这样的系统可谓“对称的”了。我建构的首个这类系统，直到 1955 年才发表。[4] 这一对称系统起始比我原先预期的要简单许多。不过那时我满脑子想的都是这类系统必然具有的奇特之处。我间接提到了以下事实：在每

4　载《英国科学哲学》6，1955 年，第 56 页以下。

个令人满意的对称系统中，下列法则都是有效的：

$$p(a,b\,\bar{b}) = 1$$

$$\text{若 } p(\bar{b},b) \neq 0, \text{则 } p(a,b) = 1$$

$$\text{若 } p(a,\bar{a}b) \neq 0, \text{则 } p(a,b) = 1$$

以上公式要么就不容于现有诸系统，要么（第二条和第三条公式）就**非实际地**被满足，因为它们涉及零绝对概率的第二个论证。因而那时我相信，其中一些公式必定会出现在我的公理中。可是后来我发现，我的公理系统可以大加简化，而在简化的过程中，我发现所有这些看似不寻常的公式，都能由完全“正常”的公式中推导得来。我的系统经过简化，首次发表在论文“科学哲学：本人的报告”中。[5] 文中的6条公理在本附录中得到了更充分的展现。

这系统之简单与直观，实出人意料，而它的力量则远远超过任何现有系统。其之所以有如此力量，纯是因为我在所有公式中（只除了公理 C）都省略了“若 $p(b) \neq 0$ 则……”之类条件。（现有诸系统要么明确规定了这类条件，要么虽然没有明确规定，但为了不至发生冲突，仍然潜在地遵循了这些条件。）

在本附录中，我首先想用一致性与独立性证据来解释一下我的公理系统，然后再讨论基于系统的几个定义，其中包括布尔场[Borel field]的概率问题。

332 首先是公理系统本身。

我们的公设中共有**四条未经定义的概念**：（ⅰ）S，即论域[the universe of discourse]，或者说可接受元素组成的系统，S 中的**元素**以小写斜体字母“a”、“b”、“c”……等来表示；（ⅱ）这些元素的二元数函项，以“$p(a,b)$”等来表示，其意义为，给定 b 时 a 的概率；（ⅲ）元素的二元运算，以“ab”来表示，称之为 a 和 b 的**乘积**（或集、合取）；（ⅳ）元素 a

---

5 载 C. A. 梅斯编，《世纪中期的英国哲学》，1956年，第191页，后来成为我的《猜想与反驳》第一章。那里给出的六个公理系统对应于本补遗中的 B1、C、B2、A3、A2 以及 A1。它们在那篇文章中的相应编号分别为 B1、B2、B3、C1、D1 和 E1。

的补余，以 $\bar{a}$ 来表示。

在上述四条未经定义的概念之外，还要加上一条，这条定义根据情况，可以是未经定义的，也可以是经过定义的。这就是“a 的绝对概率”，以“$p(a)$”来表示。

每条未经定义的概念都以**公设**来介绍。为了直观地理解这些公设，建议读者心存这样的认识：对 S 中的所有 a 和 b，都有 $p(a,a)=1=p(b,b)$。这当然能借助公设从形式上加以证明。

公设 1。S 中的元素数量最多是可数无穷。

公设 2。若 a 和 b 确实存在于 S 中，则 $p(a,b)$ 就是一个实数，而以下公理就成立：

A1　S 中存在元素 c 和 d，使 $p(a,b)\neq p(c,d)$　（存在）

A2　若对于 S 中的每个 c，都有 $p(a,c)=p(b,c)$，则对于 S 中的每个 d，都有 $p(d,a)=p(d,b)$　（可替换性）

A3　$p(a,a)=p(b,b)$　（自反性）

公设 3。若 a 和 b 都在 S 中，则 ab 也在 S 中。此外，若 c 在 S 中（因而 bc 也在 S 中），则以下公理成立：

B1　$p(ab,c)\leqslant p(a,c)$　（单调）

B2　$p(ab,c)=p(a,bc)p(b,c)$　（乘法）

公设 4。若 a 在 S 中，则 $\bar{a}$ 也在 S 中。此外，若 b 在 S 中，则以下公理成立：

C　对 S 中的每个 c，除非 $p(b,b)=p(c,b)$，否则都有 $p(a,b)+p(\bar{a},b)=p(b,b)$　（补余）

以上就是“元素”系统（用“元素”以防系统扩展到布尔场中去）。如上所说，我们还要再加上第 5 条公设：**绝对概率的定义**，我们称其为“公设 AP”。不过我们也可以把这条公设看作一个清晰的定义。

公设 AP。若 a 和 b 都在 S 中，并且若对 S 中的每个 c，都有 $p(b,c)$ 333

$\geqslant p(c,b)$，则 $p(a)=p(a,b)$ （绝对概率定义 6）

以下将展示，此处列举的公设和公理都是**一致的**和**独立的**。[7]

对上述公设系统可作如下评论：

6 个公设——A1、A2、A3、B1、B2 以及 B3 都明确运用在求得定理的实际运算中，而公设的剩余（扩展）部分则可以视为理所当然，我已在首次发表这一公理系统时指出。（参照以上注 1）

在公设 3 和公设 4 中，我们引入了第 4 个变量“d”。它的引入可能使我们用只包括 4 条公理的系统来取代上述 6 条公理。这 4 条公理包

---

6 AP 基于这个定理：若 $p(b,c)=1$，则 $p(a,bc)=p(a,c)$。

7 对此有个可选择的替代系统，如下：公设和文中的一样，公理 A1 和 A2 也一样，但是公理 A3 和 B1 替换为

A3′ $p(a,a)=1$

A4′ $p(a,b)\geqslant 0$

B1′ 若 $p(ab,c)>p(a,c)$，则 $p(ab,c)>p(b,c)$

公理 B2 就像在文中保持不变，公理 C 替换为

C′ 若 $p(a,b)\neq 1$，则 $p(c,b)+p(\bar{c},b)=1$

这个系统看起来和某些常见系统非常像（除了一点，它省略了除 C′之外的公理的前提，以及 C′的前提的形式），它了不起的地方在于，它和文中的系统一样，能够得出元素 $a,b,\cdots$ 的布尔代数定理，而这定理通常是要单独假设的。可是它却不一定强，这不仅是因为它引入了数字 1 和 0（在公理中这没有必要），而且还因为 A3、B1 和 C 是直接由 A3′、A4′和 C′而来，而在反向推导过程中，文中给出的所有系统公理，除了 A2 是不可或缺的，其余都可有可无。（这些推导过程见附录 * V。）

在此处描述的公理系统内，或者在文中描述的公理系统内，公理 A4′和 B1′的结合可由 B1 替换，反之亦然。我的独立性证据（见以下）可以应用于此处描述的系统。

面对公理 A3 或 A3′、C 或 C′以及 B2，由 A4′和 B1′推导出 B1 的过程如下：

$(1)\ 0\leqslant p(a,b)\leqslant p(a,a)$	A4′；C 或 C′；A3 或 A3′
$(2)\ p(a,a)\geqslant p((aa)a,a)=p(aa,aa)p(a,a)=p(a,a)^2$	1，A3′；B2；A3 或 A3′
$(3)\ 0\leqslant p(a,b)\leqslant p(a,a)\leqslant 1$	1，2
$(4)\ p(ba,c)\leqslant p(a,c)$	B2，3
接着应用 B1′	
$(5)\ p(ab,c)\leqslant p(a,c)$	4，B1′

至于从 B1 中推导出 A4′和 B1′的过程，见附录 * V。

括上述 A1 和 A2,以及以下两条:

B$^+$　若 $p(a,bc)p(b,c)\neq p(d,c)$,只要 $p(a,c)\geqslant p(d,c)$,则 $p(ab,c)\neq p(d,c)$

C$^+$　若 $p(a,b)+p(\bar{a},b)\neq p(c,c)$,则 $p(c,c)=p(d,b)$

在这一系统中,B$^+$等同于 B1 和 B2 的合取,同理,C$^+$则等同于 A3 和 C 的合取。[8] 4 条公理组成的系统结果非常简洁,并且具有 6 条公 334
理系统的许多优点:积和补余分别出现,这样,除了以"B"开头的条目外,所有公理都不必涉及乘积,至于补余则只出现了一次。不过我个人更喜欢长些的 6 条公理系统。[9]

对此系统的各条公设和公理可作如下评述。

公设 1(它只属于**元素**理论)没有也行。我们完全可以建立一个不可数的系统 S,这就证明了它的独立性。(若把 S 解释为单位区间[0,1)的所有半开子区间$[x,y)$的有穷总和,其中 x 和 y 都是实数而不是有理数,我们就可以把 $p(a)$解释为这些区间的长度,并且只要 $p(b)\neq 0$,就可以认为 $p(a,b)$等同于 $p(ab)/p(b)$,只要 $b=0$,就可以认为 $p(a,$

8　C$^+$直接从 A3 和 C 而来。反向推导则可以由 C$^+$推导出 A3,如下:

(1) $p(c,b)+p(\bar{c},b)\neq p(b,b)\rightarrow p(b,b)=p(d,b)=p(c,b)=p(\bar{c},b)$　C$^+$

(2) $p(a,a)\neq p(b,b)\rightarrow p(a,a)=p(c,b)+p(\bar{c},b)\neq p(b,b)=p(c,b)=p(\bar{c},b)$　C$^+$,1

(3) $p(a,a)\neq p(b,b)\rightarrow p(a,a)=2p(b,b)$　2

(4) $p(b,b)\neq p(a,a)\rightarrow p(b,b)=2p(a,a)=4p(b,b)=0=p(a,a)$　3

(5) $p(a,a)=p(b,b)$。　4

C$^+$也可以替换为略强些的公式

C^s　$p(a,a)\neq p(b,c)\rightarrow p(a,c)+p(\bar{a},c)=p(d,d)$。

B$^+$只是一种"有机的"写法,更简单但"无机的"公式为

B^s　$p(ab,c)=p(a,bc)p(b,c)\leqslant p(a,c)$。

9　我更喜欢 6 条公理系统而不是 4 条公理系统,其理由有三:(i)长系统中的公理不那么反常,因而较直观,特别是以上注 7 提到的形式。(ii)为减少公理条数,必须另外引入变量,这个代价太高了。(iii)B$^+$的"有机性"通过机械窍门[mechanical trick]获得,因而并没有多少价值。

b)等同于 1。或者,如果存在限制,就可认为它等同于这限制 $p(ab)/p(b)$。)公设 1 的作用仅仅在于赋予**元素**系统以性质。在处理布尔代数或陈述与命题逻辑时,常常假设类似于公设 1 的公理。而我们想指明,在**元素**理论中,S 是一个(可数的)布尔代数。(见附录 * vi第 15 点的另一个例子。)

在公设 2 中,需要 A1 来说明**并不是所有概率都相等**(比如,都等于 0 或都等于 1)。A2 的作用是我们借之证明"$p(x,a)=p(x,b)$",对于所有元素 a 和 b,在给定的**任意**条件 c 下,其概率都是相等的。**没有** A2 的话也能作这样的证明,但那就得假设 $p(a)\neq 0\neq p(b)$。有了 A2,即使在 a 和 b 都是**零绝对概率**的情况下,我们还能够把概率相等问题扩展到第二个论证。

A2 可以用以下更强大的公式来代替:

$A2^{+}$　　若 $p(a,a)=p(b,c)=p(c,b)$,则 $p(a,b)=p(a,c)$;

或者也可以用下列两公式之一来替代(其中 $B3^{-}$ 较弱):

B3　　若 $p(ab,c)=p(ba,c)$,则 $p(c,ab)=p(c,ba)$

$B3^{-}$　　若 $p(ab,ac)=p(ab,c)$,则 $p(ba,ca)=p(ba,c)$

显然,它也可以用这个公式来替代(更加简洁也更加有力):

$B3^{+}$　　$p(a,bc)=p(a,cb)$

但是 $B3^{+}$ 之强大实超过我们的需要——其实只要 $p(a,(bc)(cb))=p(a,(cb)(bc))$ 就足够了,虽然后者更弱些。然而因为 $B3^{+}$ 过于强大,也容易产生一些误导。采用它容易遮蔽一个事实,即单用其他公理,就足以证明第一论题的交换法则。至于 $A2^{+}$ 的好处在于它和此处提到的其他公式相比(比如弱很多的 A2),避免了使用 a 和 b 的乘积。

然而,借助上述诸事实,我们还可以进一步将公理减少至 3 条,也就是说,A1、C^{+} 以及下列公理 B,它是 $B3^{+}$ 和 B3 的结合:

B　　若 $p(ab,c)\neq p(a,d)p(b,c)$,只要 $p(a,c)\geqslant p(a,d)p(b,c)$ 并且 $p(a,d)=p(a,bc)$,则 $p(a,cb)\neq p(a,d)$

由这 3 条公理构成的公理系统其威力之强超乎我们期待,而且它还具有由 A1、A2、B^+和 C^+构成的 4 条公理系统的全部优点。

对 S 中的每个元素 a 来说,需要 A3 才能证明 $p(a,a)=1$。不过通过加强 C,我们也可以省略 A3。由公理 C^+就可看出,如果将 C 中的两个事件“$p(b,b)$”(或者只是第二个事件)替换为“$p(d,d)$”,A3 就变成多余的了。

公设 3 需要 S 中存在元素 a 和 b 的乘积(或集、或交)。它借助两个简洁的公理,穷尽了乘积的所有性质(比如幂等性、互换还有联合)。两个公理的头一个直观明了,第二个我曾在附录 * iii 中加以讨论。

在我看来,公理 B1 是这里所有公理中最直观明了的一个。它比 336
A4′和 B1′(参阅上文注 7)都要好,不过后两者并用可以替代它。和 B1 比,A4′可能会被误当作惯例。而 B1′也不能像 B1 那样,描述**概率**直观可测量的一面特点,倒是描述了 ab 的乘积或合取。

如上述公式 B 所示,公理 B2 可以和 B1、$A2^+$结合。此外还有别种结合方式。在有的结合中,乘积只出现一次。这样的结合非常复杂,但具有一个优点,即它们可能具有类似于定义的形式。通过在以下公理 BD(像 B 一样,可以为 A2、B1 和 B2 替代)中两次插入符号“(a)”,一次在开始,一次在“(Eb)”之前,通过将第一个箭头(条件性的)替换为一个双箭头(双条件性的),我们可以得到一个定义性的形式。以下所用简写都曾在附录 * v 的开头解释过。*1

$$\begin{aligned}\text{BD}\ p(xy,a)=p(z,a)\rightarrow(Eb)(c)(d)(Ee)(Ef)(Eg)(p(x,a)\geqslant p(z,a)\\ =p(x,b)p(y,a)\&p(a,c)\geqslant p(b,c)\leqslant p(y,c)\&\ p(a,e)\geqslant p(c,e)\leqslant p\\ (y,e)\rightarrow p(c,d)\leqslant p(b,d))\&(p(a,f)=p(y,f)\rightarrow p(x,a)=p(x,b)\\ =p(x,y))\&(p(x,g)\geqslant p(c,g)\leqslant p(y,g)\rightarrow p(c,a)\leqslant p(z,a)))\end{aligned}$$

公设 4 要求对 S 中的每个 a,都存在补余$\bar{a}$。它通过一个(弱化的条件性形式)貌似明显的公式“$p(a,c)+p(\bar{a},c)=1$”——其先决条件

*1　BD 有个经过改良、更简短的版本,见第 358 页。

是 $1 = p(a,a)$——描述了这一补余的特点。这一公式的先决条件是必须的，因为假如 c 是 $a\,\bar{a}$ 的话（“空元素”：$a\,\bar{a} = 0$），我们便得到 $p(a,c) = 1 = p(\bar{a},c)$，然则在这一有限的案例中，貌似“明了”的公式就垮台了。

这一公设，或者公理 C，在 $p(a,b)$ 和 $p(a,a)$ 的意义上说，具有定义 $p(\bar{a},b)$ 的特性。只要我们把 C 写成如下方式，这一点就不难见出。（请注意，（ii）由（i）而来。）

（i）只要存在一个 c，并且 $p(c,b) \neq p(a,a)$，则 $p(\bar{a},b) = p(a,a) - p(a,b)$

（ii）只要没有这样的 c，就有 $p(\bar{a},b) = p(a,a)$

还有一个类似于 BD 改进版的公式 CD，见第 358 页的附录。

337 我认为由 A1、BD 和 CD 构成的系统要比由 A1、B 和 C^+ 构成的系统略占上风，虽说 BD 是复杂的。

按照最终极的做法，公设 AP 可以为简单定义所取代

(.) $\quad p(a) = p(a,\overline{\bar{a}\,a})$

不过这定义使用了补余和乘积，因而预先假定了公设 3 和公设 4。公式(.)将在以下的附录 * V 中作为公式 75 求证。

我可以证明我的公理系统是**一致的**。我们可以建立元素系统 S（具有无穷数量的各种元素：对有穷 S，证明无足轻重）以及函数 $p(a,b)$，使所有公理都满足。我还可以证明我的公理系统是**独立的**，因为公理的弱点，这些证明是非常容易的。

对于有穷 S，**关于其一致性的首个微不足道的证明**，可以通过假设 $S = \{1,0\}$ 来获得。也就是说，S 包含两个元素，1 和 0。设乘积、集或补余运算与数学乘积和补余运算相等。我们定义 $p(0,1) = 0$，而在所有其他情况下使 $p(a,b) = 1$，于是所有公理都得到了满足。

在进一步讨论可数的无穷解释之前，就 S 的有穷解释再补充两点。它们不仅满足我们的公理系统，而且还满足以下扩展论断(E)。

(E) $\quad$ S 中存在元素 a、b 和 c，而

$$p(a,b)=1 \text{ 并且 } p(a,bc)=0$$

还有一个类似的论断

(E′)　S 中存在一个元素 a,而

$$p(a)=p(a,\bar{a})=p(\bar{a},a)=0\neq p(a,a)=1$$

第一个例子不能满足论断(E),就我所知现存的任何概率系统也都不能满足它(当然,除了我本人的某些系统)。

能够满足我们的系统和(E)的**第一个例子**由 4 个元素构成。$S=\{0,1,2,3\}$。此处 ab 被定义为 a 和 b 这两个数字中较小的那个,除非 $1.2=2.1=0$。我们定义:$\bar{a}=3-a$,而不论 $a=0$ 还是 1,都有 $p(a)=p(a,3)$,并且不论 $a=2$ 还是 3,都有 $p(a)=p(a,3)=1$;$p(a,0)=1$;除非 $a=1$ 或 $a=3$(这样的话 $p(a,1)=1$),否则 $p(a,1)=0$。在剩余的情 338
况中 $p(a,b)=p(ab)/p(b)$。非常直观,元素 1 可以被当作 0 绝对概率的普遍法则,而 2 则使它的扩展否定。为了满足(E),我们取 $a=2,b=3$ 而 $c=1$。

上述一例还可用以下两个“矩阵”[matrices]展示。(我相信这种方法最早由亨廷顿在 1904 年采用。)

ab	0	1	2	3	$\bar{a}$
0	0	0	0	0	3
1	0	1	0	1	2
2	0	0	2	2	1
3	0	1	2	3	0

$p(a,b)$	0	1	2	3
0	1	0	0	0
1	1	1	0	0
2	1	0	1	1
3	1	1	1	1

第二个例子是第一个例子的普遍化,它向我们展示,第一个例子背后的原则能够扩展到许多元素,其数量超过我们所选定——只要这些元素形成布尔代数,也就是说,元素的数量必须是 2 的 n 次方。此处的 n 是最小的不可兼区域[exclusve area]或类的数量,这些区域是根据一些论域划分而来。我们可以自由地将每个类和正分数[positive fraction]关联起来,$0\leqslant r\leqslant 1$,作为其绝对概率,同时注意其总数为 1。

对于任何布尔总量,我们都将其概率与数学总量关联起来;对于任何布尔补集,都关联其与 1 有关的数学补集。我们可以指定一个或几个最小(非 0)排斥区域或组的概率为 0。设 b 是这样一个区域或组,若 $ab=0$,我们可以设 $p(a,b)=0$。否则 $p(a,b)=1$。我们还可以设 $p(a,0)=1$,而在所有其他情况下,都可以设 $p(a,b)=p(ab)/p(b)$。

我选择了以下解释,来证明我们的系统即使当 S 为可数无穷时仍是一致的。(这个解释与频率解释有关,因而比较有趣。)设 S 是双值再现[diadic representation]的有理数分数[rational fractions]的组,若 a
339 是 S 中的元素,则可将 a 写成一个序列,$a=a_1,a_2\cdots\cdots$,其中 a_i 不是 0 就是 1。我们将 ab 解释为序列 $ab=a_1b_1,a_2b_2,\cdots\cdots$于是$(ab)_i=a_ib_i$;而将$\bar{a}$解释为序列$\bar{a}=1-a_1,1-a_2,\cdots\cdots$于是$\bar{a}_i=1-a_i$。为了定义 $p(a,b)$,特引入一个辅助表达 A_n,其定义如下:

$$A_n=\sum_n a_i$$

于是我们就有

$$(AB)_n=\sum_n a_ib_i$$

另外,我们再定义一个辅助函数 q:

只要 $B_n=0$,则 $q(a_n,b_n)=1$

只要 $B_n\neq 0$,则 $q(a_n,b_n)=(AB)_n/B_n$

现在,我们可以定义:

$$p(a,b)=\lim q(a_n,b_n)$$

这一极限对 S 中的所有 a 和 b 都有效,可以清晰地看出,它能满足我们的所有公理。(参见附录 * vi,第 8 至第 14 点。)

对于系统的**一致性**就谈这么多。

要说明 A1 的**独立性**,对于 S 中的每个 a 和 b,可以使 $p(a,b)=0$,然后除了 A1 以外的所有公理都满足了。

要说明 A2 的独立性，[10]可以使 S 包含三个元素，$S=\{0,1,2\}$。很容易就能看出，ab 的积必定是不可交换的[non-commutative]，对它必须作如下定义：$1.2=2$，而在所有其他情况下，包括在 2.1 的情况下，ab 都为最小(a,b)，也就是说，都为其两个组成部分 a 和 b 的最小一个。我们还可定义：当也只有当 $a=0$ 时，$\bar{a}=1$，否则$\bar{a}=0$。我们定义 $p(0,2)=0$，在所有其他情况下，$p(a,b)=1$。显然，对每个 b 来说，当 $p(0,1)=1$ 并且 $p(0,2)=0$ 时，$p(1,b)=p(2,b)$。于是 A2 就不能被满足了，不过其他所有公理都满足。

我们可以写下不可交换的矩阵来说明上面的解释：　340

ab	0	1	2	$\bar{a}$
0	0	0	0	1
1	0	1	2	0
2	0	1	2	0

$p(0,2)=0$；
在所有其他案例中
$p(a,b)=1$

要说明 *A3* 的独立性，我们就像小证一致性那样，令 $S=\{0,1\}$，逻辑积和补集与数学积和补集相等。定义 $p(1,1)=1$，而在所有其他案例中 $p(a,b)=0$。因为 $p(1,1)\neq p(0,0)$，于是 A3 就垮台了，同时其他公理却仍然满足。

为说明 B1 是独立的，令 $S=\{-1,0,+1\}$。使 ab 为 a 和 b 的数学积，$\bar{a}=-a$，并且 $p(a,b)=a.(1-|b|)$。于是所有公理都满足，而只有 B1 不行。因为 $a=-1, b\neq+1$，而 $c=0$。写成矩阵则如下：

10　照以上所言 A2 的观点，显然要证明其独立性，就是要建构一个不可交换的实例(矩阵)，以及一个有关 p 值的数字法则，这法则要能确保交换法则的违背只针对第二个论证。此处描述的 A2 独立性的证据，就是为了满足这些条件。它是由我和 J. 阿伽西[J. Agassi]博士同时发现的。(只有当公设 AP 中的“b”头上都戴着短横时，这实例才满足 AP。不过它却满足第 337 页的(.))。* 参照第 358 页的补遗。

ab	-1	0	$+1$	$\overline{a}$
-1	$+1$	0	-1	$+1$
0	0	0	0	0
$+1$	-1	0	$+1$	-1

$p(a,b)$	-1	0	$+1$
-1	0	-1	0
0	0	0	0
$+1$	0	$+1$	0

这个例子还证明了*A4′*的独立性(参照上文注7)。另一个例子可以证明B1和B1′的独立性,它的基础是以下不可交换性矩阵:

ab	0	1	2	$\overline{a}$
0	0	1	0	2
1	0	1	1	0
2	0	1	2	0

$p(0,2)=0$;
在所有其他案例中
$p(a,b)=1$

B1在$a=0,b=1,c=2$时失败。

341 为证明B2的独立性,我们引入A3条件下的S,定义$p(0\ ,1)=0$,在所有其他案例中,$p(a,b)=2$。因为$2=p(1.1,1)\neq p(1,1.1)p(1,1)=4$,所以B2失败,同时其它所有公理仍满足。

(还有一个例子可以说明B2的独立性。想象需要用B2来证明"$p(ba,c)\leqslant p(a,c)$",就可以获得这个例子。这暗示我们可以将第二个例子用于B1,只要将1.0的值由0变为1,将0.1的值由1变成0即可。其他一切都可一如既往。当$a=1,b=0$而$c=2$时,B2失败。)

最后,为了证明C是独立的,我们再次采用同上的S,但是假设$\overline{a}=a$。现在我们使$p(0,1)=0$并且在其他案例中,$p(a,b)=1$,于是C就失败了。因为$p(\overline{0},1)\neq p(1,1)$。但其他公理都满足。

对可实行的**公理**的独立性证明到此结束。

至于**公设**的不可实行的部分,公设1的独立性前已证明(见前文对此公设的评述)。

公设2(在其不可实行的部分)要求只要a和b存在于S中,$p(a,b)$就都是一个实数。为了说明这一要求——姑且简称为"公设2"——的独立性,首先要设想给S一个**非数字式的布尔解释**。这方面,我们将

S 解释成一个最多是可数的，同时又是非数字式的布尔代数（就像一套陈述，其中“a”、“b”等等都是不同**陈述的名称**）。我们规定，若 x 是一个数字，则“$\bar{x}$”就表示“$-x$”，而如果 x 是一个布尔元素（比如陈述），则“$\bar{x}$”表示 x 的布尔补集（否定）。与此相似，我们还可以规定，如果 x 和 y 都是数字，则“xy”、“$x+y$”、“$x=y$”、“$x \neq y$”以及“$x \leqslant y$”具有通常的数学含义；但如果 x 和 y 是布尔元素，它们的含义则是布尔含义。（如果 x 和 y 是陈述，“$x \leqslant y$”就应被解释为“x 承担 y”。）为证明公设 2 的独立性，还要加一条规定：将“$p(a,b)$”解释为在布尔意义上与“$a+\bar{b}$”同义。这样当 A1、A2、A3 以及所有其他公理、公设都转为著名的布尔代数公式时，公设 2 就垮台了。[11]

要证明公设 3 和公设 4 经验部分的独立性也是小菜一碟。首先引入 342
一个辅助系统 $S'=\{0,1,2,3\}$，并用如下矩阵定义积、补集以及绝对概率：

ab	0	1	2	3	$\bar{a}$	$p(a)$
0	0	0	0	0	3	0
1	0	1	0	1	2	0
2	0	0	2	2	1	1
3	0	1	2	3	0	1

相对概率则如此定义：

只要 $p(a) \neq 1 = p(b)$，则 $p(a,b)=0$
在所有其他案例中，$p(a,b)=1$。

这个系统 S' 满足我们的所有公理和公设。为说明公设 3 的经验部分的独立性，设 S 受限于 S' 的元素 1 和 2，其他什么都不变。显然，公设 3 失败了，因为元素 1 和 2 的乘积并不在 S 中，其他一切都仍然有

---

[11] 这种解释稍加变化，便将所有的公理转变为命题算法的重言式，满足除公设 2 以外的所有公设。

效。与此相似,我们可以通过将 S 限制于 S'的元素 0 和 1,来证明公设 4 的独立性。(也可以选择 2 和 3,或者 S'的 4 个元素之中 3 个的任意组合,除了 1、2、3 这种组合。)

要证明公设 AP 的独立性更不费力。只需按照前文第一个一致性证明的原则解释 S 和 $p(a,b)$,同时使 $p(a)$ = 常数(比如 0、1/2、1 或者 2)。这样就可以得到一种解释,使公设 AP 失败。

至此我们已经诸条证明,我们公理系统种的每项论断都是独立的。(以愚见,以前还没人发表过概率公理系统的独立性证明。我猜原因是已知系统都不是独立的。)

通用系统之所以多余是因为,不论是明确提出还是暗地默认,它们
343 都假定对 S 中的元素、布尔代数的某些或全部法则是有效的。可是我们将在附录 * V 的末尾证明,这些法则都可以从我们的公理中得出,只要我们给布尔等式"$a = b$"作如下定义:

(*) 当也只有当 $p(a,c) = p(b,c)$对 S 中的每个 c 都成立时,就有 $a = b$。

还存在这样一个疑问,如果我们**假设** ab 是一个布尔乘积,而$\bar{a}$是一个布尔补集,那么我们的系统中的公理会不会也变成多余。它们都遵循布尔代数的法则,并且(*)是有效的。对此疑问可以这样回答,没有任何公理(除了 B1′)成为多余。(只有当我们假设,在有关 p-函数的**第二条论点中**,任两个布尔等式证明的元素可以互换,那么我们公理中的一条可能变成多余的,也就是互换公理 A2,其目的正和当前此项假设重复。)我们的公理并不会变得多余,它们的独立性(当然要除了 A2 和 B1)可以通过满足布尔代数的一些例子得到证明。除了 B1 和 C1,我已经诸条给出了所有例子,而对 B1 和 C1 来说,可以给出更简单的例子。能够说明 B1(和 A4′)和 C 的独立性的布尔代数例子如下。(0 和 1 是布尔 0 和泛元素[universal elements],$\bar{a} = 1 - a$。此例实与上一例相似,只不过联系到元素的概率是 -1 和 2,而不是 0 和 1。)

ab	-1	0	1	2	$\bar{a}$
-1	-1	0	-1	0	2
0	0	0	0	0	1
1	-1	0	1	2	0
2	0	0	2	2	-1

B1(和 A4′)

$p(a) = a; p(a,0) = 1;$

在所有其他案例中

$p(a,b) = p(ab)/p(b) = ab/b$

C:$p(a,b) = 0$,当 $ab = 0 \neq b$;

在所有其他案例中

$p(a,b) = 1$。

因为 $2 = p(1.2,1) > p(1,1) = 1$,所以 B1 失败。

因为尽管 $p(0,1) \neq p(1,1)$,但 $p(\bar{2},1) + p(2,1) = 2$,所以 C 失败。

即使我们假设布尔代数**与**(*),我们的公理系统仍然保持独立,[344] 可以说我们的系统是“独立自足的”[autonomously independent]。如果用 A4′和 B1′取代公理 B1(见上文注 7),那么我们的系统当然就不再是独立自足的了。对我来说,独立自足是概率计算的公理系统一个有趣的(也是可贵的)属性。

现在,我来作个总结。我想在“自足”也即概率意义上,对我们的理论,对“可容许系统”S 以及“**概率的布尔场**”S 给出定义。末一个术语是科尔莫戈罗夫的术语,但我在用它的时候其含义比科尔莫戈罗夫理解的稍微宽泛些。我将比较科尔莫戈罗夫在处理这个问题时和我有什么不同,这些细节的差别照我看是非常富有启发性的。

首先,我要就概率意义来下定义,为什么我说 a 是 b 的超级元素[super-element](比 b 更宽,或与 b 同),或 b 是 a 的子元素[sub-element](逻辑上比 a 更强,或与 a 同)。定义如下。(参见附录 * V 的末尾部分。)

对于 S 中的每个 x,当且只当 $p(a,x) \geqslant p(b,x)$ 时,a 就是 b 的超级元素,而 b 就是 a 的子元素,写成表达式就是:$a \geqslant b$。

接下来我要定义无穷序列的乘积元素[product-element]a,序列为$A=a_1,a_2,\cdots\cdots$,序列的所有成员a_n都是S中的元素。

设S中的部分或所有元素排列成一个**无穷序列**$A=a_1,a_2,\cdots$,使S中的任何元素都允许在序列中重复出现。例如,设S仅仅包含两个元素0和1,于是$A=0,1,0,1,\cdots\cdots,B=0,0,0,\cdots\cdots$,都称为$S$中元素的无穷序列。当然,更重要的情况是,无穷序列$A$的部分或几乎所有成员都是$S$中的**不同**元素,于是相应地将无穷地包含许多元素。

有种情况特别有趣,即一个**渐减的**(准确地说是非渐增的)**无穷序列**,也就是说,序列$A=a_1,a_2,\cdots\cdots$,其中$a_n\geqslant a_{n+1}$对A中的每一对相邻成员都成立。

现在我们可以定义无穷序列$A=a_1,a_2,\cdots\cdots$的(布尔的,相对于集合论的)**乘积元素**a,它是S元素中最宽的,是每个属于序列A的元素a_n的子元素。写成表达式就是:

当也仅当a满足下列两个条件时,$A=\pi\ a_n$

(ⅰ) 对A中的所有元素a_n,并且对S中的每个元素x,$p(a_n,x)\geqslant p(a,x)$都成立。

345 (ⅱ) 对S中的所有元素x,并且对S中每个满足$p(a_n,y)\geqslant p(b,y)$(这对所有元素a_n以及S中的每个元素y都成立)的元素b,$p(a,x)\geqslant p(b,x)$都成立。

为说明我们的(布尔)A的乘积元素a与集合论(内在)的A的乘积或集有何区别,现在且将讨论限定在S中,S满足我们的公设2到公设5,其元素x、y、$z\cdots\cdots$是集合,xy就是它们的集合论乘积。

以下是我们的主要例子S_1,我称其为"缺失半区间[half-interval]的例子"。

S_1是一个由全区间$u=(0,1]$中的特定半开放子区间构成的系统。S_1精确地包含以下两点:(a)渐减序列A使$a_n=(0,\frac{1}{2}+2^{-n}]$,此外还有($b$)任两个元素的集合论乘积以及任一个元素的集合论补余。

因之S_1不含"半区间"$h=(0,\frac{1}{2}]$,也不含h的任何非空子区间。

由于缺失的半区间 $h=(0,\frac{1}{2}]$ 是序列 A 的集合论乘积，很明显 S_1 不包含 A 的集合论乘积。但是 S_1 确实包含 A 的（布尔的）“乘积元素”，因为空区间显然满足条件（ⅰ），由于它是满足（ⅰ）的最宽的区间，所以它也满足（ⅱ）。

此外，很明显，如果我们给 S_1 加上任意区间 $b_1=(0,\frac{1}{8}]$，或 $b_2=(0,\frac{3}{16}]$ 等等，那么这些区间中最大的将是照我们定义意思的（布尔的）A 的乘积元素，而没有一个区间会是 A 的集合论乘积。

此处读者可能会想，因为每个 S 中都有空元素，所以每个 S 都会像 S_1 那样，包含有一个 S 中任意 A 的乘积元素（照我们定义的意义），因为若是它不包含任何更宽的满足（ⅰ）的元素，那么空元素就总会取而代之。可是实际情况却不是这样，这点通过举 S_2 为例就能看出。除了 S_1 的元素，S_2 还包含序列 $B=b_1,b_2$ 的元素（加上序列 B 的任两个元素的集合论乘积以及任一个元素的集合论补余），其中 $b_n=(0,(2^n-1)/2^{n+2}]$。很容易看出，虽然每个 b_n 都满足 A 乘积元素的条件（ⅰ），但没有一个满足条件（ⅱ）。所以实际上，S_2 中并不存在能够满足乘积元素 A 的条件（ⅰ）的**最宽的元素**。

所以 S_2 既不包含 A 的集合论乘积，也不包含我们意义上的（布尔的）乘积元素。但是 S_1，以及所有通过给 S_1 增加一个新的有穷区间（加上乘积和补余）而得到的系统，都会包含我们意义上的——而不是集合论意义上的——A 的乘积元素，除非我们给 S_1 加上缺失的半区间 $h=(0,\frac{1}{2}]$。 346

在我们的系统中，元素 a 的空可以通过 $p(\bar{a},a)\neq 0$ 表现出来，因之我们可以定义一个“可容许的系统 S”以及一个“概率 S 的布尔场”，如下所示。

（ⅰ）　当且仅当 S 能满足我们的公设，同时还能满足以下**定义条件**时，满足我们的公设 2 到公设 4 的系统 S，即称为**可容许的系统**。

设 $bA = a_1b, a_2b, \cdots\cdots$ 是 S 中元素的任意渐减序列(这种情况下,$A = a_1, a_2, \cdots\cdots$ 可谓“相对于 b 渐减”)。假如这一序列的乘积元素 ab 确实在 S 中,[12]则

$$\lim p(a_n, b) = p(a, b)$$

(ii)当也仅当 S 中存在一个由 S 中元素构成的任意渐减序列的乘积元素时,可容许系统 S 便叫作**概率的布尔场**。

对于上述两个定义,(i)精确对应于科尔莫戈罗夫所谓“连续性公理”[axiom of continuity],而(ii)在我们系统中的功能恰好类似于科尔莫戈罗夫之定义概率的布尔场。

现在我要说明,**不论何时,只要 S 是科尔莫戈罗夫意义上的概率的布尔场,那它同时也是我们意义上的概率的布尔场,此处的概率被看作集合的可数的附加测量函数,而这些集合也就是 S 中的元素。**

根据我们对可容许系统和概率的布尔场的定义,所有满足公设同时仅仅包含有穷数量的不同元素的系统 S,都是可容许系统和布尔场。因而我们定义之有趣,仅在于它与**包含有穷数量的不同元素**的系统 S
347 的联系。这样的有穷系统可能满足第一条、第二条,甚或全部两条定义条件,但它也可能不满足。换句话说,对有穷系统而言,我们的定义条件并非多余,并且是独立的。

要证明它不多余,(i)由注 12 提到的那种形式,借助上文给出的缺失的半区间 S_1 一例,便很容易做到。只要定义概率 $p(x)$ 等于 $l(x)$,

---

12 我还可以在此处加上“并且如果 $p(\overline{ab}, ab) \neq 0$,使 ab 是空的”:这仍然与我的公式,而不是科尔莫戈罗夫的公式,更接近。不过这并非必要条件。我想指出,我深受雷尼[A. Rényi]十分精彩的论文“论概率论的新公理”[On a New Axiomatic Theory of Probability]的鼓舞,此文见《匈牙利科学院数学公报》[*Acta Mathematica Acad. Scient. Hungaricae*]6,1955 年,第 286 – 335 页。尽管多年来我就意识到科尔莫戈罗夫的系统应该相对化,尽管我几次指出相对系统的优越性,但只是在读了雷尼的论文后,我才懂得这一相对化的成果有多么丰硕。我后来在 1955 年发表的相对系统,比雷尼的系统更概括,他的系统和科尔莫戈罗夫的系统一样,都是集合论的[set-theoretical],而且是不对称的。不难看出,进一步的概括将极大地简化数学处理过程。

即区间 x 的长度。由于 $\lim p(a_n) = 1/2$，而 A 的（在 S 中的）乘积元素 $p(a) = 0$，于是我们的首个定义（ⅰ）就被违背了。在另一个例子 S_2 中（它空洞地满足第一个定义），（ⅱ）也被违背了。

上述例子通过违背我们的第一个定义，说明了第一个定义的独立性，或者更准确地说，说明了它不是多余的。然而却不能说明科尔莫戈罗夫“连续性公理”的独立性，它在我们的例子中很好地得到满足。因为缺失的半区间 $h = (0, \frac{1}{2}]$ 不论在 S 中与否，是 A 唯一的集合论乘积，于是在集合论家看来，不论 a 是否在 S 中，$a = h$ 都真。既有 $a = h$，我们就有 $\lim p(a_n) = p(a)$。因此科尔莫戈罗夫的公理被满足（即便我们省略条件 $p(\overline{a}, a) \neq 0$，结果也如此。参阅注 12）。

应该指出，科尔莫戈罗夫在其著作中未能证明其“连续性公理”的独立性，尽管他宣称它是独立的。但是我们可以改造我们独立性证据的构架，使它适用于科尔莫戈罗夫的公理及其集合论方法。要这么作，我们得选择一个系统 S_3 而非 S_1，S_3 与 S_1 完全一样，只不过立基于由 $c_n = (0, 2^{-n}]$ 定义的序列 $C = c_1, c_2, \cdots\cdots$ 之上，而不是由 $a_n = (0, \frac{1}{2} + 2^{-n}]$ 定义的序列 $A = a_1, a_2, \cdots\cdots$ 之上。接下来我们就可以通过定义序列 A 中元素的概率，来说明科尔莫戈罗夫的公理是独立的。其过程如下：

$$p(c_n) = l(c_n) + \frac{1}{2} = p(a_n)$$

此处的 $l(c_n)$ 是指区间 c_n 的长度。这个定义极端有悖于直观，它同时赋予区间 $(0, \frac{1}{2}]$ 和 $(0, 1]$ 的概率为 1，因而赋予区间 $(\frac{1}{2}, 1]$ 的概率为 0。它之违背科尔莫戈罗夫的公理，也要归咎于其有悖直观的特点。说它违背公理，是因为即便 $p(c) = 0$，也有 $\lim p(c_n) = \frac{1}{2}$。因为有悖直 348
观，这个例子的一致性远非昭然，所以也有必要证明它的一致性，以建立起科尔莫戈罗夫公理独立性的证据。

不过若从我们先前的独立性证明的角度看，当下的一致性证明并

不难。我们曾借助 S_1 一例证明我们第一个定义的独立性，而 S_1 和 S_3 两例中的概率 $p(a_n)$ 和 $p(c_n)$ 正巧相合。通过在 A 和 C 两个序列之间建立联系，我们可以在 S_1 和 S_3 的元素之间建立一一对应的关系，这样，S_1 的一致性也就证明了 S_3 的一致性。

显然，任何证明科尔莫戈罗夫公理独立性的例子都必定是有悖直观的，因而其一致性也就需要用类似我们采用的方法来证明。换句话说，科尔莫戈罗夫公理独立性的证明将不得不利用本质上基于类似于我们采用的乘积（布尔）定义，而不是基于集合论的定义。

虽然每个科尔莫戈罗夫意义上的概率布尔场同时也就是我们意义上的概率布尔场，但这话却不能反过来说。我们可以建立一个系统 S_4，它和 S_1 完全相似，同样缺失 $h=(a,\frac{1}{2}]$，却包含一个开放区间 $g=(a,\frac{1}{2})$，而 $p(g)=\frac{1}{2}$。我们可以略失武断地定义 $\overline{g}=u-g=(\frac{1}{2},1]$，以及 $u-(g+\overline{g})=u\,\overline{u}$（而非 $\frac{1}{2}$ 点）。不难看出，S_4 是我们意义上的布尔场，其中 g 是 A 的乘积元素。然而 S_4 却不是科尔莫戈罗夫意义上的布尔场，因为它不包含 A 的集合论乘积。我们的定义允许通过集合系统来解释，这些集合不是布尔系统集合，其中乘积和补余并不完全是集合论乘积和补余。可见，我们的定义比科尔莫戈罗夫的要宽。

在我看来，（ⅰ）和（ⅱ）的独立性证据提示了它们二者的功能。（ⅰ）的功能是排除像 S_1 这样的系统，以确保渐减序列乘积（或极限）的数学适当性。测量的极限必须等同于极限的测量。（ⅱ）的功能是排除像 S_2 这样具有无限渐增序列的系统。它是要确保每个渐减序列在 S 中都有乘积，每个渐增序列都有总量。

附录 * v　形式概率理论中的推导

本篇要给出我的公设系统的最重要的推导过程，我刚在附录 * iv 中解释过这些公设系统。我将说明幂等性、交换性、联系性和分配法则的上界和下界[upper and lower bounds]是如何获得的，我还将说明绝对概率的一个更简洁的定义。此外，我还想指出系统中如何获得布尔代数。更全面的阐述有待另文。

我以箭头“…… → ……”代表“若……则……”，以双箭头“…… ←→ ……”代表“…… 当也仅当……”，以“&”代表“和”，以“(Ea) ……”代表“S 中有个 a，而……”，并以“(a)……”代表“对 S 中的所有 a，……”。

首先我要重述公设 2 以及 6 个可实行的公理，它们都将明确地引用在证据中。（其他公设将在默认的状况下使用，公设 2 只会在证据 5 中引用一次。）在读到关于公理 A3 和 C 时，读者需要注意我往后不久——见公式 25——就会证明 $p(a,a)=1$。

公设 2　若 a 和 b 在 S 中，则 $p(a,b)$ 是一个实数。

A1　$$(\mathrm{E}c)(\mathrm{E}d)p(a,b)\neq p(c,d),$$

A2　$$((c)(p(a,c)=p(b,c))\rightarrow p(d,a)=p(d,b),$$

A3　$$p(a,a)=p(b,b)。$$

B1　$$p(ab,c)\leqslant p(a,c),$$

B2　$$p(ab,c)=p(a,bc)p(b,c)。$$

C　$$p(a,a)\neq p(b,a)\rightarrow p(a,a)=p(c,a)+p(\bar{c},a)。$$

以下是推导过程。

(1)　$p(a,a)=p(b,b)=k$　　基于 A3 的简化

(2)	$p((aa)a,a) \leqslant p(aa,a) \leqslant p(a,a) = k$	B1,1
(3)	$p((aa)a,a) = p(aa,aa)p(a,a) = k^2$	B2,1
(4)	$k^2 \leqslant k$	2,3
(5)	$0 \leqslant k \leqslant 1$	4(以及公设 2)
(6)	$k \neq p(a,b) \rightarrow k = k + p(\bar{b},b)$	C,1
(7)	$k \neq p(a,b) \rightarrow p(\bar{b},b) = 0$	6
(8)	$p(a\bar{b},b) = p(a,\bar{b}b)p(\bar{b},b)$	B2
(9)	$k \neq p(a,b) \rightarrow 0 = p(a\bar{b},b) \leqslant p(a,b)$	7,8,B1
(10)	$k \neq p(a,b) \rightarrow 0 \leqslant p(a,b)$	9
(11)	$0 > p(a,b) \rightarrow k = p(a,b)$	10
(12)	$k = p(a,b) \rightarrow 0 \leqslant p(a,b)$	5
(13)	$0 > p(a,b) \rightarrow 0 \leqslant p(a,b)$	11,12
(14)	$0 \leqslant p(a,b)$	13(或 10,12)
(15)	$0 \leqslant p(\bar{a},b)$	14
(16)	$k \neq p(a,b) \rightarrow k \geqslant p(a,b)$	C,1,15
(17)	$p(a,b) \leqslant k \leqslant 1$	16,5
(18)	$0 \leqslant p(a,b) \leqslant k \leqslant 1$	14,17
(19)	$k = p(aa,aa) \leqslant p(a,aa) \leqslant k$	1,B1,17
(20)	$k = p(a(aa),a(aa)) \leqslant p(a,a(aa)) \leqslant k$	1,B1,17
(21)	$k = p(aa,aa) = p(a,a(aa))p(a,aa) = k^2$	1,B2,19,20
(22)	$k = k^2$	21
(23)	$(\mathrm{E}a)(\mathrm{E}b)p(a,b) \neq 0 \rightarrow k = 1$	18,22
(24)	$(\mathrm{E}a)(\mathrm{E}b)p(a,b) \neq 0$	A1
(25)	$p(a,a) = k = 1$	1,23,24
(26)	$(\mathrm{E}b)(\mathrm{E}a)p(b,a) \neq k$	A1,1
(27)	$(\mathrm{E}a)p(\bar{a},a) = 0$	7,26

至此我们已建立起所有法则的上下界:(18)总结了(14)和(17),说明概率限制在 0 和 1 之间。(25)和(27)说明确实达到了这些界限。以下我们要列出的各种法则的推导过程,它们通常不是得自布尔代数

就是得自命题算法。首先我们看幂等性法则。

(28)　$1 = p(ab,ab) \leqslant p(a,ab) = 1$　　25,B1,17

(29)　$p(aa,b) = p(a,ab)p(a,b)$　　B2

(30)　$p(aa,b) = p(a,b)$　　28,29

这就是幂等性法则,有时也称为“重言式法则”。以下列举互换法 351
则的推导过程。

(31)　$p(a,bc) \leqslant 1$　　17

(32)　$p(ab,c) \leqslant p(b,c)$　　B2,31,14

这就是第二单调法则[law of monotony],与 B1 相似。

(33)　$p(a(bc),a(bc)) = 1$　　25

(34)　$p(bc,a(bc)) = 1$　　33,32,17

(35)　$p(b,a(bc)) = 1$　　34,B1,17

(36)　$p(ba,bc) = p(a,bc)$　　35,B2

(37)　$p((ba)b,c) = p(ab,c)$　　36,B2

(38)　$p(ba,c) \geqslant p(ab,c)$　　37,B1

(39)　$p(ab,c) \geqslant p(ba,c)$　　38(subst.)

(40)　$p(ab,c) = p(ba,c)$　　38,39

这就是第一论点的交换性法则。(为使它扩展到第二论点,还必须使用 A2。)它得自(25),推导过程中只用了两个单调法则(B1 和 32)以及 B2。以下写出联系法则的推导过程。

(41)　$p(ab,d((ab)c)) = 1$　　35(subst.)

(42)　$p(a,d((ab)c)) = 1 = p(b,d((ab)c))$　　41,B1,17,32

(43)　$p(a,(bc)((ab)c)) = 1$　　42(subst.)

(44)　$p(a(bc),(ab)c) = p(bc,(ab)c)$　　43,B2

(45)　$p(bc,(ab)c) = p(b,c((ab)c))p(c,(ab)c)$　　B2

(46)　$p(b,c((ab)c)) = 1$　　42(subst.)

(47)　$p(c,(ab)c) = 1$　　25,32,17

(48) $p(a(bc),(ab)c)=1$ 44 至 47

这就是联系法则的基本形式。(62)即由它推导而来,推导过程中借助了 A2⁺(及 B2),不过我回避了能够用到 A2 和 A2⁺的地方。

(49) $p(a(b(cd)),d)=p(cd,b(ad))p(b,ad)p(a,d)$ 40,B2

(50) $p(a(bc),d)=p(c,b(ad))p(b,ad)p(a,d)$ 40,B2

(51) $p(a(bc),d)\geqq p(a(b(cd)),d)$ 49,50,B1

这是第一单调法则 B1 的较弱的总结。

(52) $p(a(b(cd)),(ab)(cd))=1$ 48(subst.)

(53) $p((a(b(cd)))(ab),cd)=p(ab,cd)$ 52,B2

352 (54) $p(a(b(cd)),cd)\geqq p(ab,cd)$ 53,B1

(55) $p((a(b(cd)))c,d)\geqq p((ab)c,d)$ 54,B2

(56) $p(a(b(cd)),d)\geqq p((ab)c,d)$ 55,B1

(57) $p(a(bc),d)\geqq p((ab)c,d)$ 51,56

这是联系法则的一半。

(58) $p((bc)a,d)\geqq p((ab)c,d)$ 57,40

(59) $p((ab)c,d)\geqq p(b(ca),d)$ 58(subst.),40

(60) $p((bc)a,d)\geqq p(b(ca),d)$ 58,59

(61) $p((ab)c,d)\geqq p(a(bc),d)$ 60,(subst.)

这是联系法则的另一半。

(62) $p((ab)c,d)=p(a(bc),d)$ 57,61

这就是第一个论证的联系法则的完整形式(参见附录 * iv 开始的公式(g))。第二个论证的法则可以通过应用 A2 得到。(在(62)两侧两次应用 B2 只能推导出一个有条件的形式,它需要以"$p(bc,d)\neq 0$ →"为前提。)

现在我要转向补余公理[axiom of complementation]C 的总结。以下的推导过程将更加精确。

(63)　$p(\bar{b},b)\neq 0\longleftrightarrow(c)p(c,b)=1$　　7,25

(64)　$p(a,b)+p(\bar{a},b)=1+p(\bar{b},b)$　　C,25,63

这是补余原则 C 的一个无条件形式,以下我将推广。

既然(64)是无条件的,而"a"不在等式右侧出现,我们就可以用"c"替代"a",并推得

(65)　$p(a,b)+p(\bar{a},b)=p(c,b)+p(\bar{c},b)$　　64

(66)　$p(a,bd)+p(\bar{a},bd)=p(c,bd)+p(\bar{c},bd)$　　65

和 $p(b,d)$ 相乘,就得到:

(67)　$p(ab,d)+p(\bar{a}b,d)=p(cb,d)+p(\bar{c}b,d)$　　B2,66

这是对(65)的推广。通过代换法,可得:

(68)　$p(ab,c)+p(\bar{a}b,c)=p(cb,c)+p(\bar{c}b,c)$　　67

鉴于

(69)　$p(\bar{c}b,c)=p(\bar{c},c)$,　　7,B1,25,63

公式(68)也可以写得更简洁,这有似于(64)。

(70)　$p(ab,c)+p(\bar{a}b,c)=p(b,c)+p(\bar{c},c)$。　　68,69[1]

1　为推导出(70),还需要以下公式

$$p(cb,c)=p(b,c),$$

可以称其为"(29′)"。这个公式的推导过程,在(40)和(32)的条件下,与(28)和(29)的步骤有些相似:

(28′)　$p(ab,ab)=1=p(b,ab)$　　25,32,17

(29′)　$p(ba,b)=p(b,ab)p(a,b)=p(a,b)$。　　B2,28′

我们可以为第二个论证给它加上幂等性法则

(30′)　$p(ab,b)=p(a,bb)=p(a,b)$。　　B2,25,29′,40

此外,通过代换,我们可从(28)得到

(31′)　$p(a,a\bar{a})=1$　　28

从(28)还可得

(32′)　$p(\bar{a},a\bar{a})=1$　　28

通过 C,我们从这得出

这便是对 C 的无条件形式以及公式(64)的总结。

(71) $p(aa,b)+p(\bar{a}a,b)=p(a,b)+p(\bar{b},b)$ 70

(72) $p(\bar{a}a,b)=p(a\,\bar{a},b)=p(b,b)$ 40,71,30

(73) $p(\bar{a}a,b)+p(\overline{\bar{a}\,a},b)=p(a\,\bar{a},b)+p(\overline{a\,\bar{a}},b)=1+p(\bar{b},b)$ 64

(74) $p(\overline{\bar{a}a},b)=1=p(\overline{a\,\bar{a}},b)$ 72,73

这说明元素$\overline{a\,\bar{a}}$满足公设 AP 的条件,于是可得,

(75) $p(a)=p(a,\overline{a\,\bar{a}})=p(a,\overline{\bar{a}a})=p(a,\overline{b\,\bar{b}})=p(a,\overline{\bar{b}b})$ 25,74,AP

这是绝对概率的定义,它具有更可实行的形式。

接下来,我将给出一般加法法则的推导过程。

(76) $p(a\,\bar{b},c)=p(a,c)-p(ab,c)+p(\bar{c},c)$ 70,40

(77) $p(\bar{a}\,\bar{b},c)=p(\bar{a},c)-p(\bar{a}b,c)+p(\bar{c},c)$ 76

(78) $p(\bar{a}\,b,c)=1-p(a,c)-p(b,c)+p(ab,c)+p(\bar{c},c)$ 77,76,64,40

(79) $p(\overline{\bar{a}\,\bar{b}},c)=p(a,c)+p(b,c)-p(ab,c)$ 78,64

这是一般加法法则的一种形式,这一点并不难明白,只要回忆一
354 下,"$\overline{\bar{a}\,\bar{b}}$"在我们的系统中与布尔意义上的"$a+b$"是相同的。值得注意,(79)具有通常的形式:它是无条件的并且是避开了不寻常的"$+p(\bar{c},c)$"。(79)还可以进一步推广为:

(80) $p(\overline{\bar{b}\,\bar{c}},ad)=p(b,ad)+p(c,ad)-p(bc,ad)$ 79

(81) $p(a\,\overline{\bar{b}\,\bar{c}},d)=p(ab,d)+p(ac,d)-p(a(bc),d)$ 80,B2,40

这是对(79)的推广。

现在我们遇到了分配法则[law of distribution]的推导问题。我们

(33′) $p(a,\bar{b}b)=1$ 31′,32′,C

因此我们有

(34′) $(Eb)(a)p(a,b)=1$ 33′

(35′) $(Ea)p(\bar{a},a)=1$ 34′

参见(27)。(31′)至(35′)诸公式**不属于通用系统定理。**

可以从(79)、(81)和一个简单的引理(84)将它推导出来。我称(84)为“分配引理”[distribution lemma],它是(30)的概括:

(82)　$p(a(bc),d)=p(a,(bc)d)p(bc,d)=p((aa)(bc),d)$　B2,30

(83)　$p(((aa)b)c,d)=p(a(ab),cd)p(c,d)=p(((ab)a)c,d)$　B2,62,40

(84)　$p(a(bc),d)=p((ab)(ac),d)$　82,83,62

这就是“分配引理”。

(85)　$p(\overline{\overline{ab}\,\overline{ac}},d)=p(ab,d)+p(ac,d)-p((ab)(ac),d)$　79(subst.)

现在可以把“分配引理”应用到这个公式以及(81)中去,可得:

(86)　$p(a\,\overline{\overline{b}\,c},d)=p(\overline{\overline{ab}\,\overline{ac}},d)$　81,85,84

这是第一分配法则的一种形式。可以把它应用到以下公式的左侧

(87)　$p(\overline{\overline{b}\,\overline{b}a},c)=p(\overline{\overline{b}\,\overline{b}},ac)p(a,c)=p(a,c)$　B2,74

于是可得

(88)　$p(\overline{\overline{ab}\;\;\overline{a\,b}},c)=p(a,c)$　86,87,40

请注意

(89)　$p(\overline{\overline{a}b},c)=p(ab,c)$　68(subst.)

(90)　$p(a,c)=p(b,c)\rightarrow p(\overline{a},c)=p(\overline{b},c)$　64

结果就有

(91)　$p(\overline{\overline{a\,b}\,\overline{c}},d)=p(\overline{a}\,\overline{\overline{b\,c}},d)$　62,89,40

(92)　$p(\overline{\overline{a}\;\overline{b}\;\overline{c}},d)=p(\overline{a\,\overline{b\,c}},d)$　90,91

这是布尔总量的联系法则。通过替换(40)中的补集 a 和 b,我们发现

(93)　$p(\overline{\overline{a\,b}},c)=p(\overline{\overline{b\,a}},c)$　40,90

这是布尔总量的交换法则。同理可得

(94)　$p(\overline{\overline{a}\,\overline{a}},b)=p(a,b)$　30,89,90

这是布尔总量的幂等性法则。从(87)我们可以得出

(95)　$p(a,b)=p(a,b\,\overline{c\,c})$　87,40,A2

(96)　$p(a,b)p(b)=p(ab)$　95,B2,75

它也可写作

(97) $p(b)\neq 0\rightarrow p(a,b)=p(ab)/p(b)$ 96

这个公式说明,经过我们推广的相对概率概念,在 $p(b)\neq 0$ 的情况下,与通用的概念恰巧相合。而我们的算法是通用算法的推广。先前附录 * iv 中的那些例子,都说明我们的推广是真实有效的。在那些例子中我们借助公式(E)说明了我们系统的一致性:

(E) $(Ea)(Eb)(Ec)p(a,b)=1$ 并且 $p(a,bc)=0$

这个公式在许多关于 S 的有穷解释中都无效,但是在正常的无穷解释中却有效。

为证明在任何一致性的解释中,S 必须是一个布尔代数,我们注意到

(98) $((x)p(a,x)=p(b,x))\rightarrow p(ay,z)=p(by,z)$ B2

(99) $((x)p(a,x)=p(b,x))\rightarrow p(y,az)=p(y,bz)$ 98,A2

有趣的是(99)需要 A2。(99)并不是接着 98、40 和 B2 而来,因为 $p(a,z)=p(b,z)=0$ 是有可能的。(例如,若 $\bar{a}=z\neq x\ \bar{x}$,情况就会是这样。)

(100) $((x)(p(a,x)=p(b,x)\&p(c,x)=p(d,x)))\rightarrow p(ac,y)=p(bd,y)$ 99,B2

借助(90)、(100)以及 *A2*,马上就能看出,不论何时,只要

(*) 对 S 中的每个 x,$p(a,x)=p(b,x)$ 都成立

此条件一旦满足,那么元素 a 的任何名称都可以通过任何形式完好的计算公式,由元素 b 的部分或所有名称替代,而无需改变其真值。换句
356 话说,条件(*)保证了 a 和 b 的**等值替换**。

有了这个结果,我们现在可以定义 a、b 两元素的布尔等值了。

(*D*1) $a=b\longleftrightarrow(x)p(a,x)=p(b,x)$

由这个定义我们立刻可以得出公式

(A) $a=a$

(B) $a=b\longleftrightarrow b=a$

(C)　$(a = b \& b = c) \rightarrow a = c$

(D)　$a = b \rightarrow$在公式的某些或所有位置上，a 可以替代 b 而不影响公式的真值。　A2,90,100

我们还可引入第二个定义

(*D*2)　$a = b + c \longleftrightarrow a = \overline{\overline{b}\,\overline{c}}$

于是可得：

(i)　若 a 和 b 在 S 中，则 $a + b$ 也在 S 中　(公设 3,*D*2,*D*1,90,100)

(ii)　若 a 在 S 中，则$\bar{a}$也在 S 中　(公设 4)

(iii)　$a + b = b + a$　93,*D*2

(iv)　$(a + b) + c = a + (b + c)$　92,*D*2

(v)　$a + a = a$　94,*D*2

(vi)　$ab + a\,\bar{b} = a$　88,*D*2

(vii)　$(\mathrm{E}a)(\mathrm{E}b)a \neq b$　27,74,90,*D*1

然而根据亨廷顿的成果，系统(A)至(*D*2)与(i)至(vi)正是布尔代数一个著名的公理系统。[2] 而且众所周知，布尔代数的一切有效公式都是由这一公理系统得出。

所以，S 是一个布尔代数。由于一个布尔代数可以解释为推导逻辑，我们便可以断定，**在其逻辑解释中，概率计算是推导逻辑的真实推广**。

更特别的是，我们可以把

$$a \geqslant b$$

它可通过“$ab = b$”来定义，照逻辑解释写为，“a 由 b 而来”(或者“b 承担 a”)。不难证明

(+)　$a \geqslant b \rightarrow p(a,b) = 1$

2　参照 E. V. 亨廷顿，《美国数学学会通报》35，1933 年，第 274 – 304 页。系统(i)至(vi)就是亨廷顿的“第四套”，在他的著作的第 280 页谈到。同一页上还可以找到(A)至(D)以及(*D*2)。亨廷顿在第 557 页以下还说明公式(v)是多余的。此外(vii)也是他假设的。

357 这是一个重要的公式，许多学者都断言成立。[3] 但在通用系统中，只要它们是一致的，便是无效的，因为要使它们有效，就必须允许[4]

$$p(a, a\,\bar{a}) + p(\bar{a}, a\,\bar{a}) = 2$$

尽管我们有

$$p(a + \bar{a}, a\,\bar{a}) = 1$$

也就是说，像 $p(a + \bar{a}, b) = p(a, b) + p(\bar{a}, b)$ 这样的公式必不能在系统中无条件地断言。（参照我们的公理 C，参见以上注 1。）

$(^{+})$的反向式，也就是

$$p(a, b) = 1 \rightarrow a \geqq b$$

必定不能用我们用来证明一致性的第二和第三个例子来论证。（还请参照本节及上一附录中的公式（E）。）不过在我们的系统中尚有其他有效等值，比如

$(\overset{+}{+})$

$$a \geqq b \longleftrightarrow p(a, \bar{a}b) \neq 0$$

$$a \geqq b \longleftrightarrow p(a, \bar{a}b) = 1$$

两条公式在通用系统中都无法成立，因为通用系统中除非 $p(b) \neq 0$，否则 $p(a, b)$ 是未经定义的。因而，概率论的通用系统显然错误地描述了逻辑推广：它们在形式上并不适应这一目的，因为从它们甚至推导不出布尔代数。

我们系统的形式特点，使它有可能将逻辑推广解释为，举例言之，一个多值的命题性逻辑（我们选择多少值就有多少值，不管是离散的、密集的，还是连续的），或者一个模型逻辑系统[system of modal logic]。

---

3 比如 H. 杰弗里斯在其《概率理论》[*Theory of Probability*]，§1.2“常例 3”中就断言它成立。不过这个公式一旦被接受，就立刻和他的定理 4 发生矛盾，因为杰弗里斯没有我们的“$p(b) \neq 0$”之类限制条件。为此，杰弗里斯在 1948 年其著作的第二版中改进了定理 2 的公式。但是正如定理 4（及其他许多定理）显示的那样，他的系统仍然缺乏一致性（尽管他在第二版的第 35 页认识到两个相互矛盾的命题限定了任何命题的继承。参照第 23 节注 *2，以及我对杰弗里斯的回答，载《心灵》52，1943 年，第 47 页以下。）。

4 见以上脚注 1，公式 31′以下。

实际上有许多方法可以做到这一点。例如，我们可以通过“$p(b,a\bar{b})\neq 0$”来定义“a 必然包含 b”，或者通过“$p(a,\bar{a})=1$”来定义“a 在逻辑上是必然的”。甚至必要陈述究竟是否必然是必要的问题，也能自然地在概率论中找到它的位置：它和基础概率陈述与次级概率陈述的关系 358
问题是紧密联系的，这一关系在概率论中占据极端重要的位置（正如附录iv中第三篇札记的第 13 点所述）。简单说来，用“$\vdash x$”表示“x 是必然的（或可论证的）”，用“h”表示“$p(a,\bar{a})=1$”，我们可以写下

$$\vdash a\longleftrightarrow\vdash h$$

从而我们发现

$$\vdash a\rightarrow\vdash `p(h,\bar{h})=1'$$

其含义可以是$\vdash a$ 使 a 成为必然必要的，这含义就像

$$\vdash a\rightarrow\vdash `p(`p(a,\bar{a})=1',`\overline{p(a,\bar{a})=1}')=1'$$

我们就得到关于（基础）概率陈述的（次级的）概率陈述。

不过，当然还有别的办法来解释基础和次级概率陈述的关系。（有些解释会阻碍我们把它们当作同一个语言级别来处理，甚至阻碍我们把它们当作同一种语言来处理。）

补遗　1964 年

我后来又发现，由 3 条公理 A、BD 和 CD 构成的系统，等值于第 332 页和第 349 页所列的 6 条公理。现列举如下。

A　$(Ea)(Eb)p(a,a)\neq p(a,b)$

BD　$((d)p(ab,d)=p(c,d))\longleftrightarrow(e)(f)(p(a,b)\leqq p(c,b)\&p(a,e)\leqq p(c,e)\leqq p(b,c)\&((p(b,e)\leqq p(f,e)\&p(b,f)\leqq p(f,f)\leqq p(e,f))\rightarrow p(a,f)p(b,e)=p(c,e)))$

CD　$p(\bar{a},b)=p(b,b)-p(a,b)\longleftrightarrow(Ec)p(b,b)\neq p(c,b)$

近来我还发现一个例子，它不能满足 A2 但能满足所有其他公理，

而且满足公设 AP(见第 339 页注 10)。我们可以把 342 页上的例子加修改(使不论何时,只要 $p(b)=0$,就有 $p(2)=\frac{1}{2}$,$p(a,b)=1$;不论何时,只要 $p(b)\neq 0$,就有 $p(a,b)=p(ab)/p(b)$)以便得到一个能证明 C 的独立性的布尔代数。

参见我的《猜想与反驳》,1963 年,第 388 页以下,我的《研究的逻辑》的第三版也是最后一个德文版,以及我发表在《综合》[*Synthese*] 15,1963 年,第 107 - 186 页,以及 21,1970 年第 107 页的论文。

附录 * vi　论客观无序或随机性

谈到客观的概率论，谈到它之应用于像熵（或分子无序）这样的概念，最基本的任务就是要客观地描述**无序或随机性的特点，使它们成为一类秩序**。

在本附录中，我想简要介绍这类描述可能解决的某些问题，以及接近这些问题的方法。

（1）处于平衡状态的气体分子速率的分布，一般认为是（非常接近于）**随机的**。同样，星云在宇宙中的分布也像是**随机的**，其发生密度总体上是恒定的。星期天下雨的可能性也是**随机的**。从长期考虑，一周中的每一天，其降雨量是等量的，而星期三（或其他任意一天）的降雨并无助于我们预测星期天会否下雨。

（2）我们可以对随机性进行一定的数字**检验**。

（3）我们可以将随机性描述为“规则的缺失”，但这样的描述帮助不大。因为没有检验总体规则出现或缺失的办法，只有检验某些**具体**规则出现或缺失的办法。所以我们对随机性的检验永远不能排除所有规则的出现：我们可以检验降雨和星期天之间是否存在有意义的联系，或检验某个预测星期天降雨的公式是否有效——“至少每三周一次”就是这类公式。但是尽管我们可以根据检验结果否定这一公式，却不能根据检验来判定，是否存在更好的公式。

（4）上述情况诱使人们认为，随机性或无序不是一种可作客观描述的秩序，必须把它解释为：我们对其背后的主导秩序（如果确实存在某种秩序）**缺乏知识**。我认为必须抵制这一诱人的观点。我们能够发展出一种理论，真正允许我们建构理想类型的无序（当然，借助它也可以建构理想类型的秩序，以及有序、无序两个极端之间的任何状态）。

360 (5)这一领域中最简单的问题,同时我相信已经被我解决了的问题,是建构一个**一维理想类型的无序**。它是一个理想无序序列。

建立这类序列的问题,直接源自处理无穷序列的概率频率理论,以下加以说明。

(6)根据冯·米泽斯,具有平衡分布的0和1的序列,如果它承认**无博弈系统**[*no gambling system*],也就是说,如果它承认没有一个系统能允许我们事先选择不均等子序列,那么它就是随机的。但是冯·米泽斯当然也承认,任何博弈系统都可能在一个时段内"碰巧"有效,只是**从长期角度看**——或更精确地说,经过无穷数量的检验——博弈系统必然崩溃。

因此,米泽斯的集体[collective]**在其起始节段**[*commencing segment*]可能是极端规则的。只要最终变成无规则的,冯·米泽斯的法则就不能排除具有规则起始的集体,如

00 11 00 11 00 11……

在头5亿个位置上一直这样持续下去。

(7)很明显我们不能凭经验检验这类延缓随机[deferrd randomness]。但当在序列中检验随机性时,我们心存的显然是另一种类型的随机性,那是一个**从一开始**就具有"合理的随机样子"的序列。

可是"从一开始"这个词本身出了问题。序列010110像不像随机的呢?显然,要作回答还嫌它**太短**。然而如果我们说,我们需要一个**长序列**以决定这类问题,那就好像我们刚才说的全白说,我们得收回"从一开始"这个词。

(8)要解决这个困难,就得建立一个**理想的随机序列**,它的每个起始节段,不管取长取短,在段长范围之内都尽量随机。换句话说,这个序列的随机度n(即其不理会后效的n自由度)以数学允许的速度,随着序列长度的增长而不断增长。

如何建立这样一个序列的问题已在本书附录ⅳ中说明。(尤其见
361 附录ⅳ的注*1,它参考了由我和L. R. B. 埃尔顿博士合作的、尚未发表的一篇论文。)

(9)回应这一描述的所有序列的无穷集合都可称为**理想类型的随机选项**,它们具有相等的分布。

(10)这些序列除了“非常随机”——其有穷的起始节段能够通过所有随机性检验——不再要求任何预先的假设。虽则如此,还是**很容易看出它们具有频率的极限**,一般频率理论意义上的频率极限。这就以简单的方式解决了我在论概率那一章中的一个核心问题——通过将序列的极限行为在有穷节段中减弱至随机行为,来消除极限公理。

(11)整个建构可以很容易地向一维案例的两个方向扩展。办法是将第一、第二……个奇数元素与第一、第二……个正向位置联系起来,并将第一、第二……个偶数元素与第一、第二……个反向位置联系起来。用这著名的方法,我们能够把我们的建构扩展到 n 维度空间的单元中去。

(12)诸如冯·米泽斯、科普兰[Copeland]、瓦尔德和丘奇[Church]等频率理论家的主要兴趣,是以最严肃的方式,通过排除“所有”博弈系统来定义随机序列。他们在最宽广的意义上使用“所有”这个词。不过我的兴趣和以上诸位相当不同。对随机性与**任何有穷起始节段**兼容的说法,我从一开始就想抗辩。我打算描述产生自**随机般的有穷序列**的序列,并转换至无穷。我想用这种方法达成两项结果:回避能够通过随机性统计检验的那类序列,同时**证明**极限定理。这两个目标,借助我的旧附录iv中的建构,现在都已实现,正如此处的(8)所展现。可是与此同时,我还发现,不管是出于数学原因还是出于哲学原因,概率的“测量理论方法”比频率解释(见我的《后记》第 * iii 章)要更好。(关键一点与概率的趋向性解释有关,在我《后记》中有充分讨论。)因此我不再认为从频率理论中消除极限公理非常重要。不过要消除它还是能够做到的:我们能够借助附录iv中建立起来的理想类型 362
的随机序列,来建立频率理论。并且我们可以说一个可经验的序列是随机的。统计检验证明这经验序列与理想序列有多相似,我们就可以说这经验序列有多随机。

冯·米泽斯、科普兰、瓦尔德和丘奇承认的序列与我这里提到的序

列并不一定相合。但是任何被统计检验所否定并被定为不是随机的序列,后来都有可能转变为上述理论家意义上的、可容许的随机序列。

补遗 1967 年

(13)今天,在这个老问题得到解决(解决方案在 1934 年是令我满意的)的多年以后,我不再相信建构一个能够克服所有老困难的频率理论有何重要。可是我相信把随机性描述为一种秩序依然重要,建立随机序列模型依然重要。

(14)如(8)至(10)所描述的**理想随机序列**,满足附录 * ⅳ 和 * ⅴ 中的形式系统,也满足更早的附录 * ⅱ ,这是具有重大意义的。因为设 S 为随机序列 0 和 1 的任意集合,使 $a = a_1, a_2, \cdots\cdots; b = b_1, b_2, \cdots\cdots$,那么因为 $a \neq b$,a 和 b 是独立的(因此 ab 是随机的)。设 S 包含构成 0 和 1 序列的仅有的两个序列。我们可以推导

$$p(a,b) = \lim((\sum a_n b_n)/\sum b_n)$$

$$p(ab,c) = \lim((\sum a_n b_n C_n)/\sum c_n)$$

$$p(\bar{a},b) = \lim((\sum(1-a_n)b_n)/\sum b_n)$$

$$p(a) = \lim((\sum a_n)/n)$$

于是附录 * ⅳ 和 * ⅴ 中的所有公设和公理都满足了(除了公设 1。参照第 343 页)。

附录 * vii　零概率和概率与内容的精细结构

本书对**概率**的两种观念作了严格区分，一种观念把概率看作**假设**，另一种观念把概率看作**验证度**。我首先要声明，当我们说一个假设被很好地验证，我们不过是说这假设被严格检验过（所以它必须是一个高度可检验的假设），它能经受住到目前为止我们所能设计出的最严格的检验。我的第二个声明，是**验证度不能是一个概率**，因为它无法满足概率计算的法则。根据概率计算法则的要求，在两个假设中，逻辑上更强的、信息更丰富的、更具有可检验性的，从而也就是能够**更好地被验证**的那个假设，总是比另外那个具有**更小概率**。（尤其见第 82 和 83 节。）

363

因此一般而言，较高的验证度总是伴随着较低的概率。这不但说明我们必须在概率（概率计算意义上的）和验证度或确证度之间作出严格区分，而且还说明**归纳的概率论，或归纳概率的观念，是站不住脚的**。

本书（第 80、81 和 83 节）已经通过对赖兴巴赫、凯恩斯和凯拉的某现观念的讨论，展现了归纳概率的不可能性。讨论的一个结果是，**在一个无穷域中**（可区别的事物数量的无穷，或时空区域的无穷），**任何（非重言式的）普遍法则的概率都是 0**。

（讨论的另一结果是，我们一定不能不加批判地设想，科学家的目标永远是取其理论的较高概率。其实他们不得不在高概率和高信息含量之间选择，因为**由于逻辑的原因二者不能兼得**。面对这一选择，他们到目前为止总是选择较高的信息含量而非较高的概率，只要理论能够经受住考验。）

至于“概率”，我指的要么是普遍法则的**绝对**逻辑概率，要么是**相**

364

对于某些证据的概率，相对于单个陈述，或相对于陈述的有穷合取。若 a 代表法则，b 代表任何经验证据，我认为

(1) $$p(a)=0$$

并且

(2) $$p(a,b)=0$$

本附录就是要讨论这些公式。

(1)和(2)这两个公式是等值的。正像杰弗里斯和凯恩斯观察到的那样，若陈述 a 的“先验”[prior]概率(绝对逻辑概率)为 0，那么它相对于任何有穷证据 b 的概率也必然为 0。因为我们可以设想，对任何有穷证据 b，都有 $p(b)\neq 0$。因为 $p(a)=0$ 使 $p(ab)=0$ 成为必须，并且由于 $p(a,b)=p(ab)/p(b)$，我们就从(1)得到了(2)。若(2)不管多弱或者“几乎是重言式的”，只要它对任何证据性的 b 都成立，我们就可以设想它对零证据，即对重言式 $t=\overline{\overline{b}\,\overline{b}}$ 也成立。$p(a)$ 可以定义为与 $p(a,t)$ 等值。

有许多论点支持(1)和(2)。首先，我们可以把经典定义中的概率看作是从所有(等值)概率中分开的**有利**概率的数量。接着，如果我们用有利证据来分辨出有利概率，就能推导出(2)。显然，在这个例子中，$p(a,b)=0$，因为有利证据只能是有穷的，而无穷域中的概率显然是无穷的。(此处的推论不依赖于“无穷”，因为从任何足够大的域中，不管近似值取多少，我们都会得出同样结果。而我们知道，相比于我们可以掌握的证据数量，我们的域是极其巨大的。)

这样简单的考虑可能有失含糊，但是一旦我们想从经典定义中推导出(1)而非(2)，那这个考虑就得到大大加强了。我们可以将域陈述 a 解释为它导致了单个陈述的无穷乘积，每个都具有一个概率，当然，这概率比 1 要小。在最简单的情况下，a 本身可以被解释为这样一个
365 无穷乘积，可以认为 $a=$“具有属性 A 的一切事物”，写成符号就是“$(x)Ax$”，它应被读作“对于 x 不管我们取何值，x 都具有属性 A”。

在[1]这个例子中，a 可以被解释为无穷乘积 $a = a_1 a_2 a_3 \cdots\cdots$，其中 $a_i = Ak_i$，而 k_i 则是我们的无穷论域的第 i 个个体的名字。

现在我们可以用“a^n”代表 n 个单个陈述乘积 $a_1 a_2 \cdots\cdots a_n$ 的第一个，于是可以把 a 写成

$$A = \lim_{n\to\infty} a^n$$

以及（见第 346 页）

(3)　$$p(a) = \lim_{n\to\infty} p(a^n)$$

显然，我们可以把 a^n 解释为这样的论断，在元素 $k_1, k_2, \cdots\cdots k_n$ 的有穷序列中，所有元素都拥有属性 A。这就使把经典定义应用于 $p(a^n)$ 的评估变得容易。对于论断 a^n，**只有一个概率是有利的**，这个概率，就是所有 n 个体，k_i 也不例外，都拥有属性 A 而不拥有非属性 A 的概率。但是总共有 2^n 个概率，因为我们必须设想，任意一个 k_i 不但可能拥有属性 A，而且可能拥有非属性 A，两者必居其一。因此，经典理论给出了

(4^c)　$$p(a^n) = 1/2^n$$

但是，从(3)和(4^c)，我们马上就得出了(1)。

导致(4^c)的“经典”论据并不完全合适，尽管我相信它本质上是正确的。

若假设 A 和非 A 具有同等可能性，就觉得它不合适了。虽然可以

1　“x”在这里是一个单独变量，其变化范围涵盖（无穷）论域。例如我们可以选择 a =“所有天鹅都是白色的”=“对于 x 不管我们取何值，x 都具有属性 A”，其中“A”定义为“是白色的，或不是天鹅”。我们的表达方式还可以稍加变化，假设 x 的范围涵盖全域的整个时空区域，将“A”定义为“没有一只非白色天鹅”。甚至形式更复杂的法则，比如“$(x)(y)(xRy \rightarrow xSy)$”都可以写成“$(x)Ax$”，因为我们可以将“$A$”定义为

$$Ax \longleftrightarrow (y)(xRy \rightarrow xSy)。$$

我们或许可以下结论说，自然法则具有与此处所言者不同的形式（参照附录 * x）：它们在逻辑上比此处所言者更强。而且，当自然法则被迫采用“$(x)Ax$”这等形式时，其谓词 A 虽然可以演绎地检验，但本质上就变成不可观察的了（参照附录 * ix 所收“第三篇札记”的注 * 1 和注 * 2）。但在这种情况下，我们的构想却益发有效了。

366 争辩——我相信争辩得并没有错——说因为 a 是要描述自然法则，而各个不同的 a_i 是实例化的陈述，因此要比它们的否定式，那些潜在的证伪者，要可能的多。（参照第 28 节的注 1）可是这个反对只涉及到论证的非本质部分。对任何归于 A 的概率来说，无穷乘积 a 都将会是零概率（假设它是独立的，这点下文还要讨论）。的确，我们此处碰到的是一个特别平凡的案例，**概率的 1 或 0 法则**（考虑到神经物理，我们还可称之为“全有或全无原则”[the all-or-nothing principle]）。这一案例写成公式则有，若 a 是 $a_1, a_2, \cdots\cdots$ 的无穷乘积，而 $p(a_i) = p(a_j)$，且各个 a_i 之间都相互独立，则以下公式成立：

(4) 除非 $p(a) = p(a^n) = 1$，否则 $p(a) = \lim_{n\to\infty} p(a^n) = 0$

但是很明显，$p(a) = 1$ 是不可接受的（不仅从我的观点看是这样，就是在我的归纳主义者对手看也是这样。他们显然不能接受普遍法则的概率永远不能通过经验增加这样一个结果）。因为“所有天鹅都是黑色的”与“所有天鹅都是白色的”一样，其概率都只有 1，所以“有只天鹅是黑色的”与“有只天鹅是白色的”等等，其概率都为 0，不管这样的说法在直觉上有多少逻辑弱点。换句话说，$p(a) = 1$ 的论断基于纯粹逻辑基础，而概率 1 则是全域的放空[the emptiness of the universe]。

于是，(4)建立起了(1)。

我相信这一论据（包括下文将讨论的独立性假设）是无可争议的，不过还存在其他一些弱的多的论证，它们不需要独立性假设，但是仍然可以达到(1)。例如，我们可作如下论证。

在推导过程中我们假设，每个 k_i，既有属性 A 的逻辑可能，也有非属性 A 的逻辑可能，这就不可避免地导向(4)。但是我们也可以假设，作为我们考虑基础的概率，不是由 n 个个体构成的全域中每个个体的可能属性，而是属性 A 和非属性 A 的个体发生的可能比例。在 n 个个体的样本中，发生
367 A 的可能比例为：$0, 1/n, \cdots\cdots, n/n$。如果我们考虑把这些比例中任何一个的发生作为我们的基础概率，并由此视它们具有相等的可能（“拉普拉斯分

布”[Laplace's distribution][2]），那么(4)就不得不被以下的(5)取代

(5)　　$p(a^n) = 1/(n+1)$，于是 $\lim p(a^n) = 0$。

虽然从推导(1)的角度看，公式(5)比(4^c)要弱得多，但它仍旧让我们推出了(1)，并且在推导过程中，并不需要确认对象案例是有利的，也不需要假设对象案例的数量是有穷的。

还有一条十分相似的论证导向(1)。每个普遍法则 a 向一个统计假设 h **施加**（因而最多一样可能）形式“$p(x,y) = 1$”，而 h 的绝对概率可以借助拉普拉斯分布来计算，结果是 $p(h) = 0$。（参照附录 * ix，第三篇札记，特别是 * 13。）可是由于 a 施于 b，遂有 $p(a) = 0$，结果导向了(1)。

在我看来，这一证明过程是最简洁、最令人信服的。通过假设(4)应用于 a 而(5)应用于 h，它使(4)和(5)的同时成立成为可能。

到此为止我们的考虑还都是基于概率的经典定义。不过要是我们采取概率形式计算的逻辑解释作为立脚点，我们也会得到同样的结果。在这种情况下，问题变成陈述的独立性与非独立性了。

如果我们再度把 a 看成是单个陈述 $a_1 a_2 \cdots\cdots$ 的逻辑乘积，那么唯一合理的假设就是，在缺乏任何（除了重言式的）信息的情况下，我们必须把这些单个陈述看作相互独立的，a_i 之后可以是 a_j 或它的否定 $\bar{a}_j$，而概率则

$$p(a_j, a_i) = p(a_j)$$
$$p(\bar{a}_j, a_i) = p(\bar{a}_j) = 1 - p(a_i)$$

而其他每个假设都等同于特设某种后效，假设在 a_i 和 a_j 之间存在某种偶然的联系。但这显然是一个非逻辑的、综合型的假设。因而不 368
能成为纯粹的概率逻辑理论的一部分。

同样一点还可以换种方法来表达，在某些假设，比如 h 下，我们当然可以有

2　这正是拉普拉斯借以推导出著名的“连续法则”[rule of succession]的假设，这也是我称其为“拉普拉斯分布”的原因。如果我们的问题仅仅是一个取样问题，那么它就是合适的。但如果我们考虑的是单个事件的连续性，则似乎并不合适。参见附录 * ix“第三篇札记”第 7 点以下，以及附录 * viii的注 10。

(6) $$p(a_j,a_ih)>p(a_j,h)$$

因为 h 会告知我们某种后效的存在。于是我们可以有以下结果

(7) $$p(a_ia_j,h)>p(a_i,h)p(a_j,h),$$

因为(7)和(6)等值。但假如没有 h,或 h 是一个重言式,换句话说,假如我们考虑的是绝对逻辑概率,(7)就必然为以下等式替代

(8) $$p(a_ia_j)=p(a_i)p(a_j)$$

它说明 a_i 和 a_j 是独立的,并且它等值于

(9) $$p(a_j,a_i)=p(a_j)。$$

但是相互独立的假设,连同 $p(a_i)<1$,将导向 $p(a)=0$,也就是说,导向(1)。

因此(8),单个陈述 a_i 相互独立的假设,导向(1)。主要是由于这个原因,有些学者直接或间接否定(8)。他们的论据无非是说,(8)必定为伪,因为假如它真,**我们就无法从经验中学习**:经验知识就将是不可能的。可是这一论据是不正确的,即使 $p(a)=p(a,b)=0$,我们也还是可以从经验中学习。例如,$C(a,b)$——在 b 检验下 a 的可证实度——好歹都会随着新的检验而增加。(参照附录 * ⅳ)于是这一"超越的"论证就错过了其目标。不管怎么说,它没有击中我的理论。[3]

---

3 如果一个论证以我们拥有知识,或我们能够从经验中学习的事实为出发点,并进一步由这一事实得出结论,认为知识,或从经验中学习必定是可能的,再进一步认为,导致知识不可能或导致从经验中学习不可能的任何理论,都必定是错误的,那么这样一个论证,就可以称之为"超越论证"。(这是康德思想的旧话重提。)我相信,如果针对导致知识不可能或从经验学习不可能的理论,批判地使用超越论证,那它的确是有效的。但在使用超越论证时仍需特别小心。经验知识就"知识"一词的**某些意义**来说,是存在的。但是就其他一些意义来说——比如就**确定**知识和**可论证**知识的意义来说,经验知识是不存在的。而我们不能不加批判地假设,我们具有"或然"知识——就概率计算意义来说有或然知识。我的论点确实就是:我们不具有这等意义上的或然知识。因为我相信,我们所谓"经验知识",包括"科学知识",都是由猜测构成,而许多猜测即便能够得到很好的证实,也是不可能的(具有零概率)。参见我的《后记》第 * 28 和第 * 32 节。

现在让我们考虑另一个观点,这观点认为(8)不成立,换句话说, 369
认为

$$p(a_i a_j) > p(a_i)p(a_j)$$

是有效的,结果便有

$$p(a_j, a_i) > p(a_j),$$

以及以下的

$$(^+) \qquad p(a_n, a_1 a_2 \cdots\cdots a_{n-1}) > p(a_n)$$

这一观点认为,一旦我们找到某些拥有属性 A 的 k_i,那么找到另一个拥有属性 A 的 k_j 的概率就会增大,找到拥有属性的例子越多,这概率也就越大。照休谟的说法,($^+$)声称"**那些没有经验过的实例**"(例如 k_n),"**有可能与我们经验过的实例类似**"。

以上引文(除了"有可能"一词)是摘自休谟对归纳法的批判。[4] 而休谟的批判完全应用了($^+$),用语言表达就是以上黑体强调的语句。因为休谟认为"**即便对事物之间经常的、恒定的联系作出观察之后,我们也没有理由对事物做任何超乎我们既往经验之外的推论**"。[5] 如果有人认为我们的经验授权我们,可以由观察过的事物推知未观察过的事物,那么且听休谟的话,"我想提个问题,**为什么我们会从对既往事例的经验中,形成超出既往之外的事例的结论**?"休谟指出,如果我们求诉于经验,来使我们就未经观察的事例所下的任何结论合理化,**哪怕只是可能的结论**,那也是陷入了无限倒退之中。他在《人性论概要》[*Abstract*]中补充道:"很明显,亚当以其全部科学,都不曾也永远无法向我们**证明**,自然的进程将会同样一致地继续下去……不,我还要进一步断言,他也不能用任何**或然**的论据来证明,未来必定顺从过去。所有或然的论据都建立在未来与过去一致性的假想上,因而是永远无法证

4 《人性论》[*Treatise of Human Nature*],1739 - 1740 年,卷 1,第 iii 部分,第 vi 节(黑体字是休谟原话)。参见我的《后记》第 * 2 节注 1,第 * 50 节注 2。

5 前引书,第 xii 节(黑体字是休谟的原话)。下一段引文出自前引书第 vi 节。

370 明的。”[6] 所以(+)是无法为经验证明的。可是为了在逻辑上有效,它必须具有重言式的特点,在每个逻辑上可能的全域中有效。但这儿的情况显然不是这样。

所以,如果(+)是真的,它将会具有归纳法的**综合性的先验原则**[synthetic a priori principle]的逻辑特性,而不是分析的或逻辑的论断。但它即使作为归纳法的原则也还不够有力。(+)可能真,而 $p(a)=0$ 不论如何都可以是有效的。(若有理论接受(+)作为有效推理,那(+)必定是综合的,而同时又接受 $p(a)=0$ 的理论,就是卡尔纳普的理论。[7])

有效的归纳概率原则必须比(+)更强。它至少要允许我们做出结论,对于某些单个证据 b,可得 $p(a,b)>1/2$,用语言表达就是,通过累加有利证据,能够使 a 的概率大过它的否定。不过只有当(1)为伪时,也就是说,只有 $p(a)>0$ 时,上述结论才成为可能。

杰弗里斯在其《概率论》§1.6 中给出的一个论据,能够更直接地反证(+)、证明(2)。[8] 他讨论了一个他命名为(3)的公式,按照我们用的表达符号,它相当于这样的论断,只要对每个 $i\leqslant n, p(b_i,a)=1$,使 $p(ab^n)=p(a)$,以下公式必定成立:

---

6 参照《一种后来命名为“人性论”的著作概要》[*An Abstract of a Book lately published entitled A Treatise of Human Nature*],1740 年,J. M. 凯恩斯和 P. 斯拉法编,1938 年,第 15 页。参见第 81 节注 2。(黑体字为休谟原话。)

7 卡尔纳普要求他的“Λ”[lambda](我已说明它是相关测度的倒数[reciprocal])必须有穷包含我们的(+)。参照他的《演绎法的连续统》[*Continuum of Inductive Methods*],1952 年。不过,卡尔纳普接受 $p(a)=0$,而根据杰弗里斯那将导致从经验学习的不可能。卡尔纳普的要求是以“Λ”必须有穷为基础,于是(+)对于杰弗里斯求助的那同一个先验论证是有效的,没有它,我们就不能从经验中学习。参照卡尔纳普的《概率的逻辑基础》[*Logical Foundations of Probability*],1950 年,第 565 页。还请参阅我为 P. A. 希尔普所编“在世哲学家文库”卡尔纳普卷撰写的文章,特别是注 87。此篇现在收录于我的《猜想与反驳》,1963 年。

8 我把杰弗里斯的算符转换成我惯用的算符,省略了他的 H,因为论证过程中 H 就算不是重言式,至少也与论证无关。不论如何,即使不省略杰弗里斯的 H,我的论证依然很容易表达。

(10)　$p(a,b^n)=p(a)/p(b^n)=p(a)/p(b_1)p(b_2,b^1)\cdots\cdots p(b_n,b^{n-1})$

杰弗里斯在讨论这一公式时说(以下我始终用我的表达符替代他的表达符):“因而,只要证据充分,三种情况必居其一:(1)a 的概率超过 1。(2)它总为 0。(3)$p(b_n,b^{n-1})$倾向于 1。”他又补充说,(1)其实是不可能的,因此只可能是(2)或(3)。可现在我要说,出于某种含糊不清的逻辑原因而认为情况(3)普遍成立的假设(要想把它用于归纳法,它就必须是普遍成立的,还的确是先验的),是易于反驳的。得出(10)所需的唯一条件,除了 $0<p(b_i)<1$,就是**存在**某个陈述 a,而 $p(b^n,a)=1$。 371
不过对任何陈述 b_i 的序列,这一条件**总是**能够得到满足,因为设想 b_i 是投硬币的结果,那么总是存在可能,建立一个普遍法则 a,使 $n-1$ 次投掷的结果成为必须,因此允许我们预测接下去的所有投掷结果(当然预测可能是错误的[9])。因而所需的 a 总是存在,并且总是存在另一个法则 a',得出同样的 $n-1$ 结果,但要预测第 n 次投掷的相反的结果。所以,杰弗里斯的情况(3)就成为悖论,因为只要 n 足够大,$p(b_n,b^{n-1})$总是接近 1,同样(根据另一个法则 a')$p(\bar{b}_n,b^{n-1})$也接近 1。相应地,杰弗里斯的论据可以用来证明他的情况(2),那恰巧与我的公式(2)巧合,已见本附录开头部分。[10]

我们可以把对(+)的批判总结如下。有些学者相信,出于纯粹逻辑原因,我们接下去会看见红色物体的概率,将随着我们刚刚见过的红色物体的增多而增大。但持这种信念的人相信的是魔法——人类语言

9　注意在各种条件下,(10)的推导过程都不会要求 b_i 具有“$B(k_i)$”的形式,具有一个普通谓项“B”,因而我们也不至于假设 b_i =“k_i 是正面”而 b_j =“k_j 是反面”。不过,我们可以建构一个谓项“B”,使每个 b_i 都具有“$B(k_i)$”的形式。我们可以将 B 定义为“当也仅当序列中的对应的序列元素由数学法则 a 为 0 或 a 为 1 分别决定时,B 相应地具有正面的属性或反面的属性”。(这样一个谓项的定义只能在一个由**有秩序的**,或可以**有秩序的**个体的全域中进行。不过假如我们心怀的目的是科学问题的应用,那么我们感兴趣的当然也只会是这种情况。参照我的《后记》1958 年前言,以及第 *49 节札记注 2。)

10　杰弗里斯本人得出了相反的结论:他接受情况(3)所述概率为有效。

的魔法。因为“红色”只不过是个谓词,而总是存在谓词 A 和 B,它们都能应用于所有迄今观察过的对象,但对接下来即将遇到的对象,其概率预测却是不兼容的。这些谓词在普通语言中可能不会出现,但总能建构起来。(很奇怪,这儿批评的魔法信仰,多在创立人工现代语言的语言学家那里找到信奉者,而在普通语言分析专家人群中,却找不到几个信奉者。)这样,通过批判($^{+}$),我捍卫了任意组合 $a_i a_j \cdots\cdots$ 中 a_n 的(绝对逻辑)独立性原则,换句话说,我的批判捍卫了(4)和(1)。

372 (1)还有更多证据。其中有一条是基于杰弗里斯和林奇思想的,[11] 将在附录 * viii 中进行更充分的讨论。而它的主要观点可以(稍作修正)表达如下。

设 e 为一个**解释项**,或者更准确地说,我们希望借助一个普遍法则解释的一套单个事实或数据的集。总的来说,存在有无穷数量的解释(根据数据 e 的不同,这些解释是相互**排除的**),而它们的概率总和不超过 1。不过这意味着几乎所有这些解释的概率都必须是 0,除非我们能将法则安排为无穷序列,从而给每个解释分配一个正的概率,使它们的总和接近 1 而不超过 1。它另外还意味着,在这个无穷序列中出现较早的法则,此概率必定比在序列中出现较晚的法则高。因此我们必须确保以下重要的**一致性条件**得到满足:

法则的排序方法必须是,如果有可能证明一个法则的概率比另一个高,那么我们永远不能将概率低的法则置于概率高的法则之先。

杰弗里斯和林奇出于某些直观的原因,相信可以找到满足这种一致性条件的排序方法。他们提议根据递减的简单性(“简单性公设”)或递增的复杂性来给说明性的理论排序,而根据法则的可调节参数的数量来测量其复杂性。但是可以证明(并且在附录 * viii 中的确将证明),这一排序方法,或者任何其他可能的方法,都将违背一致性条件。

于是不管数据 e 是多少,对所有解释性假设都有 $p(a,e)=0$。就是说,我们得到了(2),因而间接得出了(1)。

---

11 《哲学杂志》[*Philos. Magazine*]42,1921 年,第 369 页以下。

（这最后一个证据的有趣之处在于，即使在一个有穷全域中它也是有效的，只要我们的解释性假设是以数学语言表达，允许存在无穷个（相互排除的）假设。例如，我们可以建立如下全域。[12] 在一个扩大的棋盘上，根据以下法则摆放圆盘：放置者心里遵循着一个数学定义的变量或曲线，而我 373
们不知道这条曲线。他把圆盘只放在和曲线重叠的棋格内。在这条法则规定的范围之内，圆盘可以随机放置。我们的任务是观察圆盘的摆放，并找到一种“解释理论”，也就是说，有可能的话，找出那条我们不知道的数学曲线，或者找出非常接近的解释。显然，将会有无穷多种可能的解决方案，其中任意两种方案之间都不相容，虽然单就圆盘放置在棋盘上的位置看，某些方案之间的差别看不出来。当然，任何一种这样的理论，在宣布之后，都有可能被后来圆盘的放置位置“驳回”。虽然这“全域”——可能的位置——可以是个有穷全域，但却存在无穷多种数学上不兼容的解释理论。当然，我清楚，工具主义者和操作主义者可能会说，只要圆盘摆放在同一棋格中，那背后的理论差异就是“无意义的”。**这个例子并不是我的论证的一部分**，所以我无需答复这一置疑，但我还是要提请大家注意一点，在许多情况下，只要我们能够将网格分的足够细，也就是说，只要能将棋格分得足够细，那么上述“无意义”完全可以获得新的“意义”。）

关于我的一致性条件得不到满足一节，更细致的讨论将在附录 * viii中展开。我现在将离开（1）和（2）的有效性问题，以便将讨论深入下去。我将讨论一个形式问题，因为这些公式是有效的，所以所有通用理论，不管其内容如何，都具有零概率。

毫无疑问，两个通用理论的内容或逻辑力量会有很大差别。比如 a_1 =“所有行星都在圆形轨道上运行”与 a_2 =“所有行星都在椭圆形轨道上运行”这两个法则之间，就存在这样的差别。因为所有的圆都是椭圆（只不过离心率为零）这么一个事实，便有 a_1 包含 a_2，但反之则不行。至此 a_1 的内容要比 a_2 的内容大。（当然还有其他理论逻辑上比 a_1 更强，比如“所有行星都在同心圆形轨道上围绕太阳运行”。）

12　附录 * viii中第二篇札记注 2 的正文还举了一个相似的例子。

a_1 的内容超过 a_2，这对我们的一切问题都具有最重要的意义。例如，存在着对 a_1 的**检验**，就是说，企图通过发现某些背离环状轨道的运行情况来反驳 a_1——但这不构成对 a_2 的检验。可是任何对 a_2 的真正
374 的检验，同时都必定有反驳 a_1 的企图。因此对 a_1 的检验比 a_2 更为严格，a_1 具有更高的可检验度。而假如它能够经受住更严格的检验，它就能比获得比 a_2 更高的可证实度。

两种理论 a_1 和 a_2 之间也可以具有相似的关系。即便 a_1 逻辑上并不包含 a_2，但 a_1 却包含一个理论，而 a_2 则是这个理论非常好的近似值。（a_1 可以是牛顿的力学，而 a_2 可以是开普勒的法则，开普勒的法则并不直接从牛顿理论来，只是“非常近似地追随”。参见我的《后记》的第 15 部分。）同样，牛顿的理论在此处也具有更高的检验性，因为它的内容更大。[13]

---

13 不管 C. G. 亨佩耳[C. G. Hempel]所谓理论的“确证性证据”意为何物，他显然不能说它是证实该理论的检验结果。因为在他讨论这一主题的论文（《符号逻辑学刊》[*Journal of Symbolic Logic*]8，1943 年，第 122 页以下。特别是《心灵》54，1945 年，第 1 页和第 97 页以下；第 55 页，1946 年，第 79 页以下。）中，他接受（《心灵》54，第 102 页以下）以下条件为合适条件：若 e 是几个假说，比如 h_1 和 h_2 的确证性证据，那么 h_1、h_2 和 e 必定形成一套一致的陈述。

但是最典型、最有趣的实例证明这是错的。设 h_1 和 h_2 分别为爱因斯坦和牛顿的重力理论。它们在强重力场和快速运动物体方面的结论互不相容，相互矛盾。可是，所有支持牛顿理论的已知证据，都同时支持爱因斯坦理论，因而将两者都予以证实。牛顿和开普勒理论，或牛顿和伽利略理论的情况与此也非常相似。（同样，在陈述“至少存在一只天鹅”的前提下，寻红、黄天鹅而不得便能够同时证实以下两个互相矛盾的理论：（ⅰ）“所有天鹅都是白色的”。（ⅱ）“所有天鹅都是黑色的”。）

设假说 h 被严酷检验结果 e 证实，再设 h_1 和 h_2 为两个不相容理论，每个都承担 h。（h_1 可写作 ah，h_2 可写作 $\bar{a}h$。）于是任何对 h 的检验，同时都是对 h_1 和 h_2 的检验，因为任何反驳只要驳倒了 h，就必然同时驳倒 h_1 和 h_2。而如果 e 是对 h 不成功的反驳，则 e 就会同时证实 h_1 和 h_2。（不过我们当然要寻求 h_1 和 h_2 之间的重要检验）当然，这儿说的是“证实”，若说的是“验证”或“例示”[instantiation]，情况就不同了。不过这与**检验**并无关碍。

与此批评无关，在亨佩耳的模型语言中，对不相容假说等同的证实效果却无法表达。见他发表于《符号逻辑学刊》8，1943 年上的论文，第 143 页最后一段，特别是从结尾往前数第 5 行，以及我在 1958 年撰写的前言，第 21 页。要了解简单的（“语义的”）例示的定义，见我在《心灵》64，1955 年，第 391 页发表的札记，最后一个脚注。

我们的证据(1)显示,理论 a_1 和 a_2 在内容和可检验性上的差别,并不能马上以两者的绝对逻辑概率差别表现出来,因为 $p(a_1)=p(a_2)=0$。并且假如我们定义一个对内容的测量 $C(a)$,$C(a)=1-p(a)$,于是可得 $C(a_1)=C(a_2)$。所以让我们感兴趣的内容差别仍然无法通过测度来表达。(与此相似,自相矛盾的陈述 $a\,\bar{a}$ 和通用理论 a 之间的差 375
别也无法表达,因为 $p(a\,\bar{a})=p(a)=0$,$C(a\,\bar{a})=C(a)=1$。[14])

然而上述一切并不意味着我们完全无法以概率来表达 a_1 和 a_2 的内容差别,比如,a_1 包含 a_2 而反之不行的事实就导致

$$p(a_1,a_2)=0;p(a_2,a_1)=1$$

即便如此我们也仍有 $p(a_1)=p(a_2)=0$。于是我们应该得出

$$p(a_1,a_2)<p(a_2,a_1)$$

它就表明 a_1 的内容更大。

我们可以说,存在一种内容和逻辑概率的"**精细结构**",即便当测度 $C(a)$ 和 $p(a)$ 过于粗糙,对内容和逻辑概率的大小差别不够敏感,得

14　一个自相矛盾的陈述,可以和一个一致的综合陈述具有相同的概率,如果应用于上述某些无穷全域中,则这一点**在任何概率论中都是不可避免的**。这是乘法法则的简单结果。乘法法则要求,只要所有的 a_i 相互独立,则 $p(a_1,a_2\cdots a_n)$ 必须趋向于0。因而**一切**概率理论都会告诉我们,连续 n 次投出正面的概率是 $1/2^n$,假如投掷次数趋向无穷的话,那么这概率便趋向于0。

还有一个类似的概率论问题。把 n 个球分别标上1至 n,置入一个瓮中并搅拌混合。那么摸出一个标号为素数的球的概率为多少?解决这个问题的著名方案,就像方才谈的情况一样,当 n 趋向于无穷时,摸出这样一个球的概率趋向0。这意味着摸出一个标号为可除尽数的球的概率变成1,因为即便瓮里有无穷个标号为不可除尽数的球,仍然有 $n\to\infty$。这个结果在任何合适的概率论中都必定一样。所以一定不能挑出某个概率理论,比如频率理论,然后批评它"至少是轻微的悖论",仅仅因为它得出这完全正确的结果。(W. 涅尔的《概率与归纳》[*Probability and Induction*],1949年,第156页就有这类批评。)对于上述"概率论问题"——摸取球的问题——杰弗里斯攻击那些讨论"素数的概率分布"的学者,这在我看来同样不正当。(参照《概率理论》,第二版,第38页脚注。)

出大小相等的结果时，这一精细结构也能允许我们分出内容和绝对概率的大小差别。为了表达这一精细结构，我们用表达符“$\succ$”（“高阶”）和“$\prec$”（“低阶”）来替代普通表达符“$>$”和“$<$”。（我们还可用“$\succeq$”来表示“大于等于”，用“$\preceq$”表示“小于等于”。）以下法则可以解释这些符号的使用：

376 （1）“$C(a) \succ C(b)$”，因此和它等值的“$p(b) \prec p(a)$”可以用来说明 a 的内容比 b 的内容大——至少在内容精细结构的意义上可以这样说。我们因而可以设想 $C(a) \succ C(b)$ 包含 $C(a) \succeq C(b)$，后者又包含 $C(a) \geqslant C(b)$，就是说，$C(a) < C(b)$ 的不真。任何相反的包含都站不住脚。

（2）$C(a) \succeq C(b)$ 和 $C(a) \preceq C(b)$ 联合包含了 $C(a) = C(b)$，但是 $C(a) = C(b)$ 与 $C(a) \succ C(b)$ 或 $C(a) \prec C(b)$ 兼容，那么它当然也与 $C(a) \succeq C(b)$ 及 $C(a) \preceq C(b)$ 兼容。

（3）$C(a) > C(b)$ 总是包含 $C(a) \succ C(b)$。

（4）相应的 $p(a) \succ p(b)$ 等等法则依然成立。

接下来我们要处理尽管有 $C(a) = C(b)$，$C(a) \succ C(b)$ 依然成立的情况。这类情况中有些是清楚的，比如 a 对 b 的单向包含，至于更普遍的法则，我提议以下方案：

假如对所有足够大的**有穷**全域（即对所有带有大于 N 元的全域），都有 $C(a) > C(b)$，根据法则（3），$C(a) \succ C(b)$，那么即便对于无穷**全域**得到 $C(a) = C(b)$，我们也能在无穷**全域**中保持 $C(a) \succ C(b)$。

这个法则虽然不能涵盖我们当前讨论的全部情况，但是能够涵盖其中的绝大部分。[15]

---

15 约翰·开米尼相当详细地讨论了相关问题，见他的论文“逻辑的测度函数”[A Logical Measure Function]，发表于《符号逻辑学刊》18，1953 年，第 289 页以下。开米尼的模型语言就是我在 1958 年前言第 21 页上所说的三种情况中的第二种。在我看来，它到目前为止是三个中最有趣的一个。不过正如他在第 294 页的说明，无穷性的定理——比如每个数字后都有另一个数字跟随——在他的语言中必定无法被论证。因而它不能包含普通的算术系统。

a_1 =“所有行星都在圆形轨道上运行”与 a_2 =“所有行星都在椭圆形轨道上运行”这个问题,显然为我们的法则所涵盖,甚至 a_1 和 a_3 =“所有行星都在离心率不为零的椭圆形轨道上运行”之间的比较,也能为我们的法则所涵盖。在所有足够大的有穷全域中,$p(a_3) > p(a_1)$都能成立,这是因为和 a_3 兼容的概率要比和 a_1 兼容的概率多的多。

此处讨论的内容和概率的精细结构不仅影响到概率区间的界限 0 和 1,而且它在原则上影响到所有界于 0 和 1 之间的概率。设 a_1 和 a_2 为普遍法则,使 $p(a_2) = 0$ 而 $p(a_1) \prec p(a_2)$,设 b 不被 a_1、a_2 或它们的否定包含,设 $0 < p(b) = r < 1$。那么我们就得到 377

$$p(a_1 \ \mathrm{v} \ b) = p(a_2 \ \mathrm{v} \ b) = r$$

而同时

$$p(a_1 \ \mathrm{v} \ b) \prec p(a_2 \ \mathrm{v} \ b)。$$

同理可得

$$p(\bar{a}_1 b) = p(\bar{a}_2 b) = r$$

同时

$$p(\bar{a}_1 b) \succ p(\bar{a}_2 b),$$

由于尽管 $p(\bar{a}_1) = p(\bar{a}_2) = 1$,仍有 $p(\bar{a}_1) \succ p(\bar{a}_2)$。于是对每个 $p(b) = r$ 的 b,我们都可得到一个 c_1,它符合 $p(c_1) = p(b)$以及 $p(c_1) \prec p(b)$,我们还可得到一个 c_2,它符合 $p(c_2) = p(b)$以及 $p(c_2) \succ p(b)$。

此处讨论的情况对处理**理论的简单性或维数**非常重要。这一问题将在下一个附录中进一步讨论。

补遗 1972 年

在上一附录的最末一段，我暗示概率的精细结构的观念，对比较理论的简单行和维数可能具有重要意义。但是与此相对的意见同样成立。理论的简单性，尤其是它的维数，对这个理论的精细结构具有重要意义。这将在下一附录的第一页得到讨论。

理论的维数与该理论的应用领域以及由此理论提供解决的**问题集合**有关。（同样有关的涉及到理论的精细结构，因此也涉及到理论的“优度”[goodness]。）

附录 * viii　内容、简单性和维数

我以前说过，[1] 我不相信通过阻止科学家在觉得方便的时候自由 378
使用新观念、谓词、个人概念，就能限制科学语言。因为这个原因，我无法支持近来引入科学哲学的人工算法的方法或“语言系统”，这些系统据说是经过简化的“科学语言”的模型。我相信到目前为止的引进愿望不仅毫无益处，而且还是加剧了科学哲学领域中流行的晦涩和混乱。

我曾在第 38 节及附录 i 中简单地解释过，如果我们能控制（绝对）原子陈述，或（绝对）**原子谓项**，那么我们或可引入驳倒某一理论所需的最小**原子陈述**数的倒数，以作为那种理论的**内容**测度。因为理论的内容度与其可检验度或称可反驳度相等，能被越少的原子陈述反驳的理论，也就是越容易被反驳、被检验的理论，因而也就是具有更高内容的理论。（简单说来，证伪所需的原子陈述数越少，理论的内容就越高。）

可是我既不想借助虚构的原子陈述，也不想借助能够获得原子陈述的人工语言系统。因为在我看来，科学中显然不存在“自然”的原子谓项。对某些前辈逻辑学家来说，谓项“人”和“朽”似乎是原子谓项的实例。卡尔纳普用“蓝色”或“温暖”作为谓项的实例，可能是因为“人”和“朽”是高度复杂的观念，它们（有些学者觉得）可以用更简单的观念如“蓝色”或“温暖”来定义。可是科学研究的一个特点就是，这些实例以及其他一些谓项都不会被视为（绝对）原子的。根据讨论对 379
象的不同，不仅“人”和“朽”，而且“蓝色”或“温暖”都可以被当作高度

1　见第 38 节，特别是第二篇札记以后的论述以及我的附录 i；参见我 1958 年第二版前言。

复杂的对象加以对待。比如,“蓝色”作为天空的颜色,在原子理论中是可解释的。在某些情境中,甚至可感知的词“蓝色”也可视为是可定义的——可以把它定义为在特定心理刺激下的视觉图像的特点。科学研究的典型特点就是它自由地进展,而通过把它锁在人工语言系统那强求一致的床下,来剥夺其自由的企图,如果得逞,将会是科学的末日。

为着这些理由,我反对为了测量理论的**内容度或简单度**的目的,使用原子陈述的做法。并且我建议,我们可以用**相对原子陈述**的观念来替代它。再者,**陈述域**的观念对适于其检验的某个或一个理论集合来说是相对原子的,对可以解释为该理论或该理论集合“应用域”的域 F,也是相对原子的。

我们再度使用前一附录中的例子,两个理论 a_1 =“所有行星都在圆形轨道上运行”,a_2 =“所有行星都在椭圆形轨道上运行”,于是我们可以将所有具有“在 x 时刻行星 y 位于位置 z”形式的陈述,规定为我们的陈述域,而这些陈述也就是我们的相对原子陈述。想象我们已经知道行星的运行轨迹是一个平面曲线,那我们就可以在一张代表整个陈述域的方格纸上,标出行星的不同位置,注明每个行星的名称和出现时间,这样每次标注都代表一个相对原子命题。(当然,我们可以使标注变成三维的。可以用大头针来标注行星的位置,大头针的长度代表时间,从假象的 0 时开始计算,还可以用不同颜色来区分大头针的头,以代表各个不同名字的行星。)

至于驳倒特定理论所需的最少相对原子陈述,如何就可以被用来测量理论的复杂度,我已经主要在第 40 节和第 46 节解释过了。它说明理论的**形式简单性**可以经由它的**极小参数量**来测定,只要这极小量不是“形式上的”,而是“物质上的”减少。(尤其参照第 40 节、第 44 节以下和附录 j。)

380 很显然,理论简单度或内容度的比较,终将导致理论内容的“精细结构”的比较,就像前一附录中解释的那种意义上的比较。这是因为理论的绝对概率全都相等(都等于 0)。现在我打算先说明一个理论的参数量(针对一个应用域)确实可以解释为对其内容的精细结构的测

量。

我想说明的是，**对一个足够大的有穷全域，具有较多参数的理论，其概率（经典意义上的）总是比具有较少参数的理论要高。**

对这个问题要如此说明，在一个连续的几何应用域，由可能事件构成的全域，其中每个事件都由一个可能的相对原子陈述来描述，当然是无穷的。正如第 38 节以下所说明的那样，在这种情况下，我们可以从**维数**上而非**数量**上，来比较两种理论可能保持开放的概率。也就是比较它们的有利概率。这些概率的维数正与参数量相等。接下来我们用一个相对原子陈述的**有穷**（虽然非常大）全域，来替换相对原子陈述的无穷全域，就像上一篇附录中那个棋格的例子。[2] 换句话说，我们设想，每个相对原子陈述都对应于一个其 ε 面代表行星位置的小**方块**，而非对应于一个平面上的点。同时所有可能的位置相互不重叠。[3] 接下来，和前面附录的例子不同的是，我们用（具有大致等于 ε 的宽度的）“拟曲线”[quasi curves]，也就是方块集或方块链，来替换以普通几何表示我们理论的各条**曲线**。最后，可能理论的数量就变成了无穷。

我们现在考虑一个具有 d 个参数的理论的表示问题。其连续状态通过一个具有 d 维数的连续统[continuum]加以再现。连续统的每个点（d 多元组）都代表一条曲线。我们还可以用类似的表示，只要把 d 维度连续统替换为一个按照 d 维度排列的 d 维数“方块”（都具有 ε 面）。每根由这种方块构成的链条都代表一条“拟曲线”，也就是有利于理论的一个概率。而 d 维度的安排方式则代表与理论兼容，或对理论有利的所有“拟曲线”集合。 381

但是我们现在可以说，具有更少参数的理论——就是说，由更少维数的排列所表示的拟曲线**集合**——不但会具有更少的维数，而且其包

2　参照附录 * vii 注 12。

3　之所以要假设可能的位置互不重叠，是为了简化说明过程。我们完全可以假设任意两个相邻方块都部分重叠——比如说，有四分之一的面积重叠。或者我们也可以用相互重叠的圆圈（重叠以便能遮蔽整个区域）代替方块。这么一个假设有点儿接近于这样一种对“位置”的解释，可能的位置**测量**永不会是绝对突然的结果。

含的“方块”数量,也即有利概率,也更少。

所以我们有理由把前一节的结果应用于现在讨论的情况:如果 a_1 的参数比 a_2 的少,我们就可以断定,在足够大的、但有穷的全域中,我们就有

$$p(a_1) < p(a_2)$$

因而

(*) $$p(a_1) \prec p(a_2)。$$

不过当 ε 趋向于 0 时,公式(*)仍然有效。于是我们就得到以下**定理**。

(1)如果 a_1 的参数数量比 a_2 的参数数量少,那么以下假设

$$p(a_1) > p(a_2)$$

便与概率计算法则相**矛盾**。

用“$d_F(a)$”或更简单的“$d(a)$”来表示理论 a 的维数(针对于应用域 F),我们就能形成以下定理。

(1) $$若\ d(a_1) < d(a_2)\ 则\ p(a_1) \prec p(a_2);$$

结果,“$p(a_1) > p(a_2)$”与“$d(a_1) < d(a_2)$”不兼容。

这一定理与以下考虑是一致的。要驳倒理论 a 最少需要 $d(a)+1$ 个相对原子陈述,我们可以称之为“**最弱证伪**”[*weakest falsifiers*],它包含 $d(a)+1$ 个相对原子陈述的合取。这意味着如果 $n \leqslant d(a)$,则没有 n 相对原子陈述的合取在逻辑上足够强,强到可以从中得到 $\bar{a}$,也即 a 的否定。而 $\bar{a}$ 的力量或内容,就可以通过 $d(a)+1$ 来测量,因为 a 比任何 $d(a)$ 个相对原子陈述的合取都要强,但却肯定不比 $d(a)+1$ 个这种陈述的合取更强。不过根据概率法则

382

$$p(\bar{a}) = 1 - p(a)$$

我们知道理论 a 的概率随着其否定 $\bar{a}$ 的概率的增加而减少,反之亦然。而且,在 a 和 $\bar{a}$ 的内容之间也存在着同样的关系。由此我们再次看到,$d(a_1) < d(a_2)$ 意味着 a_1 的内容比 a_2 的内容要高,所以 $d(a_1) < d(a_2)$

包含 $p(a_1) \prec p(a_2)$，因而与 $p(a_1) > p(a_2)$ **不兼容**。这个结果不过就是上面已经得到的定理(1)。

我们的定理是在有穷全域中推导出来的，并且当它转换到无穷全域中时，也确实相当独立。因此它独立于前一附录中的公式(1)和(2)，就时说，它独立于这样一个事实：在一个无穷全域中，对任何普遍法则 a 和任何有穷证据 e，我们有，

(2)　$$p(a) = p(a,e) = 0。$$

于是我们可以合法地用(1)来得出(2)的另一种推导方法。这一点，如果我们利用多萝西·林奇和哈罗德·杰弗里斯的观点，就确实可以做到。

前一篇附录提到，[4] 林奇和杰弗里斯曾说过，若有无穷多的互不兼容或互相排除的解释理论，将这些理论的概率相加，其总和不会超过1。因此几乎所有这些概率都必定为0，除非我们能将这些理论排成一个序列，并给每个理论指定一个像概率那样的值，这个值得自一个分数的收敛性[convergent]序列，总和不大于1。例如，我们可以做以下指派：我们可以指定第一个理论的值为 $1/2$，第二个理论的值为 $1/2^2$，如此直到指定第 n 个理论的值为 $1/2^n$。然而我们也可以指定头25个理论中的每一个的值为 $1/50$，就是说，$1/(2.25)$，指定接下来100个中的每一个的值为 $1/400$，就是说 $1/(2^2.100)$，如此一直下去。

不管我们怎样构造理论的秩序，不管我们怎样指定其概率，总是存在某些**最大**概率值 P(比如刚才第一个例子中的 $1/2$，第二个例子中的 $1/50$)，这个值 P 最多可以指派给 n 个理论(这个 n 是个有穷数字，而且 $n.P<1$)。这 n 个被赋予最大概率值 P 的理论，每个都有一个**维数**。设 D 为这 n 个理论中出现的最大维数，设 a_1 是其中之一，而 $d(a_1) = D$。那么，很明显，那些维数超过 D 的理论，没有一个会在具有最大概

4　参照附录 * vii注11的正文。

率的这 n 个理论中。设 a_2 为维数大于 D 的理论，于是便有 $d(a_2) > D = d(a_1)$。分配将导致：

(－) $d(a_1) < d(a_2)$；并且 $p(a_1) > p(a_2)$。

这一结果说明我们的定理(1)被违背了。但是假如我们想避免给所有的理论分配同样的概率，也就是0，那么使我们得出上述结果的刚刚描述过的那种指派方式，是不可避免的。结果我们的定理(1)便使所有的理论都分配了零概率。

林奇和杰弗里斯本人得出了完全不同的结果。他们相信经验知识的概率要求通过累积有利证据，提高法则的概率。由此他们认为(2)必定为伪，并进一步认为，必定存在一种合法的方法，借助它能够把非0概率指派给构成无穷序列的解释理论。这样林奇和杰弗里斯就从“超越的”论证(我在前一篇附录中的称呼)中得出了强烈而肯定的结论。[5] 他们当真相信，概率的增大意味着知识的增长(于是获得高概率便成为科学的目标)，他们不曾考虑到，**我们可以从经验中越来越多地学习到普遍法则，即使它的概率并不增加**；他们不曾考虑到，我们可以检验并越来越好地证实某些普遍法则，从而增加它们的**可证实度**，而并不改变其**概率**，任其保持为0。

杰弗里斯和林奇从来不曾对理论的序列以及概率值的指派，进行过足够清晰的描述。他们的主要观念可称为“简单性公设”[simplicity postulate]，[6] 就是理论的秩序应该使理论的复杂度，或参数量增加，同
384 时指派给理论的概率减少。这意味着序列中**任意两个**理论都将违背我们的定理(1)。但是杰弗里斯自己也意识到了，这样一种秩序无法贯

---

5 参照附录 * vii注3。

6 在其《概率理论》§3.0中，杰弗里斯说“简单性公设”“不是……一个单独分开的公设，而是对法则5的即时应用”。可是通过参照法则4，法则5(两条法则都在§1.1中列出公式)所包含的不过是“超越的”原则的一个非常含糊的形式。它因而并不影响我们的论证。

彻下去。因为有些理论具有**同等数量**的参数。杰弗里斯本人举了 $y = ax$ 和 $y = ax^2$ 为例，他接着说："具有相同参数量的法则应被视为具有相同的先验概率[prior probability]。"[7] 但是具有相同先验概率的法则，其数量是无穷的。就是杰弗里斯自己的例子也可以无限写下去：$y = ax^3$，$y = ax^4$，……$y = ax^n$，如此 $n \to \infty$。因此对每个参数来说，同样的问题也会不断出现，就像对整个序列一样。

此外，杰弗里斯本人在同一个章节——第三章中也认识到，[8] 使用一个附加的参数，就可以由法则 a_2 得出法则 a_1。设想这个参数为 0，在这种情况下，$p(a_1) < p(a_2)$，因为 a_1 是 a_2 的一个特例，所以 a_1 的概率就更少。[9] 于是通过这个特殊的案例，他认识到一个具有较少参数的法则，其概率要比具有更多参数的法则小——与我们的定理(1)不谋而合。但是他只是在这个特殊的案例中认识到这一结果，并且他丝毫没有说明他的简单公设和这个案例之间正相矛盾。他没有说明简单性公设和他的公理系统一致，然而就刚提到的这个特殊案例(它当然由他的公理系统而来)看，很清楚，他急需一致性的证据。

我们的研究表明，这样的一致性证据是给不出来的，"简单性公设"必定与每个合适的概率公理系统发生矛盾，因为它必定违背我们的定理(1)。

作为本附录的总结，我想试着解释，为什么林奇和杰弗里斯会认为他们的"简单性公设"是无害的，是不会制造麻烦的。

不应忘记，他们最先在参数的简单性和极小量之间建立一致性。(我不是简单地在这两者之间建立一致性，我是在参数数量的形式减 385
少和物理减少之间做区分——参照第 40、44 和 45 节，因此直观的简单

---

7 《概率理论》第三章(第一版，第 95 页，第二版第 100 页)。

8 前引书，第一版，第 96 页；第二版，第 101 页。

9 杰弗里斯在前引书中说"[a_2 的]先验概率有一半是集中于 $\alpha_{m+1} = 0$"，这意味着 $p(a_1) = p(a_2)/2$。但是如果 a_2 的参数大于 2，则这一法则将导致矛盾。

性就变成形式简单性。不过除了这一点不同外,我的简单性理论在这一问题上与林奇和杰弗里斯的一致。)他们也清楚地看到,简单性是科学家追求的目标,而科学家喜欢更简单,而不是更复杂的理论,他们因此率先尝试了最简单的理论。在所有这些问题上,林奇和杰弗里斯都是正确的。他们还正确地相信,简单理论相对较少,而复杂理论相对较多,后者的数量随着其参数数量的增加而上升。

上述最后一个事实可能使他们相信,复杂理论的概率也较小(因为可得概率被分配给众多理论)。由于他们还设想,高概率表明高知识,高概率从而称为科学家的目标,所以他们可能认为直觉上非常明显,较简单的理论(也是更如愿的理论)与概率较高的理论(因而也是更如愿的理论)是一致的。否则,科学家的目标就会是不一致的了。于是,简单性公设是在直观的层面上显得必须,因而显得更加一致。

可是一旦我们意识到科学家既不是、也不能以高概率度为目标,错误的印象是由于将直观的概率观念与另一个出于直觉的观念(此处称之为"可证实度")[10]相混淆而造成的。现在我们清楚,简单性或参数的极小量是与不可能性而不是可能性联系在一起的,它倾向于使不可能性而不是可能性增加。于是我们也清楚,高简单度是与高可证实度
386 联系在一起的。因为高可检验度、高可证实度与高先验不可能性、高简单性是相同的。

下一篇附录要讨论的是可证实性的问题。

---

10 我在附录 * ix 的第 8 点说明了,如果 h 是断言"$p(a,b)=1$"的统计假说,那么当假设 h 通过 n 次严酷检验后,它的证实度将是 $n/(n+2)=1-(2/(n+2))$。这个公式和拉普拉斯的"连续性法则"有惊人的相似性,根据后者,h 通过下一次检验的概率将是 $(n+1)/(n+2)=1-(1/(n+2))$。两个结果在数字上的相似,连同它们都没能在概率和证实度之间做出区别,或许可以解释,为什么人们会觉得拉普拉斯的结果在直观上令人满意。我相信拉普拉斯的结果是错误的,因为我相信他的假设(我称之为"拉普拉斯分布")虽不能应用于他心目中的那些情况,但却能够应用于其他一些情况。在这些情况下我们可以估测统计取样报告的绝对概率。参照我的"第三篇札记"(附录 * ix)。

补遗　1967 年

要是读者还记得旧附录 1 关于**理论 a 相对于域 F 的维数**，即 $d_F(a)$ 的论述，再回顾一下本附录中关于理论的“**最弱证伪**”，就不难得出相对于 F 的 a 的**简单性**测度或**内容**测度，也即 $Ct_F(a)$ 如下：

$$Ct_F(a) = 1/(d_F(a) + 1)$$

这是理论**内容的精细结构**的测度（相对于 F），当因为 $p(a) = 0$ 从而无法分辨概率时，这一测度可能用得上。

另外，简单性永远是相对于**某个给定的解释问题**而言。见我的《猜想与反驳》第 10 章第 241 页注 24，1965 年（修订本）第二版（或更新的版本）。

补遗　1972 年

有时我们会在科学问题之间**发现**新的联系。假如说某个理论的简单性是相对于该理论原先所针对的问题而言，那么在某种程度上，它也就是相对于该问题的历史情境而言。有了这个认识就不难明白，某个理论的内容和简单性问题，可能会随着科学发展的历史而改变。

附录 * ix　验证、证据的权重和统计检验

387　收于本附录的以下三篇札记，最初发表于《英国科学哲学杂志》。[1]

甚至在本书出版之前，我就觉得可验证问题属于那些需要进一步研究的问题。我所谓“可验证度问题”是指（ i ）它说明存在一个测度（称为可验证度），这个测度是某个理论受**检验的严格性**，也是理论通过或失败于这些检验的方式。（ ii ）它说明**这个测度不可能是个概率**，或更准确地说，它并不满足概率计算的形式法则。

对上述两项任务，特别是第二项任务的解决，本书自有论述。可是此处我觉得意犹未尽。光展示现有概率理论的失败还不够，这些理论包括凯恩斯的、杰弗里斯的、凯拉的或赖兴巴赫的。他们甚至不能建立起他们理论的核心教条：概率 > 1/2 的普遍法则或理论。（他们甚至不能证明，普遍法则或理论能够具有除 0 以外的概率。）对此需要进行一番处理。于是我想建立一个形式概率计算法，可以在各种意义上加以解释。我所考虑的是（ i ）可以从逻辑意义上解释，我的著作已把它作为陈述的（绝对）逻辑概率加以勾划；（ ii ）可以从陈述或命题的相对逻辑概率的意义上解释，就像凯恩斯构想的那样；（ iii ）可以从序列中相对频率的算法的意义上解释；（ iv ）可以从值域的测度的计算，或谓项、类、集合的测度的计算的意义上解释。

当然，我的终极目的是要说明，**可验证度并不是概率**，也就是说，**它**
388 **不是概率计算的可能解释之一**。不过我意识到建立一个形式算法，不仅为证明上述观点所必须，即其本身也非常有趣。

1　《英国科学哲学》5，1954 年，第 143 页以下（参见第 334 页和第 359 页的更正）；7，1957 年第 350 页以下以及 8，1958 年，第 294 页以下。

这样的想法产生出我发表在《心灵》上的论文，也就是这里的附录 * ii，同时也影响到我多年以来的工作。我既想简化我的公理系统，又想建立一个概率算法，其中 $p(a, b)$——给出 b 条件下的 a 的概率——是可以具有确定值的，即使当 $p(b) = 0$ 时，它也不是 0/0。当然，这里出现了问题，因为当 $p(b) = 0$ 时，定义

$$p(a, b) = p(ab) / p(b)$$

就会垮掉。

解决最后这个问题是有必要的，因为我很快发现，为了定义 $C(x, y)$——通过经验 y 的理论 x 的可证实度——我不得不借助逆的[$p(y, x)$，菲舍尔称之为"x **的似然**"[*likelihood of* x]（注意，在给定证据 y 的条件下，我的"可证实性"与菲舍尔的似然，其意图都在测度假设 x 的可接受性。因此重要的是 x，而 y 只不过代表变化着的经验证据，或者照我的意思说，只不过代表**检验结果**的报告）。现在我相信，如果 x 是个理论，$p(x) = 0$。因此我看出，要使似然 $p(y, x)$，即便在 x 为通用理论且 $p(x) = 0$ 的情况下，不为 0，而是一个确定的数值，那我就不得不建立一个新的概率算法。

现在让我简要解释一下，$p(y, x)$ 的问题，也就是 x 的似然的问题，是怎样产生的。

如果有人问我们，凭什么标准，可以说证据 y 支持、验证或确证了陈述 x，最明显的回答就是："y **增加**了 x 的概率。"我们可以用表达符"$Co(x, y)$"来表示"y 支持、验证或确证了 x"。于是我们的标准可以写成。

(1) 当也仅当 $p(x, y) > p(x)$ 时，$Co(x, y)$。

然而，这一公式有个缺点。因为假如 x 是一个通用理论而 y 是经验证据，那么，正如我们在前两篇附录中所见，[2]

(2) $$p(x) = 0 = p(x, y)$$

---

2 尤其见附录 * vii 的公式(1)和(2)，以及附录 * viii 的公式(2)。

389 但由此又可得出，对理论 x 和证据 y 来说，$Co(x, y)$ 总是伪。换句话说，就是普遍法则永远不能被经验证据支持、验证或确证。

（这不仅对有穷全域是成立的，而且对任何极大的全域，比如我们生活的宇宙，也是成立的。如果是我们的宇宙，则 $p(x, y)$ 和 $p(x)$ 就会小到不可测量的地步，于是在实践上可以视为相等。）

然而，下列方法却可以克服这一困难。不论何时，只要 $p(x) \neq 0 \neq p(y)$，就有

(3) 当也仅当 $p(y, x) > p(y)$ 时，$p(x, y) > p(x)$，

于是我们可以把(1)转换为

(4) 当也仅当 $p(x, y) > p(x)$ 或 $p(y, x) > p(y)$ 时，$Co(x, y)$。

现在再设 x 为**普遍法则**，而设 y 为由 x 而来的经验证据。这样，不论何时，只要 y 由 a 而来，我们就可以凭着直观的认识说，$p(y, x) = 1$。因为 y 是经验的，所以 $p(y)$ 肯定要小于 1，这样(4)就得以应用，而 $Co(x, y)$ 的论断也就为真。也就是说，如果 y 是由 x 而来，x 就可以被 y 证实，只要 $p(y) < 1$。所以(4)从直观上看是非常完美的，但是为了自由地应用(4)，我们就不得不写出一个概率算法，其中 $p(y,x)$ 是一个确定的数值——在这个例子里是 1——而不是 0/0，即使当 $p(x) = 0$ 时也应该这样。为了得到这一结果，就必须对通常的算法进行概括，此一节已见于上文。

尽管我刊于《心灵》的那篇文章（参照附录 * ii）已经有这些意识，其他一些更紧急的工作却阻碍了我一鼓作气完成这一领域的研究。直到 1954 年我才发表有关可验证度问题的成果，它也收录于本书。又过了六个月，我才出版相对概率的公理系统[3]（它与以下附录 * iv 中的公理系统等值，但不如后者简洁），它能够满足当 $p(y)$ 等于 0 时，$p(x, y)$ 应为一个确定数值的要求。这篇论文为给出可能性和可验证度的满意定义，从技术上做好了准备。

---

3 见《英国科学哲学杂志》6，1955 年，第 56 - 57 页。

我发表于 1954 年《英国科学哲学杂志》上的第一篇札记“确证度”,从数学上驳倒了所有那些把一个陈述受经验性检验支持、确证和验证的程度等同于概率计算意义上的可能程度的论点。我在反驳中说 390
明,如果我们把可验证或可确证度等同于概率,那么我们就会面临一系列极端的悖论,其中如下所示的一个论断,显然是自相矛盾的:

(*) 有这样一些情况,其中 x 被 z 强烈支持,y 则遭到 z 的强烈反驳,可是同时 x 又被 z 支持,虽然支持度不如 y 高。

有个简单的例子,说明假如我们把可验证度或可确证度等同于概率的话,就会出现上述结果。这个例子见我第一篇札记的第六点。[4] 那段文字过于简率,此处我想再作表达。

设想我们在投掷齐性骰子,而要解决下一次掷出的点数问题。设陈述“掷出 6 点”为 x,而掷出其他点数为 y,就是说,设 $y = \bar{x}$,再设“掷出偶数点子”为 z。

于是可得下次投掷的绝对概率:

$$p(x) = 1/6; \quad p(y) = 5/6; \quad p(z) = 1/2。$$

此外,还可得出下次投掷的相对概率:

$$p(x, z) = 1/3; \quad p(y, z) = 2/3。$$

我们看到,x 为 z 所支持,因为 z 把 x 的概率从 1/6 提高到 2/6,就是 1/3。我们还看到,y 被 z 反驳,因为 z 把 y 的概率由 5/6 降低到 4/6,就是 2/3。所以就有 $p(x, y) < p(y, z)$。这个例子证明以下定理:

---

4 与此处的例子不同,我在第一篇札记第 5 和第 6 点给出的例子是可能给出的最简单的例子。也就是说,它们靠的是具有等概率的[equiprobable]排斥属性的最小可能的数。这对第 5 点脚注中给出的那个例子也成立。(就第 5 点来说,卡尔纳普还有一个虽然复杂许多,但似乎与之等值的例子,见其《概率的逻辑基础》,1950 年,§71。我不太能理解它,它太复杂了。至于我的第 6 点,则我还没发现有任何可以与之对应的东西。)

(5) 存在陈述 x、y 和 z,它们满足公式

$$p(x, z) > p(x) \& p(y, z) < p(y) \& p(x, z) < p(y, z)。$$

我们显然可以用更弱些的"$p(y, z) \leqslant p(y)$"来替代这个公式里的"$p(y, z) < p(y)$"。

391 当然,这个定理绝非悖论,而且由它必然得出的(6)也同样不是悖论。分别用"$Co(x, z)$"和"$\sim Co(y, z)$"即"非 $Co(y, z)$"来替代上述公式中的"$p(x, z) > p(x)$"和"$p(y, z) \leqslant p(y)$",根据以上公式(1)便可得出

(6) 存在陈述 x, y, z,它们满足公式

$$Co(x, z) \& \sim Co(y, z) \& p(x, z) < p(y, z)。$$

像(5)一样,定理(6)也说明了我们的例子:x 可能被 z 支持,而 y 被 z 反驳,于是在 z 条件下,x 可能比 y 具有更小的可能性。

然而,一旦我们将(6)中的可确证度 $C(a, b)$,与概率 $p(a, b)$ 等同起来,也就是把以上公式变为

(**) $$Co(x, z) \& \sim Co(y, z) \& C(x, z) < C(y, z)$$

(公式的意思是"z 确证 x 但不确证 y,同时 z 确证 x 的程度不如 z 确证 y 的程度高")显然是自相矛盾的。

这样我们就证明了,把可验证度或可确证度等同于概率(甚至等同于似然)的做法,不仅在形式上,而且在直观上,都是荒谬的。它必将导致自相矛盾。

对此处"可验证度或可确证度"的意义比我平常的用法更宽泛些。我通常把它视为"理论所通过的检验的严格程度"的同义语,而它在这儿的意义仅仅是"陈述 x 被陈述 y 支持的程度"。

回首这条证据,我们发现它只依赖于两条假设:

(a)公式(1);

(b)任何具有以下形式的论断都属**自相矛盾**:

(***) x 拥有属性 P(例如,属性"热"),而 y 不拥有属性 P,同时 y 比

x 在更高程度上拥有属性 P(例如,y 比 x 更热)。

每个仔细读过我第一篇札记的读者,特别是仔细读过第六点中的例子的读者,都能看到现在讨论的问题当时都做过暗示。当时没有提到的恐怕只有矛盾(*)和(**)的一般公式(***)。我在这里给出了更清晰的形式,不过我那篇札记的目的更多是给出可验证度的定义,而这里的讨论则意在批评。

我在札记中作的批评,其矛头是指向**所有**公开或暗中将可验证度, 392
或可确证度,或可接受度[acceptability],等同于概率的学者。我矛头所指的哲学家特别包括凯恩斯、杰弗里斯、赖兴巴赫、凯拉、霍西亚松以及最近的卡尔纳普。

对于卡尔纳普我还写了一条批评的注脚,我相信我的批评是站的住脚的。写这条注脚的动机,源起于卡尔纳普在论述可确证度的标准时,提到了“现代几乎所有关于可确证度的理论”,但是却没有提到我的反对观点。而他引入英语的术语“degree of confirmation”[可确证度],其实是从我的“*Grad der Bewährung*”翻译而来的(参照以上第 79 节前的注脚)。此外,我想指出,他把概率分为概率 1(等于他的可确证度)和概率 2(等于统计频率)的做法并不充分,因为至少存在两种概率算法的解释(逻辑解释和统计解释),**此外**,还要加上我的可验证度,而我的可验证度**并不是概率**(就像此处及札记中所示)。

我这条十行长的注脚,受到的关注似乎比文章整个其他部分都要多。它引发了《英国科学哲学》上关于这个话题的讨论。[5] 在讨论中,巴-希莱耳[Bar-Hillel]断言我对他所谓“当前的可确证度理论”(也就是卡尔纳普的理论)的批评纯粹是言辞之辩,而我所要说的早都被卡尔纳普预见到了。这又导致开米尼对我发表在《符号逻辑学刊》上的

---

5 见《英国科学哲学杂志》6,1955 年,第 155 页至 163 页,以及 7,1956 年,第 243 页至 256 页。

论文进行评论，[6] 他把我的札记总结为这样几句话："这篇论文的原则性主题是，卡尔纳普提出的可确证度测度，或者对逻辑概率的任何类似论断，都不适于用来测度可确证度。"

这当然不是我那篇文章的原则性主题。我的札记是对我 15 年前就发表过的某些工作的继续，那时卡尔纳普的书还没问世。就批评来说，当前讨论的话题——可验证度、可确证度或可接受度与概率的等同问题——当然可说是卡尔纳普著作的主题，但这个主题却远非由卡尔纳普原创，因为他在书中只不过是继续着凯恩斯、杰弗里斯、赖兴巴赫、
393 凯拉、霍西亚松以及其他学者的传统。另外，巴-希莱耳和开米尼两人都认为我的批评，就其对卡尔纳普的理论而言，是纯粹语言上的，没有理由凭我这些批评，就放弃卡尔纳普的理论。因此，我现在不得不非常明确地说，卡尔纳普的理论是自相矛盾的。它的自相矛盾不是一个可以轻易修正的小问题，而是因为其理论的逻辑基础错了。

首先，足以证明可确证度不能等同于概率的假设(a)和(b)，卡尔纳普在书中其实都明确得出了：(a)，也就是我们的公式(1)，就是卡尔纳普书中第 464 页上的公式(4)；[7] (b)，也就是(***)或者有关(***)为自相矛盾的假设，可以在他书中第 73 页找到，那一段写道："如果分别用'*P*'和'*R*'表示属性热和更热，那么'*Pa*. ~*Pb*. *Rba*'就将自相矛盾。"但这就是我们的(***)。当然，我们的讨论角度是不管是否明确承认(a)和(b)，把 *C* 和 *p* 等同都是荒谬的，而卡尔纳普的角度不是这样，但是不论如何，卡尔纳普的书里确实也得出了自相矛盾的假设。

其次，这里的自相矛盾对卡尔纳普来说是至关重要的：通过接受(1)，准确地说，在其书中第 463 页，通过把"*x* 被 *y* 确证"定义为"$p(x, y) > p(x)$"(我的表达符)，他对"可确证度"(他的"*explicandum*")的

6　见《符号逻辑学刊》20，1955 年，第 304 页。以下是开米尼书评的一个事实错误：该页倒数第 16 行的"*y* 对 *x* 的支持测度"应该读作"*x* 对于 *y* 的解释力量测度"。

7　参见第 464 页的公式(6)。第 464 页上卡尔纳普的公式(4)与之等值，不过这并没有造成任何区别。注意卡尔纳普用"*t*"来表示重言式，这就允许我们不写 $p(x)$ 而写成 $p(x,t)$。

意义作出了说明，而他所表达的可确证度的意义，**大致上说**，与我想要表达的意义相同。它就是对经验证据支持度的直觉观念。（开米尼说不是，他错了。实际上，如果“仔细阅读”我的论文——或仔细阅读卡尔纳普的书——就**不会**说‘波普尔和卡尔纳普所谈的是两个不同的**待解释概念**[*explicanda*]’，相反，就会发现卡尔纳普疏忽大意，在他的概率 1 中搞出了两个不同的、相互不兼容的‘*explicanda*’。这两个概念一个是我的 C，另一个是我的 p。另外，读者还会发现，我已经反复强调这一混淆的危险——比如就在开米尼评论的那本书中，就有这样的强调。）因此，虽假设（a）的任何假设都是即兴的。我的批评不是“纯粹语言上的”，而是挽救“当前可确证度理论”的种种努力。

更多的细节要参引《英国科学哲学杂志》上的论文。我得说我对这次大讨论和开米尼在《符号逻辑学刊》上的书评都有些失望。从理 394
性的角度看，情境对我非常严重。在我们这个后理性主义时代，越来越多的书都用符号语言写成，而我则越来越难以理解何以如此。把自己淹没在连篇累牍的琐碎符号[symbolic trivialities]中，到底有什么意义，到底有什么必要，又到底有什么优点呢？符号论似乎本身就成为一种价值，以其“精确性”受到尊敬。可是在我看来，它不过是寻求确定性的新表达，新的符号崇拜，新的宗教——它唯一可能具有的价值，它颇可怀疑的精确性声明的唯一可能的借口，似乎只在于此。错误或矛盾一旦被指出便不容语言上的逃遁，它是能被证明的，错就是错。（弗莱格[Frege]被罗素批评时，就不曾百计逃遁。）所以如果谁一定要端出繁琐的技术，搬起不必要的复杂形式，谁就要做好准备，接受指斥其自相矛盾的直白证据——只包含最简明的反方实例的证据。而仅以语言逃避，同时断言批评是“语言上的”，这样的回应实在令人失望。

可是还是要保持耐心。自亚里士多德以来，归纳之迷已将许多哲学家逼向非理性主义、怀疑论或神秘主义。虽然将 C 等同于 p 的哲学自拉普拉斯以来已经掀起了许多风浪，但我依然认为终有一日它将被抛弃。我真的无法让自己相信，捍卫真理的人们有朝一日竟会满足于神秘主义和黑格尔主义，接受“$C = p$”为不证自明的公理，为归纳直觉

的炫目对象。(我用“炫目”一词,是因为接受“$C = p$”的学者彷佛遭到重击而眼花缭乱,在盲目中冲向它自相矛盾的结果。)

我觉得**可验证度或可接受度不可能是概率**这一信条,是知识领域更有趣的哲学发现。它可以用很简单的话表达:某个理论的检验报告可以赋予那个理论某种可证实度,但是它永远不可能赋予那个理论以
395 概率。**一个陈述的概率并不表达理论通过的检验的严格性,它也不表达理论通过这些检验的方式。**因为理论的**内容**——等同于其**不可几性**——决定了理论的**可检验度**及其**可验证度**。

我相信**内容**和**可验证度**这两个观念,是我书中最重要的两个逻辑工具。[8]

介绍就到此为止,在接下来的三篇札记中,我保留了“确证”[confirmation]这个术语,尽管现在我只用“验证”[corroboration]这个术语。此外,我还保留了“$P(x)$”这种写法,尽管现在我多用“$p(x)$”。不过我

---

8 我能记起来的是,对**经验内容**或理论论断力量[assertive power of a theory]的重要意义的认可,继而认识到这内容随着理论潜在证伪者——即理论所禁止、所排斥的事物状态(见第 23 和 31 节)——的增长而增长,认识到这内容可以用理论的不可几性来测度,我的这些认识不是来自别处,而“全部来自我本人的工作”。因此,当我在卡尔纳普的《符号学导论》[*Introduction to Semantics*],1942 年,第 151 页读到他有关“内容”的定义时,便感到吃惊。他写道:“……一个句子的论断力量在于它排斥了某些事物状态(维特根斯坦),它排斥的越多,论断的也就越多。”我写信给卡尔纳普,向他寻问细节并提醒他注意我书中的有关内容。他在回信中说他将其归于维特根斯坦是记忆错误,其实在写上述这些话时,他脑子里想的确实是我的著作。他后来在《概率的逻辑基础》,1950 年,第 406 页改正了这个错误。我在此提起这件事是因为,在 1942 年以来发表的好几篇论文中,就经验和信息内容意义来说的内容的观念,一直被归于维特根斯坦或卡尔纳普,有时也被归于维特根斯坦和我,却都没有标明出处。我不愿意任何人产生想法,以为我未经维特根斯坦或他人认可,就把这一发明权归于己有。作为观念史的学者,我认为说明自己的出处是非常重要的。(参见我在第 35 节就**逻辑内容**和**经验内容**的区别所作的讨论,我在脚注 1 和 2 中征引了卡尔纳普。)

改正了一些印刷错误，[9] 还在第三篇札记后面新增了几个注脚，冠以“*”号，以及新的两点，*13 和 *14 点。

可确证度

1. 本论的目的，是从概率的角度，提出并讨论一个定义：**陈述 x 被陈述 y 确证的程度**。（显然这与**陈述 y 确证陈述 x** 的程度是等值的。）我用“$C(x, y)$”来表示这个程度，它读作“**x 被 y 确证的程度**”。在特殊情 396
况下，x 可以是个假说 h。而 y 也可以是经验证据 e。e 或有利于 h，或不利于 h，或中立于 h。不过 $C(x, y)$ 在不这么典型的情况下也能应用。

定义要从概率的角度来进行。我既用 $P(x, y)$，也就是给定 y 时，x 的（相对）概率，也用 $P(x)$，也就是 x 的绝对概率。[1] 不过用任意一个都足够充分。

2. 一般认为，x 被 y 确证的程度，必定与给定 y 时，x 的（相对）概率相等，也就是说，$C(x, y) = P(x, y)$。我首先一个任务，就是要证明这个一般认识是错误的。

3. 设想有两个条件陈述 x 和 y。从 x 被 y 确证的角度考虑，有两种极端情况：当 x 由 y 而来时，x 被 y 完全支持或说 x 被 y 完全确立；当 $\bar{x}$ 由 y 而来时，x 被 y 完全否定或说 x 被 y 完全拆跨。可是还有一种情况具有特殊重要的意义，那就是相互独立或不相关[irrelevance]，其特征是 P

---

9 当然，我也更正了在《英国科学哲学杂志》5，第 334 页和 359 页中提到的错误。

1 就相对概率来说，“$P(x)$”可以用“$P(x, z\bar{z})$”或更简单的“$P(x, \overline{x\bar{x}})$”来定义。（我从头到尾坚持用“$xy$”表示 x 和 y 的合取，用“$\bar{x}$”表示 x 的负面。）一般说来，由于我们有 $P(x, y\overline{z\bar{z}}) = P(x, y)$ 以及 $P(x, yz) = P(xy, z)/P(y, z)$，就可得 $P(x, y) = P(xy)/P(y)$，这是从绝对概率意义上定义相对概率时的有用公式。（见我的札记，载《心灵》，1938 年，第 47 期，第 275 页以下。我在那篇札记中把绝对概率等同于我在《研究的逻辑》，维也纳，1935 年，特别是第 34 和 83 节中的所谓“逻辑概率”。因为“逻辑概率”这个术语用于 $P(x)$ 和 $P(x, y)$ 的“逻辑解释”比用于它们的“统计解释”更好，后者在此可以忽略不计。）

$(x, y) = P(x)P(y)$。这一情况下的 $C(x, y)$ 值将低于确立而高于拆跨。

在确立、独立和拆跨这三种特殊情况之间，还存在过渡情况。部分支持（当 y 赋予 x 以部分内容）的情况是，当条件陈述 y 由 x 而来但反之不然，那么 y 本身就是 x 的部分内容，因而赋予 x 以部分内容，从而支持 x。x 被 y 部分否定的情况（当 y 支持部分 $\bar{x}$ 时）则是 y 由 x 而来。于是我们可以说，当 $P(xy)$ 或 $P(\bar{x}y)$ 超过其独立值时，y 相应地支持 x 或否定 x。（根据这一定义不难看出，支持、拆跨和独立三种情况是穷尽的、排他的。）

4. 现在设想三个陈述 x_1、x_2 和 y，使（ⅰ）x_1 和 x_2 分别独立于 y（或
397 被 y 否定）而（ⅱ）y 却支持它们的复合 x_1x_2。显然，在这样的情况下我们得说，y 确证 x_1x_2 的程度，比它确证 x_1 或 x_2 的程度要高，写成表达式就是

$$C(x_1, y) < C(x_1x_2, y) > C(x_2, y) \tag{4.1}$$

可是这与认为 $C(x, y)$ 是个概率的观点，即

$$C(x, y) = P(x, y) \tag{4.2}$$

的观点不相容。因为对于概率我们有一般有效的公式

$$P(x_1, y) \geqslant P(x_1x_2, y) \leqslant P(x_2, y) \tag{4.3}$$

它显出(4.1)和(4.2)之不相容。因此，我们必须抛弃(4.2)。但是考虑到 $0 \leqslant P(x, y) \leqslant 1$，便看出(4.3)是概率一般乘法原则的直接结果。因此我们必须抛弃这样一种可确证度原则。另外，特殊加法原则似乎也该抛弃。因为既然 $P(x, y) \geqslant 0$，于是特殊加法原则就导致

$$P(x_1x_2 \text{ 或 } x_1\bar{x}_2, y) \geqslant P(x_1x_2, y) \tag{4.4}$$

但是对于 $C(x, y)$，这将不再有效。设想 x_1x_2 或 $x_1\bar{x}_2$ 等于 x_1，替换到(4.1)公式的左侧，我们便得到：

$$C(x_1x_2 \text{ 或 } x_1\bar{x}_2, y) < C(x_1x_2, y) \tag{4.5}$$

由于有(4.4),所以(4.5)和(4.2)矛盾。[2]

5. 上述这些结果取决于陈述 x_1、x_2 和 y,其合取情况必须是(ⅰ)x_1 和 x_2 分别独立于 y(或被 y 否定)同时(ⅱ)y 支持 x_1x_2。我将举例证明这种合取情况。[3]

以彩色筹码为例,设有筹码"a"、"b"……,它们具有四种相互排斥、均等可能性的属性,蓝、绿、红和黄。设 x_1 表示陈述"a 是蓝或绿的",x_2 表示"a 是蓝或红的",y 表示"a 不是蓝的就是黄的"。那么我们的所有条件都得到了满足。(y 支持 x_1x_2 是很明显的:y 从 x_1x_2 来,有 y 时 x_1x_2 的概率比没有 y 时要高出两倍。) 398

6. 为说明把 $C(x, y)$ 和 $P(x, y)$ 等同之不合适,我们还可以举出更有说服力的例子。设 x_1 被 y 强烈支持,x_2 被 y 强烈反驳,这必定要求 $C(x_1, y) > C(x_2, y)$。可同时还可以把 x_1 和 x_2 设为这样的情况,即 $P(x_1, y) < P(x_2, y)$。设法为:设 x_1 为"a 是蓝的",x_2 为"a 不是红的",而设 y 为"a 不是黄的"。于是 $P(x_1) = 1/4; P(x_2) = 3/4; 1/3 = P(x_1, y) < P(x_2, y) = 2/3$。从这些数值上,以及从 y 由 x_1 和 x_2 而来这个事实上都不难看出,y 支持 x_1 而反驳 $\bar{x}_2$。[*1]

7. 把 $C(x, y)$ 和 $P(x, y)$ 混为一谈的观念何以如此固执?完全独立于 x 的证据 y 仍然能强烈"确证"x,甚至反驳 x 的 y,甚至作为全体可得证据

2　在其《概率的逻辑基础》[*Logical Foundations of Probability*],芝加哥,1950 年,第 285 页中,卡尔纳普使用乘法原则和加法原则作为**可确证度的"适当约定"**[*conventions on adequacy*]。他论证这些原则之适当的唯一论据,是说"它们几乎被所有现代概率理论普遍接受",也就是说,卡尔纳普把我们的 $P(x,y)$ 等同于"可确证度"。但是"可确证度"("*Grad der Bewährung*")这个术语本身是由我在我的《研究的逻辑》第 82 节以下引入的(卡尔纳普不时会参引我这本书),而我引入它的目的是想说明,把逻辑概率和统计概率当作可确证度都不合适,因为可确证度必须与可检验度成正比,从而也就与(绝对)逻辑不可几性和内容成正比。(见下文。)

3　这个例子之满足(i)乃在于其独立性胜于其否定行。(要得到一个否定,只消增加琥珀色为第五种颜色,并设 y = "a 或是琥珀色,或是蓝色,或是黄色"。)

*1　这个事实,即 $p(y,x_1) = p(y,\bar{x}_2) = 1$,意味着菲舍尔的"似然"——$x_1$ 的似然,从而 x_2 的似然,在有 y 的条件下是最大的。见本附录的简介。

的 y 也都能强烈“确证”x，这些观点之荒谬何以竟会看不出来？我不知该如何解释，不过我倒有几点认识。首先，存在一种强有力的倾向，认为一个假说的所谓“似然”或“概率”的东西，必定就是概率计算意义上的概率。为解开这里涉及的各种难解之结，二十年前我在逻辑概率的“可确证度”和统计概率的“可确证度”之间做了区分。然而不幸的是，“可确证度”这个术语很快就被其他一些学者用作（逻辑）概率的新名字，他们这么做可能是受到错误观点的影响，认为既然科学达不到确定性，就必须以某种“*Ersatz*”[替代物]——可能达到的最高概率——为目标。

其次，“x 被 y 确证的程度”这个表述，似乎被改成“y 确证 x 的程度”，或“**y 支持 x 的力量**”。可是在这种形式下，本来很明显，如果 y 支持 x_1 而反驳 x_2，那么 $C(x_1, y) < C(x_2, y)$ 自然是荒谬的。不过在这
399 种情况下，$P(x_1, y) < P(x_2, y)$ 倒很正常，因为它不过说明一开始 $P(x_1) < P(x_2)$ 而已。第三，还有一种倾向，把对概率增减的测度与导致概率增减的测度搞混了（正如有关速率、加速度、和力这些概念的历史所展示的那样）。y 支持 x 的力量，本质上是对由 y 导致的 x 的概率增减的测度。（参见下文 9(vii)。）

8. 作为这一切问题的回答，我们说虽然把 $P(x, y)$ 叫作“可确证度”或其他名字都合法，但是我们遇到的问题却不是一个语言上的问题。

假说 x 被经验证据 y 确证的程度，照一般理解是用来估测 x **被经验支持的程度**。可是 $P(x, y)$ 却不能服务于这个目的。因为即便 x_1 被 y 否定同时 x_2 被 y 支持，$P(x_1, y)$ 却可以比 $P(x_2, y)$ 高。这进一步是由于 $P(x, y)$ 强烈取决于 $P(x)$，也就是说，取决于 x 的绝对概率，而 x 的绝对概率与经验证据丝毫无关。

再者，可确证度照一般理解，将会影响我们**接受**或**选择**某个特定假说 x，哪怕只是尝试性的。一般认为较高的可确证度说明假说是“好的”（或“可接受的”），而被否定的假说则是“坏的”。然而 $P(x, y)$ 对此却无能为力。**科学主要不是以高概率为目标的。它的目标是受到经验良好支持的高信息量的内容。但是一个什么也没告诉我们的假说，或告诉我们甚少的假说，也可以具有很高的概率。**因此，高概率并不表明“好”，它可能只不过是低信息内容的现象。另一方面，$C(x, y)$ 必

须,也能够如此定义,使唯有高信息内容的假说才能达到高的可确证度。x 的可确证度(也就是陈述 x 可能达到的最大可确证度)应该与 $C(x)$ 成正比。$C(x)$ 就是对 x 内容的测量,它与 $P(x)$ 相等,因而也与 x 的可**检验度**相等。于是,当 $P(\overline{x\ \overline{x}}, y) = 1$ 时,$C(\overline{x\ \overline{x}}, y)$ 应等于 0。

9. 我在《研究的逻辑》一书中已给出能够满足所有上述及其他**预设条件**[*desiderata*]的 $C(x, y)$ 定义。此外,我还有更强有力的定义,它以 $E(x, y)$,也就是对 ***x* 相对于 *y* 的说明力量**的非加法测量为基础,并分别以 -1 和 $+1$ 为其低端和高端边界。其定义方法如下:

(9.1)　设 x 为相容的,[4] 而 $P(y) \neq 0$,我们作如下定义　400

$$E(x, y) = \frac{P(y, x) - P(y)}{P(y, x) + P(y)}$$

$E(x, y)$ 也可解释为对 y 相对于 x 的独立性的非加法测量,或对 y 被 x 支持(反之亦然)的非加法测量。这个定义满足我们最重要的一些**预设条件**,但不是全部。比如,它违反下面的(viii, c),并且只在某些特殊的情况下,大致满足(iii)和(iv)。为弥补这些缺陷,我又提出了对 $C(x, y)$ 的如下定义。*2

(9.2)　设 x 为相容的而 $P \neq 0$,我们作如下定义

$$C(x, y) = E(x, y)(1 + P(x)P(x, y))$$

这个定义不如诸如 $E(x, y)(1 + P(xy))$ 之类定义简洁,但是后者只能满足我们大多数预设条件而不能满足(iv),而对 $C(x, y)$ 而言,这定理

4　假如我们接受约定,认为不论何时只要 y 是不相容的,便有 $P(x,y) = 1$,那么这个条件也可不顾。

*2　以下是一个简单些的替代定义,它也满足我的所有适当性条件或预设条件。(我在《英国科学哲学杂志》5,第 359 页首次提到它。)

(9.2*)　$$C(x,y) = \frac{P(y,x) - P(y)}{P(y,x) - P(xy) + P(y)}$$

相似地,我现在写成

(10.1*)　$$C(x,y,z) = \frac{P(y,xz) - P(y,z)}{P(y,xz) - P(xy,z) + P(y,z)}$$

成立,因为它满足以下所有预设条件:

(ⅰ)当也仅当 y 支持 x,或独立于 x,或否定 x 时,$C(x, y) \gtreqless 0$。

(ⅱ)$-1 = C(\bar{y}, y) \leqslant C(x, y) \leqslant C(x, x) \leqslant 1$

(ⅲ)$0 \leqslant C(x, x) = C(x) = P(\bar{x}) \leqslant 1$

请注意 $C(x)$,从而 $C(x, x)$,是对 x 内容的加法测量,能够为 $P(\bar{x})$ 定义。$P(x)$即 x 为伪的绝对概率,或说根据推理,x 被否定的可能性。于是**可确证度等于可否定度或可检验度**。[5]

401 (ⅳ)若 y 使 x 成立,则 $C(x, y) = C(x, x) = C(x)$

(ⅴ)若 y 使$\bar{x}$成立,则 $C(x, y) = C(\bar{y}, y) = -1$

(ⅵ)设 x 具有高内容,那么 $C(x, y)$接近 $E(x, y)$,同时设 y 支持 x。(我们可以设 y 为可得经验证据的总和。)**则对于任何给定的 y,$C(x, y)$都与 x 说明 y 的力量**(就是越来越多地说明 y 的内容)**成正比,因而也就与对 x 的科学兴趣成正比。**

(ⅶ)若 $C(x) = C(y) \neq 1$,则不论何时,只要 $P(x, u) \gtreqless P(y, w)$,则 $C(x, u) \gtreqless C(y, w)$。*[3]

(ⅷ)若 x 使 y 成立,则:$(a)C(x, y) \geqslant 0$;(b)对任何给定 x,$C(x, y)$和 $C(y)$一同增高;而(c)对任何给定 y,$C(x, y)$和 $P(x)$一同增高。[6]

(ⅸ)若 $\bar{x}$ 是相容的并使 y 成立,则:$(a)C(x, y) \leqslant 0$;(b)对任何给定 x,$C(x, y)$和 $P(y)$一同增高;而(c)对任何给定 y,$C(x, y)$和 $P(x)$一同增高。

10. 我们的所有构思,无一例外地可以在相对情况下成立——如相对于某些初始信息 z。这时只要加上适当的说明,比如“在有 z 的情况下,并且 $P(z, \overline{z\ \bar{z}}) \neq 0$”,就成。相对确证度的定义乃是:

---

5 见我的《研究的逻辑》第 83 节,该节标题为“可验证度,可检验度,逻辑概率”。(在“逻辑”一词前应该插入“绝对”二字,这才符合我在《心灵》前引文中的术语用法。)

*3 “$\neq 1$”这个条件,在原文及后来发表的更正中都没有。

6 (ⅶ)和(ⅷ)含有唯一被 $P(x, y)$满足的重要的预设条件。

$$C(x, y, z) = E(x, y, z)(1 + P(x, z)P(x, yz)) \tag{10.1}$$

同时

$$E(x, y, z) = \frac{P(y, xz) - P(y, z)}{P(y, xz) + P(y, z)} \tag{10.2}$$

$E(x, y, z)$是在有 z 的情况下，x 相对于 y 的解释力量。[7]

11. 我相信，存在某些直观的预设条件，不能被任何定义形式满足。例如这样一个理论，它越得到确证，我们证伪不成的各种企图就越显得 402
机灵。我的定义结合了这样的一些观念，尽管无法把它们形式化。不过真诚又机灵的证伪企图本是无法完全形式化的。[8]

---

7 设 x_1 为爱因斯坦的重力理论，x_2 为牛顿的重力理论，y 为今日可得的（经过解释的）经验证据，包括“已被接受的”法则（只要 y 的条件得到满足，两种理论有没有被包括在内无所谓）。再设 z 为 y 的一部分，比如一年前可得的证据。因为我们可以假设 x_1 比 x_2 更能解释 y，就得到对每个 z，都有 $C(x_1, y, z) \geqslant C(x_2, y, z)$，而对于任何包含有关初始条件的 z，都有 $C(x_1, y, z) > C(x_2, y, z)$。这由（vi）而来——哪怕我们不得不假设 $P(x_1, yz) = P(x_2, yz) = P(x_1) = P(x_2) = 0$。

8 有许多途径可以帮助我们朝着这个观念再进一步。例如，我们可以通过以下定义强调关键实验[crucial experiment]

$$C_{a,b}(h) = (C(h, e_b)\prod_{i=1}^{n} C(h, c_i, e_a))^{1/(n+1)}$$

其中 $c_1, c_2 \cdots$ 是在两个不同时刻 t_a 和 t_b 之间的实验序列。我们有 $t_a < t_1 \leqslant t_i \leqslant t_n = t_b$。$e_a$ 和 e_b 是在 t_a 和 t_b 接受的全体证据（可以包括法则）。我们公设 $P(c_i, e_b) = 1$ 并且（为了确保只有新实验才计数），设 $P(c_i, e_a) \neq 1$ 并且不论何时，只要 $j < i$，便有 $P(c_i, Uc_j) \neq 1$（“Uc_j”是 c_j 的时空普遍化[spatio-temporal universalization]）。

* 现在我会通过不同的途径来处理这个问题。我可以简单地区分公式“$C(x, y)$”（或“$C(x, y, z)$”）和这一公式的应用，这一应用我们总是凭直觉称之为证实或接受。除非 y 代表真诚反驳 x 的（全体）努力结果，否则就必不能把 $C(x, y)$ 解释为证实度，也必不能将它应用到接受问题上。参见我的“第三篇札记”的第 * 14 点。

此处我把“全体”置于括号之中，因为还有一种可能性需要考虑到。我们可以将检验限定在一定的应用域 F 中（参照旧附录 i 以及附录 * viii），于是我们可以将 C 相对化，写出“$CF(x, y)$”。而某理论的全验证[total corroboration]于是就可以简单地表达为，该理论在各个不同（相互独立的）应用域中的证实的总和。

此处定义 $C(x, y)$ 的特殊方法我觉得无关紧要。重要的是预设条件，以及**它们能够被同时满足这样一个事实。**

关于确证度的第二篇札记

1. J. G. 开米尼教授[1]（参照了我对内容的定义）和 C. L. 汉布林[C. L. Hamblin]博士[2]（独立地）都曾指出，x 的内容，权且用“$C(x)$”表示，可以通过 $-\log_2 P(x)$ 而不是 $1-P(x)$ 来测度，正如我一早指出的那样。（这里我用的是自己的表达符。）若这种看法是正确的，那么我为定义 x 被 y 确证程度，也即 $C(x, y)$ 的预设条件，[3] 就不得不作小小的修正。对于（ii）和（v），我们必须用 $\pm\infty$ 来替换原先的 ± 1，同时（iii）也当相应调整为：

403 （iii） $0 \leqslant C(x, xy) = C(x, x) = C(x) = -log_2 P(x) \leqslant +\infty$。

至于其他预设条件则保持不变。

汉布林博士认为[4]我们通过

（1） $$C(x, y) = log_2(P(xy) / P(x)P(y))$$

来定义可确证度，只适用于有穷系统，但对无穷系统则还不够。它实际上与

（2） $$C(x, y) = log_2(P(y, x) / P(y))$$

---

1 约翰·G. 开米尼，《符号逻辑学刊》，1953 年，18，第 297 页。（开米尼参引的是我的《研究的逻辑》。）

2 C. L. 汉布林，“语言与信息论”[Language and the Theory of Information]，这是 1955 年 5 月提交给伦敦大学[University of London]的论文（未发表）；见第 62 页。汉布林博士不靠开米尼教授的论文，独立提出了这一定义（论文提到了开米尼）。

3 “确证度”，《符号逻辑学刊杂志》，1954 年，第 143 页。

4 C. L. 汉布林，上引书，第 83 页。I. J. 古德[I. J. Good]在为我的“确证度”一文写的评述中，还作了一个类似的提议（不过没有把 2 明确为对数的基础）。参照《数学评论》[*Mathematical Review*]16，1955 年，第 376 页。

是一样的。后一个公式的优点是,即使 $P(x)=0$——若 x 是个通用理论时就会出现这种情况,它仍保持有决定性的效力。相对情况下的对应公式则为

(3) $$C(x, y, z)=log_2(P(y, xz)/P(y, z))。$$

然而正如汉布林博士看出的,定义(1)并不满足我们的预设条件viii(*c*),而(2)和(3)也存在同样的问题。预设条件ix(*b*)及(*c*)同样也得不到满足。

我认为,我的预设条件viii(*c*)标明了说明力量的测度与确证度测度之间的区别。前者之于 x、y 可以是对称的,但后者不是。设 y 来自 x(并支持 x),设 a 被 y 否定。在这个情况下,要说 ax 总是像被 x 很好确证那样被 y 确证,是不行的。(但是没有理由能说明为什么相对于 y,ax 和 x 就不应具有相同的说明力量,因为 y 同时被 ax 和 x 完全说明。)这使我觉得viii(*c*)不应被丢弃。

所以我把(2)和(3)看成对**说明力**,$E(x, y)$ 及 $E(x, y, z)$ 的极为适当的定义,而不把它们看成对可确证度的极为适当的定义。后者可以在对说明力的定义基础之上,用多种不同方法来定义,以满足viii(*c*)。以下是其中一个方案(我认为还可找到更好的定义方法):

(4) $$C(x, y)=E(x, y)/((1+n\,P(x))P(\bar{x}, y))$$

(5) $$C(x, y, z)=E(x, y, z)/((1+n\,P(x, z))P(\bar{x}, yz))$$

这里我们可以选择 $n \geqslant 1$。如果期望viii(*c*)起到可观的效果,则可设 n 为一个很大的数。

当 x 是个通用理论从而 $P(x)=0$,同时 y 是经验证据,则 E 和 C 之间的差别消除。正像我们原先的定义,也正像预设条件(vi)所要求的那样。如果 x 来自 y,同样的情况也会出现。所以用对数测度至少具有一 404
些优点:正如汉布林说明的那样,由(1)定义的概念与信息理论的基础观念是紧密相联的。古德也曾对这一点发表过评论(见注脚 4)。

由老定义到新定义的转化保持了原先的次序。(这对说明力来说也一

样,正像汉布林所暗示的那样。)因而差别仅在于度量上[metrical]。

2. 对说明力的定义,以及更进一步,对可确证度(或称可证实度、可接受度、可检验度,不管叫什么都好)的定义,其侧重当然全在于"**证据的权重**"[*weight of evidence*](凯恩斯在其著作的第vi章称其为"论证的权重")。*1 对新定义来说这非常明显,从汉布林的论述就可以发现,如果我们对度量[metrical]问题稍有兴趣的话,新定义就具有相当的优越性。

3. 可是,我们必须意识倒,我们的 C 的度量完全取决于对 P 的度量。**但对 P 不可能存在满意的度量,也就是说,对于纯粹基于逻辑设想的逻辑概率来说,不可能存在度量。**为证明这一点,我们可以举任意可测度的物理属性(非离散随机变量[non-discrete random variable])的逻辑概率为例,为简单起见,就举长度为例。假设(有利于我们的反对者的假设)我们有逻辑上有穷的下极限和上极限 l 和 u 的值。假设我们有该属性的逻辑概率的分布函数,比如 l 和 u 之间的一般等分函数。我们会发现对我们理论有利的经验性改变,将导致物理属性**测度**的非线性修正(基于巴黎标准米[Paris metre])。于是"逻辑概率"就不得不随之被修正。这说明它的度量取决于对可测度属性本身的度量。由于后者可以根据经验理论进行修正,所以不存在纯粹"逻辑的"概率测度。

借助我们的"背景知识"z,上述情况所遇到的困难大多,但不是全
405 部,能被克服。但我认为,这些困难说明在处理可确证度和逻辑概率问题时,拓扑方法具有重要意义。*2

可是我相信,即使我们打算丢弃所有度量设想,我们也要坚持通常

---

*1 见下文第三篇札记。

*2 我现在相信,就一个其元素为**概率陈述**的系统 S(在附录*iv的意义上)而言,就**概率陈述的概率**——也即**第二概率**的逻辑度量而言,我已经克服了这个困难。解决方案见以下"第三篇札记"第7点以下,特别是第*13点。

就基本属性而言,我相信此处描述的困难毫不夸张。(当然,在特定情况下,z 指出或者假设,我们面临一有穷的对称或均等概率的集合,这将是有帮助的。)

概率公理系统所定义的概率概念。这些公理系统仍保持其全部重要性,这与虽然不能在纯粹(度量)几何的意义上定义一根棍子,可是纯粹度量几何仍保持其全部重要意义是一个道理。在谈到需要把逻辑独立与概率独立等同(特殊乘法定理)时,这一点尤其重要。假设开米尼式的语言(不过它遇到连续属性便会跨掉),或者具有相对原子陈述的语言(见我的《科学发现的逻辑》补遗 i),那我们就不得不假设原子或相对原子的句子为独立(当然,只要它们不是开米尼意义上的"逻辑独立")。在归纳法的概率论基础上,如果我们把逻辑独立和概率独立像这样等同起来,其结果必然就是:我们没有学习能力。可是在我 C 函数的意义上,**我们具有很好的学习能力**,也就是说,我们能证实我们的理论。

还有两点与此相关。

4. 首先一点,根据我的相对概率公理系统,[5] $P(x, y)$ 的定义可以是针对具有任何值的 x 和 y,包括使 $P(y)=0$ 的值。特别是,在系统的逻辑解释中,不论何时只要 x 由 y 而来,那么即便 $P(y)=0$,也有 $P(x, y)=1$。因此,没有理由怀疑我们的定义,它适用于同时包含单独陈述和普遍法则的语言,哪怕其中所有普遍法则的概率都为 0。这种情况的实例,可借用开米尼的测度函数 m,假设 $P(x)=m(x)$ 而得到。(至于我们定义 E 和 C 的情况,根本不需要背离指定相等权重的做法而转向"模型"。参照开米尼,上引书,第 307 页。相反,任何这等背离都应被视为对**逻辑**解释的背离。因为它将违背以上 3 的要求:逻辑独立与 406
概率独立相等。)

5. 第二点,在推导出的预设条件中,以下一条不能被任何其他学者对"x 被 y 确证"的定义满足。因而有必要单独列为第 10 条预设条件:[6]

---

5 此期《符号逻辑学刊》,6,第 56 页(参见第 176 页和 351 页)。缩写版见《世纪中期的英国哲学》(C. A. 梅斯编),第 191 页以及我的《科学发现的逻辑》,附录 * iv。

6 请和此期《符号逻辑学刊》,1954 年,5,第 144 页第一段末尾的话比较。

(x)若 x 被 y 确证或证实或支持,$C(x, y) > 0$,则(a)$\bar{x}$总是被 y 否定,就是说,$C(\bar{x}, y) < 0$,同时(b)x 总是被$\bar{y}$否定,就是说,$C(x, \bar{y}) < 0$。

在我看来,这项预设条件是不可或缺的适当条件,而任何不能满足它的定义在直观上都是悖论。

关于可验证度或可确证度的第三篇札记

此论中我想谈谈**证据的权重**以及**统计检验**等问题。

1. 前面两篇关于“可确证度”的札记[1]提到的验证或确证理论,能够轻而易举地解决所谓**证据的权重问题**。

首先提出这个问题的是皮尔斯,对它进行深入讨论的则有凯恩斯。凯恩斯一般称之为“论证的权重”或“证据的合计”。至于“证据的权重”这个术语是来自 J. M. 凯恩斯和 I. J. 古德。[2] 对“证据的权重”的思考,在概率的主观理论中,将导致在这一理论框架中不可调和的悖论。

2. 我所谓概率的主观理论,或对概率计算的主观解释,是指这样一种理论:它把概率解释为根据我们所掌握的证据,我们所不知、我们所
407 部分知、或我们信念的理性程度。

---

1 《符号逻辑学刊》,1954 年,5,第 143,324 页及第 359 页,还有 1957 年,7,第 350 页。参见 1955 年,6 以及 1956 年,7,第 244,249 页。上面“第二篇札记”的第一段应该补充一个参引,它是 R. 卡尔纳普和 Y. 巴-希莱耳的论文“语义学信息”[Semantic Information],载《符号逻辑学刊》,1953 年,4,第 147 页以下。另外,第 351 页注释 1 的第一个句子应该作“前引书,第 83 页”,而不是现在这样,因为这条参引的是汉布林博士的论文。*(本版终于将上述最后一个错误更正。)

2 参阅 C. S. 皮尔斯,《文集》[*Collected Papers*],1932 年,第 2 卷,第 421 页(1878 年首次出版);J. M. 凯恩斯,《概率论》,1921 年,第 71 – 78 页(参见第 312 页以下,以及“证据的合计”及索引);I. J. 古德,《概率与证据的权重》[*Probability and the Weight of Evidence*],1950 年,第 62 页以下。参见 C. I. 刘易斯[C. I. Lewis],《知识与价值分析》[*An Analysis of Knowledge and Valuation*],1946 年,第 292 页以下,以及 R. 卡尔纳普,《概率的逻辑基础》,1950 年,第 554 页以下。

（我得说明，更常见的术语“理性信念的程度”[degree of rational belief]，可能是认识上的小小混乱所致，其实它想表达的意思是“某个信念的理性程度”。混乱是这样造成的。首先概率被解释为对某个信念[belief]或确信[conviction]的力量及强度的测度，这信念或确信是可测度的，我们把这测度看作赌博并做好了接受失败的准备。随后我们意识到，我们信念的强度，实际上经常要取决于我们的愿望、恐惧而不是理性的论证。因而，通过一个小小的转变，概率就被解释为信念——**就其理性上合理**的强度或程度。可是到了这一步，信念的强度或程度显然变成多余的了，从而“信念度”也应被“信念的理性程度”替代。说这番话并不标明我准备接受任何形式的主观解释。见以下第12点以及我的《后记：二十年之后》第 * ii 章。）

3. 为节省篇幅，我在说明证据的权重问题时，只打算给出一个前文提到的那种悖论的例子。这个例子可以称为“**理想证据的悖论**”。

设 z 是枚硬币，设 a 为“第 n 次投掷 z 将掷出正面”。在主观理论中，可以设想陈述 a 的绝对概率等于 $\frac{1}{2}$，也就是说，

$$P(a) = \frac{1}{2} \tag{1}$$

现在设 e 为**统计证据**，就是说，**统计报告**。它基于对投掷 z 的上千次或上百万次观察。设这个证据 e **理想地有利于**假定：z 严格对称，具有均等分布——是枚“好”币。（注意，此处的 e 并不是关于每次投掷的全面细致的报告，这样的全面报告就当是遗失了，而 e 不过是全面报告的**统计摘要**。例如，e 可以是这样的陈述“经过对一百万次投掷 z 的观察，掷出正面的次数是 500,000 ± 20 次”。根据以下第 8 点可以看出，如果采用了我们的函数 C 和 E，那么一个具有 500,000 ± 1350 次的证据 e' 仍然是理想的。的确，从这些函数的角度看，e 之所以是理想的，正是因为它包含了 e'。）于是我们对 $P(a, e)$ 就只能假设

$$P(a, e) = \frac{1}{2} \tag{2}$$

408

这意味着在有证据 e 的情况下，掷出正面的概率并没有改变。因为我们现在有

(3) $$P(a) = P(a, e)。$$

但是根据主观理论，(3)意味着 e 对于 a 而言是(绝对)无关的信息。

这看起来有些令人吃惊，因为它非常清楚地说明，**假说 a 的所谓“理性信念的程度”，应该完全不受累积证据知识 e 的影响**。就算没有任何有关 z 的统计证据，理性信念的程度也依然得到证实，其效果与成百万次观察的沉甸甸的证据是完全一样的，虽然后者乍看起来更能支持、确证、加强这信念。

4. 我不认为这个悖论能够在主观理论的框架内得到解决，为的是以下理由。

主观理论的基础公设[*fundamental postulate*]是，证据下的信念理性程度展现出一种线性次序[linear order]：它们能够像温度那样，在一维的尺度上被测度。但自皮尔斯到古德，所有想在主观理论框架中解决证据权重问题的学者，都在概率之外，又引入了**证据下的信念理性程度的另一种测度**。不管这个新测度叫“概率的另一维数”也好，叫“证据下的可靠程度”也好，或叫“证据的权重”也好，都无关紧要。事关紧要的是它们(暗中)承认，证据下的信念理性程度不可能是线性次序，**因为证据影响信念理性的途径可以有多条**。凭这样一个承认，把主观理论的基础公设丢弃便不为过。

因此，认为“信念理性程度”、“可靠程度”、“证据支持”之类莫衷一是的称谓之间，真的存在本质差别的天真看法，并不能挽救主观理论，而同样天真地认为这些不同测度“阐释”[explicate]了各种“解释项”[*explicanda*]，也并不稍好。因为此处像“理性信念程度”这样的“被解释项”可以用概率术语“阐释”，这种概率好歹也是我所说的“基础公设”。

5. 一旦我们对概率进行**客观的**解释，所有这些困难都迎刃而解。
409 (在现在的上下文中，客观解释是**纯粹**统计解释还是趋向性解释都无

关紧要。[3])根据客观解释,我们得引入 b,它是实验条件的陈述(它是定义实验序列的条件,我们的例子就是从这些实验中择取的)。例如,b 可以是这样的信息:"本次投掷是对 z 的投掷,通过旋转获得投掷结果的随机性。"此外,我们还要引入客观概率假说 h,也就是"$P(a, b) = 1/2$"的假说。[4]

从客观理论的观点出发,我们的主要兴趣是在于假说 h 上,就是说,是在陈述

$$"P(a, b) = 1/2"。$$

6. 设想理想有利统计证据 e 导致"理想证据的悖论",从客观理论的角度出发,e 证据显然对 h 更有作用,而不是对 a 更有作用:它对 h 是理想有利,对 a 却相当中立。因为每次投掷都是**独立的**,或**随机的**,客观理论的结果认为任何统计证据 e 对 $P(a, be) = P(a, b)$ 来说都相当中立,于是在 b 下,e 确实与 a 无关。

由于 e 是有利于 h 的证据,我们的问题当然就变成这样一个问题:证据 e 是怎样验证 h 的(或"确证"h 的)? 答案是,如果 e 是理想的有利证据,那么 $E(h, e)$ 和 $C(h, e)$——即 h 的验证度——在给定 e 的条件下都趋向于 1,只要 e 的采样数量趋于无穷。[5] 因而理想证据相应地

---

3 关于概率的"趋向性解释",见上引文,第 309 页、310 页注释里提到的我的五篇论文(特别是"关于人类知识的三种观点"、"科学哲学:本人的报告",这两篇文章现均收入我的《猜想与反驳》)。

4 注意,"b"也可以解释为投掷序列的名字而非陈述的名字,如果这样,"a"也应该解作事件组的名字而非陈述的名字。不过"h"仍然是陈述的名字,在任何情况下都保持不变。

5 我的第一篇札记中对 E 和 C 都有过定义。此处只需记得 $E(h,e) = P(e,h) - (P(e)) / (P(e,h) + P(e))$,并且在多数重要情况下 C 都接近 E。在《符号逻辑学刊》,1954 年,5,第 324 页,我又提出一个定义

$$C(x,y,z) = (P(y,xz) - P(y,z)) / P(y,xz) - P(xy,z) + P(y,z))。$$

由此,通过假设 z("背景知识")为重言式,或不存在(如果愿意采取这种表达方式),我们便得到 $C(x,y)$。

产生了 E 和 C 的理想行为。结果便不会引起悖论，而我们可以很自然
410 地测度相对于**假说 h 的证据 e 的权重**，不管是通过 $E(h, e)$ 或 $C(h, e)$ 来测度，还是用更接近于凯恩斯的观念，用这些函数的绝对值来测度。

7. 如果 h 是个统计假说，而 e 是对 h 的统计检验结果的报告，那么 $C(h, e)$ 就是对这些检验证实 h 的程度的测度。所有这些都与非统计假说的情况一致。

然而需要注意，和非统计假说的情况不同的是，如果 h 是个统计假说，那么有时很容易就能估计出 $E(h, e)$ 甚至 $C(h, e)$ 的数值。[6]（在 8 中，我会简短的讲述在简单案例中这数值的算法，当然要提到案例 $h =$ "$p(a, b) = 1$"。）

表达式

$$P(e, h) - P(e) \tag{4}$$

对函数 $E(h, e)$ 和 $C(h, e)$ 至关紧要。确实，这两个函数只不过是使表达式(4)"正规化"的两种方法，它们因而随(4)增减。这意味着要找到一个**好的**检验陈述 e，一个只要是真的就高度有利于 h 的 e，我们的统计报告 e 就必须这样建立(ⅰ) e 使 $P(e, h)$ 很大，接近 1。其中 $P(e, h)$ 就使菲舍尔的给定 e 下的 h 的"可能性"。同时(ⅱ) e 使 $P(e)$ 很小，接近 0。建立这样一个检验陈述 e 以后，我们必须把 e 本身交由经验检验。（也就是说，我们必须试着寻找否定 e 的证据。）

现在设 h 表示陈述

$$P(a, b) = r \tag{5}$$

设 e 表示陈述"在总数为 n 且满足条件 b（或样品从 b 中随机抽取）的采

6　在能够用数字计算的情况下，汉布林和古德提出的对数函数（见我的"第二篇札记"）比起我最初提出的函数，很可能是一个改进。此外应当注意，从数字角度看（但不是从我们的预设条件背后的理论角度看），我的函数与开米尼及奥本海姆[Oppenheim]的"事实支持度"在多数情况下会得出相同结果。

样中，有 $n(r \pm \delta)$ 个样品满足 a"。*1 于是对特别是较小的 δ 值，我们使

$$P(e) \approx 2\delta^{*2} \tag{6}$$

我们甚至可以使 $P(e) = 2\delta$。把相等的概率，包括 $1/(n+1)$ 概率 411
分别指派给每个 $n+1$ 比例，$0/n$、$1/n$……n/n，这些就是属性 a 在总数为 n 的取样中的发生比例。接下来将概率 $P(e) = (2d+1)/(n+1)$ 指派给统计报告 e，e 告诉我们在总数为 n 的取样中，有 $m \pm d$ 个成员具有属性 a，这样使 $\delta = (d + (1/2))/(n+1)$，就得到 $P(e) = 2\delta$。（这里描述的等量分布正是拉普拉斯推导逐次性法则[rule of succession]时假设过的。如果 e 是**某个样品的统计报告**，那么它对估价**绝对概率** $P(e)$ 就是合适的，但它对估价给定假说 h 下，同一个报告的相对概率 $P(e, h)$ 却并不合适。此处假说 h 是这样的，根据它样品是一个重复 n 次的实验，每次可能的实验结果都以一定概率出现。在这种情况下，合适的做法是假设一个组合[combinatoric]，也就是说，一个伯努利式的而非拉普拉斯式的分布。）由(6)可见，若要 $P(e)$ 小，就得使 δ 小。

另一方面，如果 δ 比较大（大致上，如果 $\delta \approx 1/2$），**或者** δ 虽然比较小但取样总数 n 比较大，那么 $P(e, h)$——h 的似然——将会接近 1。于是我们发现，如果 δ 小而 n 大，或者换句话说，如果 e 是**有利于大取样的统计报告**，那么 $P(e, h) - P(e)$，从而我们的函数 E 和 C 就只能大。

所以检验陈述 e 越好，其精确性连带着其可反驳度或内容也就越高，而取样范围 n，即为检验 e 所要求的统计材料范围也就越大。像这样建立起来的检验陈述 e 就可以面对真实观察结果的考验了。

我们看到，如果证据有利，那么累积统计证据将使 E 和 C 增高。E 或 C 相应地可以看作是对有利于 h 的证据权重的测度。要不然，它们

---

*1 此处假设，取样尺寸为 n，取样范围内的频率最精确可以确定到 $\pm 1/2\,n$ 误差。所以对一个有穷 n，我们有 $\delta \geqslant 1/2n$。（对于大取样，这将导致 $\delta > 0$。）

*2 一个陈述的信息内容随着其精确性的增大而增长，而其绝对逻辑概率随着其误差度的增大而增长。这个事实的直接结果就是公式(6)；见第 34 至 37 节。（在统计取样的案例中，误差度和概率具有同样的极大值和极小值：1 和 0。）

的绝对值可以看作是对 h 的证据权重的测度。

8. 由于 $P(e, h)$ 的数值可以借助二项式定理(或拉普拉斯积分)决
412 定,特别由于对小的 δ,可以借助(6)使 $P(e)$ 等于 2δ,所以有可能计算出 $P(e, h) - P(e)$ 以及 E 的数值。

另外,对给定的任意 n,我们都可以计算出 $\delta = P(e)/2$ 的一个值,这个值使 $P(e, h) - P(e)$ 最大。(对 $n = 1,000,000$,我们算出的 $\delta = 0.0018$。)与此相似,我们还可以算出 $\delta = P(e)/2$ 的另一个值,这个值使 E 最大。(对相同的 n,我们算出 $\delta = 0.00135$,而 $E(h, e) = 0.9946$。)

对普遍法则 h,$h =$ "$P(a, b) = 1$",它已通过 n 次严格检验,所有检验结果都是 a,鉴于 $P(h) = 0$,我们首先得出 $C(h, e) = E(h, e)$。借助拉普拉斯分布以及 $d = 0$ 对 $P(e)$ 进行评估,我们进而得出 $C(h, e) = n/(n+2) = 1 - (2/(n+2))$。然而应该记住,非统计科学理论作为法则所具有的形式,完全不同于这儿所描述的 h。再者,如果强迫它们接受这种形式,那么任何实例 a,从而任何"证据" e,在本质上都将不再能经由观察得出。*3

9. 由以上可见,对统计假说的检验,就像对其他任何假说的检验一样,是演绎的。首先,检验陈述被建立起来,它的内容或可检验度虽

---

*3 不过,我们可以**针对应用域**,在附录 i 和附录 * viii的意义上来谈某个理论的可验证度,于是便可以使用此处描述的计算方法。但是由于这个方法忽视了内容和概率的精细结构,因而就非统计理论来说,它是非常粗糙的。在这些情况下,我们可以依靠以上"第一篇札记"脚注 7 中解释过的那种比较方法。应该强调,当我们用"$(x)\ Ax$"这种形式来公式化某个理论时,一般都强制性地把"A"当作高度复杂、不可被经验观察的谓项。(参见附录 * vii,特别是脚注 1。)

我相信文中发展出来的这个方法,将允许我们得到**数字结果**,即,验证度的数值。这正是拉普拉斯以及其他许多现代逻辑学家所企望的,而他们中多少学者徒劳地引入人造语言系统,希望通过这种办法获得谓项概率的先验度量[a *priori* metric],以为这是得到数字结果所必须的。可是我在他们的语言系统之外,多处得到了验证度的数值,因为对我们的方法来说,可测度谓项并不会引起任何问题。(我们不需要为任何"**谓项**"引入逻辑概率度量,这是一个极大的优点。见以上"第二篇札记"第 3 点中的批评。参见我 1958 年第二版前言。)

然很高,但它仍是(或几乎是)由假说推导而来。接着再接受经验的考验。

有趣的是,如果 e 是对观察的全面报告,也即一个记录了一千个投掷结果"正,正,反……"的序列,那么 e 对统计假说就完全起不到证据作用。因为**任何**具有 n 长度的真实序列,其概率都与其他任何序列(给定 h 的)相等,结果不管 e 只包含正面,还是包含一半正面一半反 413
面,$P(e, h)$值总是一样,从而 E 和 C 的值也都一样,就是 $E = C = 0$。这说明我们的全体观察知识是不能用作支持或反对 h 的证据的。我们得从观察知识中析取[extract]**统计**陈述,而这统计陈述必须能够与由 h 而来的陈述,或至少在给定 h 时具有较高概率的陈述,进行比较。所以假如 e 包含的是一个长投掷序列的完整结果,那么**以这种形式**,e 作为统计假说的检验陈述便完全无用。不过从同样的 e 中可以演绎出掷出正面的**平均频率**,这个陈述在逻辑上稍弱,但却有用。因为概率假说只能说明**用统计方法解释的**发现,因而也只能用统计抽象来检验和验证它,而无法用包含完整观察报告的"全体可得证据"之类来检验和验证它,哪怕发现的各种统计解释可以用作精彩的、分量十足的检验陈述,也是如此。*4

---

*4 这一点十分有趣,它联系到用以决定 $C(x,y)$ 的绝对概率的数值问题,也就是"第二篇札记"第 3 点所讨论的问题。本论也谈到了这个问题(特别见注 *1)。如果我们要确定"全体可得证据"——大量观察报告的合取——的绝对概率,我们就不得不知道其中每份报告的绝对概率(或"宽度"[width]),以便形成它们的乘积。这一切都以这些报告的绝对独立为假设(上文附录 * vii曾有过讨论)。但是要确定统计抽象的绝对概率,我们却不需要就观察报告的绝对概率或这些报告的独立性作任何假设。因为很清楚,即使没有拉普拉斯分布,(6)对小值 δ 也必定成立。这是由于 e 的**内容**必定总是其**精度**的测量(参照第 36 节),所以绝对概率必须用 e 的**宽度**来测量,而 e 的宽度是 2δ。因而,拉普拉斯分布只不过是导致(6)的最简单的等概率假设[equiprobability assumption]。在这一上下文中,可以说拉普拉斯分布是以一个**取样全域**[universe of samples],而不是事物或事件的全域为基础的。取样全域的选择,当然要取决于所要检验的假说。正是在每个取样全域中,均等概率的假设导致了拉普拉斯(或"直角坐标式")分布。

以上分析显示,统计方法的本质是假说——演绎,它们通过剔除不合适的假说取得进展,其他所有科学方法也是一样。

10. 如果 δ 值很小,从而 $P(e)$ 也很小——这只在大取样的情况下才有可能,那么鉴于(6),我们可得

(7) $$P(e, h) \approx P(e, h) - P(e)。$$

在这种情况下,也只有在这种情况下,我们可以接受菲舍尔的似然函数为对可验证度的适当测度。我们可以把我们的可验证度测度解释为对菲舍尔**似然函数的普遍化**,反之亦然。我们的普遍化将包括菲舍
414 尔的似然所不能适应的一些情况,比如当 δ 值相对较大时所遇到的情况。在统计证据 e 面前的 h 的似然,一定不可能仅仅因为(或部分因为)可得统计证据 e 不够精确就达到最大值。

根据以一百万次投掷观察为基础的 $\delta = 0.00135$ 的统计证据 e,与根据仅以一百次投掷观察为基础 $\delta = 0.135$ 的统计证据 e',*5 所算出的**似然**在数值上是**相等**的,都是 $P(e, h) = 0.9930$。这算不上悖论,但也难使人满意。(不过 $E(h, e) = 0.9946$,而 $E(h, e') = 0.7606$,这个结果倒是使人满意的。)

11. 应该注意到,在一个无穷全域中,普遍法则 h 的绝对逻辑概率,即 $P(h)$ 一般为 0。因为这个原因,$P(e, h)$,也就是 h 的可能性,在大多概率系统中都将变得不确定。因为在多数系统中 $P(e, h)$ 都是照着 $P(eh) / P(h) = 0/0$ 定义的。因此我们就需要一种概率计算形式,它让我们在哪怕 $P(h) = 0$ 的情况下也能算出 $P(e, h)$ 的确定值,并且只要 e 由(或几乎由)h 而来,它便总能让我们清晰地算出 $P(e, h) = 1$。

---

*5 在许多情况下,菲舍尔的“似然”在直观上都不能令人满意。设 x 为“下次投出点数为 6”,设 y 为“下次投出点数为偶数”、“下次投出点数大于 4”甚或“下次投出点数不是 2”,于是在证据 y 面前,x 的似然都将是 1,也就是它的极大值。(而 C(x,y) 的值在直观上却令人满意,在上述情况下,这个值分别是:3 / 8、4 / 7 和 1 / 10。)

满足这些要求的系统,我早先曾发表过一个。[7]

12. 即使 e 不是真诚反驳 h 的报告,我们的 $E(h, e)$ 也可以合适地解释为 h 对于 e 的说明力的测度。但是只有当 e 包含真诚反驳而非证明 h 的报告时,我们的 $C(h, e)$ 才可以合适地解释为 h 的可验证度——或在检验下,我们对 h 的信念的理性程度。

我认为,虽然把概率解释为对我们信念的理性程度的测度固然错误(完美证据的悖论已将这种解释排除在正确解释之外),但是可验证度却可以这样来解释。[8] 对于概率计算来说,有非常多种不同的解 415
释。[9] 尽管"理性信念的程度"并不是这许多种解释之一,但是却有一种**逻辑解释**将概率视为可演绎性的普遍化。不过这种概率逻辑与我们刚讨论的投机估计的假说并无关系,因为我们表达这些估计的概率陈述都是一些假说式的估计,它们总是针对特定情境中,也就是情境的客观条件下——比如实验设置条件下的**客观概率**而发。这些假说式的估计(虽然可以通过对称设想或统计材料的帮助,但是它们却**不能**由别处**推导**而来,而只能是自由臆想而出)在许多重要的例子中都可以置于统计检验之下。它们从来不是我们无知的估计,而与之相对立的观点,正像庞加莱清楚地认识到的那样,是以决定论者的眼光看世界(可能其本人并未意识到)的结果。[10]

从这一角度出发,一个"理性的赌徒"总是设法估计**目标的有利条件**[*objective odds*]。他准备接受的有利条件并不代表他的"信念度"

---

7 《符号逻辑学刊》,1955,6,特别是第 56 页以下。这一公理的简化形式见我的"科学哲学:本人的报告"(第 191 页)和"趋向性解释"[The Propensity Interpretation]等文,以上注 3 都有所参引。(在上述后一篇论文第 67 页注 3,最后的"<"应该改作"≠",而在(*B*)和(*C*)中,第二个箭头后应另起一行。)* 见新附录 * iv 和 * v。

8 参照《符号逻辑学刊》,1955 年,6,第 55 页(该节的标题)。

9 参照我在《心灵》,1938,47,第 275 页以下的札记。

10 参照庞加莱,《科学与方法》[*Science and Method*],1914 年,iv,第 1 页(该章最初发表于《每月评论》[*La Revue du mois*],1907 年,3,第 257 – 276 页,以及《一元论者》[*The Monist*],1912 年,22,第 31 – 52 页。)

(一般是这么认为的),而是他信念的目标[object]。他相信客观地存在这些机会,相信概率假说 h。如果我们要像行为主义者那样测度他的信念度(相信这机会或相信其他随便什么的程度),那我们就不得不查明,在一场一赔一的赌博中,他准备冒多大代价的危险,赌他的信念正确——当然结果要有分晓。

至于可验证度,不过就是对假说 h 曾被检验的程度的测度,对假说 h 在检验中坚守程度的测度。因而一定不能将可验证度解释为我们信 h 为**真**的理性程度。的确,不论何时只要 h 在逻辑上真,就有 $C(h, e) = 0$。与其如此,倒不如说可验证度测度的是对有问题猜测的理性**接受**的程度,我们知道这是一个猜测,试探性地接受它,但这却是一个经过检验搜索的猜测。

*13. 上述十二点构成了发表于《英国科学哲学杂志》的"第三篇札记"。以下还要补充几句,为的是要把本论尚言之未明的形式问题说个明白。

416

我心中最先想到的问题,还是逻辑概率的**度量**问题(参照第二篇札记第3点),以及它与区别我称之为基本概率陈述和第二概率陈述的关系。我的主题是,在第二层面上,拉普拉斯和伯努利的分布可以为我们提供一个度量。

我们可以举元素系统 $S_1 = \{a, b, c, a_1, b_1, c_1, \cdots\cdots\}$ 为例(与附录 * iv 中的公设系统是同一意义上的系统)。这些元素引出了具有"$p(a, b) = r$"形式的概率陈述。我们可以称之为"基本概率陈述"。现在,设想这些基本概率陈述都是第二个元素系统 $S_2 = \{e, f, g, h, \cdots\cdots\}$ 中的元素,自然,其中"e"、"f"都是具有"$p(a, b) = r$"形式的陈述。

伯努利定理告诉我们,设 h 为"$p(a, b) = r$",那么如果 h 为真,则在一个条件 b 不断重复的很长的序列中,a 发生的频率极有可能与 r 相等,或非常近似。设"$\delta_r(a)_n$"表示这样的陈述:在具有 n 次重复的长序列中,a 以 $r \pm \delta$ 的频率发生。如此,伯努利定理说,在给定 h,即给定 $p(a, b) = r$ 的条件下,随着 n 的不断增长,$\delta_r(a)_n$ 的概率将趋向 1。

(定理还说,当 s 不在 $r \pm \delta$ 之内时,给定 $p(a, b) = s$,则这一概率将趋向 0。这对概率假说的反驳来说是很重要的。)

于是,我们可以把伯努利定理写成一个(第二级)陈述的形式,这陈述有关 S_2 的元素 g 和 h 的**相对**概率。此陈述的形式如下

$$\lim_{n \to \infty} p(g, h) = 1$$

其中 $g = \delta_r(a)_n$,而 h 为信息 $p(a, b) = r$。这就是说,h 是基本概率陈述,而 g 是基本的相对频率陈述。

上述思考说明,我们不得不承认,在 S_2 中,像 g 之类的频率陈述,即 $\delta_r(a)_n$,我们也得接受诸如 h 之类的概率假设、假说性的概率估计。出于这一原因,为了得到均匀的 S_2,我们可以将组成 S_2 的所有概率陈述,等同于**频率陈述**。换句话说,我们可以为组成 S_2 的**基本**概率陈述 e、f、g、h、……设想某种**概率的频率解释**。同时,我们可以为具有 417

$$P(g, h) = r$$

形式的概率陈述设想某种**概率的逻辑解释**,这些概率陈述是断言基本概率陈述 g 和 h 的可能程度的第二概率陈述。

尽管得不到基本概率陈述的逻辑(或绝对)度量,也就是说,尽管我们得不到 $p(a)$ 或 $p(b)$ 的值,我们却可以得到第二概率陈述的逻辑或绝对度量。这要归功于拉普拉斯分布。根据这一分布,不管 g 出于经验观察还是一个假说,$P(g)$,即 g 的绝对概率,也就是 $\delta_r(a)_n$ 的绝对概率,等于 2δ。这样,典型概率假说 h 就有 $P(h) = 0$,因为 h 具有"$p(a, b) = r$"的形式,而 $\delta = 0$。由于伯努利的方法允许我们用纯粹数学方法计算相对概率 $P(g, h)$ 的值,我们就可以认为相对概率 $P(g, h)$ 可在纯粹逻辑的基础上决定。于是,在第二层面上,对概率计算形式采用逻辑解释就是完全合适的。

总结一下,伯努利和拉普拉斯方法的前进方向,是在第二层面上建立起概率的纯粹逻辑度量。这一建立过程是独立的,它与基本层面上是否存在概率的逻辑度量无关。因此,伯努利的方法决定了相对概率的逻辑度量(主要是基本假说的第二级似然),而拉普拉斯的方法则决

定了绝对概率的逻辑度量(主要是对取样的统计报告)。

无可怀疑,他们的努力在很大程度上指向归纳概率论的建立。他们肯定倾向于将 C 等同于 p。我相信他俩在这一点上都错了,因为统计理论就像所有其他理论一样,是假说的、演绎的。而统计假说就像所有其他假说一样,也要接受各种证伪努力的检验,接受各种将其第二似然性降为0,或降至近似0的努力的检验。而它们的"可验证度" C,只是作为这类检验的结果才有意义,否则,若我们执意选择**有利于**统计假说的统计证据,那没有什么比这更容易的了。

418 *14. 在所有这么多思考之后,为什么我还没有改变自己的信条呢?要知道没有什么能阻止我们把 $C(h, e)$ 叫作"给定 e 时,h 的归纳概率",或者,要是觉得 C 并不遵守概率计算法则,因而觉得这样叫不妥,那也没有什么能阻止我们把 $C(h, e)$ 叫作"给定 e 时,我们相信 h 的理性程度"。心怀好意的归纳主义评论家甚至可以祝贺我,祝贺我用 C 函数**从肯定的角度**解决了归纳法多年来的老问题,祝贺我建立了 C 函数,从而使归纳论证变得有效。

我对这个问题的回答如下。我并不反对 $C(h, e)$ 的任何现在叫法,不管这些叫法合适不合适。我对称谓相当无所谓,只要称谓不引起误导就成。只要不引起误导,我也不反对"归纳"内容的外延。但是我必须坚持,只有当 e 是**我们所能设计出的最严格的检验报告时**,$C(h, e)$ 才可以被解释为可验证度。就是在这一点上,我和归纳主义者或实证主义者划清了界限。归纳主义者或实证主义者渴望其假说被**证实**,他希望通过他的证据 e 使他的假说**更坚实**,所以他四处寻找**坚实**,寻找"**确证**"。他至多只能意识到,我们在选择 e 时不能有所偏颇,意识到我们不能无视对我们不利的证据,e 报告必须由我们的全体观察知识构成,不论其有利不利。(请注意,归纳主义者要求 e 必须由我们的全体观察知识构成,可这一要求无法以任何形式表达。它是一个非形式的要求,是假如我们想**把 $p(h, e)$ 解释为我们对 h 的知识的不完全程度**,就必须满足的条件。)

和归纳主义者的这种态度刚好相反,我断定,除非 e 报告了**我们推**

翻 h 的诚挚努力，否则 $C(h, e)$ 必定不能被解释为 h 被 e 验证的程度。对诚挚[sincerity]的要求无法形式化，但比起归纳主义者同样无法形式化的要求，即认为 e 必须代表我们全体观察知识的要求，也不稍难。可是，如果 e 不是关于我们诚挚推翻 h 的报告，而我们还以为我们可以把 $C(h, e)$ 解释为可验证度，或任何类似的东西，那我们就在自欺欺人。

批评我的人可以回答说，他还是看不出为什么我的 C 函数不应被看作经典归纳问题的肯定性的解决。对于我这番回答，他可以说它们 419
可以被经典归纳主义者完全接受，说它们所说的是一种“排除归纳法”，是为培根、休厄耳和穆勒所熟知，而某些归纳主义概率论者也不曾忘记的一种归纳法（不过批评我的人也得承认，后一种人并不能使这归纳法与他们的理论妥帖相合）。

对这一反问，我只能追悔自己没能在反复解释中把自己的主要观点表达充分、表达清晰。因为所有这些归纳主义者，他们倡导排除的唯一原因，就在于要**使幸存理论达到尽可能的坚实**。那个理论，他们认为必定就是真理。（或者只是一个**高度可能**的真理，因为到目前为止我们还无法排除每个错误理论，只留下真理。）

我反对这样的观点，认为我们永远不能在严肃意义上通过排除来减少相互竞争的理论的数量，因为这个数量时刻都是无穷的。我们在做的，或该做的，是**暂时抓住幸存理论中最不可能的一个**，更准确地说，抓住能被最严酷地检验的那个。我们试探性地“**接受**”这个理论，但所谓接受只是因为我们觉得值得将它交付进一步的批评，交付我们所能设计的最严酷的检验。

从乐观的一面看，我们可以说，幸存的理论是最好的理论，即我们所知的经过最严格检验的理论。

补遗 1972 年

(1)对文章最后三行可以补充几句。我所谓“最好的”理论,是指在竞争和幸存下来的理论中,具有最大解释力量、最多内容、最简洁的一个。它同时也是最可检验的理论,不过这个意义上的最好理论,并不总是经过最好检验的理论。

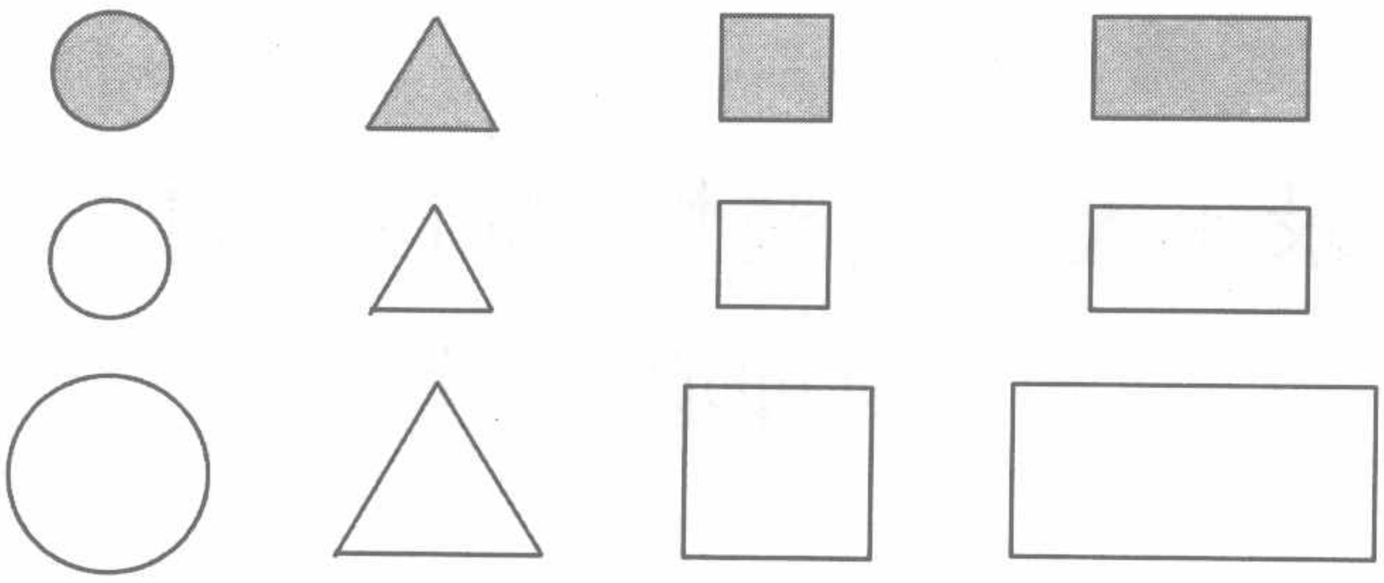
(2)就在本书再版发行之际,一篇对概率或统计理论的证伪问题,以及对证伪统计检验等问题做出了最重要贡献的文章也刚刚发表。这就是由唐纳德·A. 吉利斯[Donald A. Gillies]撰写,发表在《英国科学哲学杂志》22, 1971 年, 第 231 - 261 页的“概率陈述的证伪规则”[A Falsifying Rule for Probability Statements]。

附录 * X　普遍性、特性与自然或物理必然性

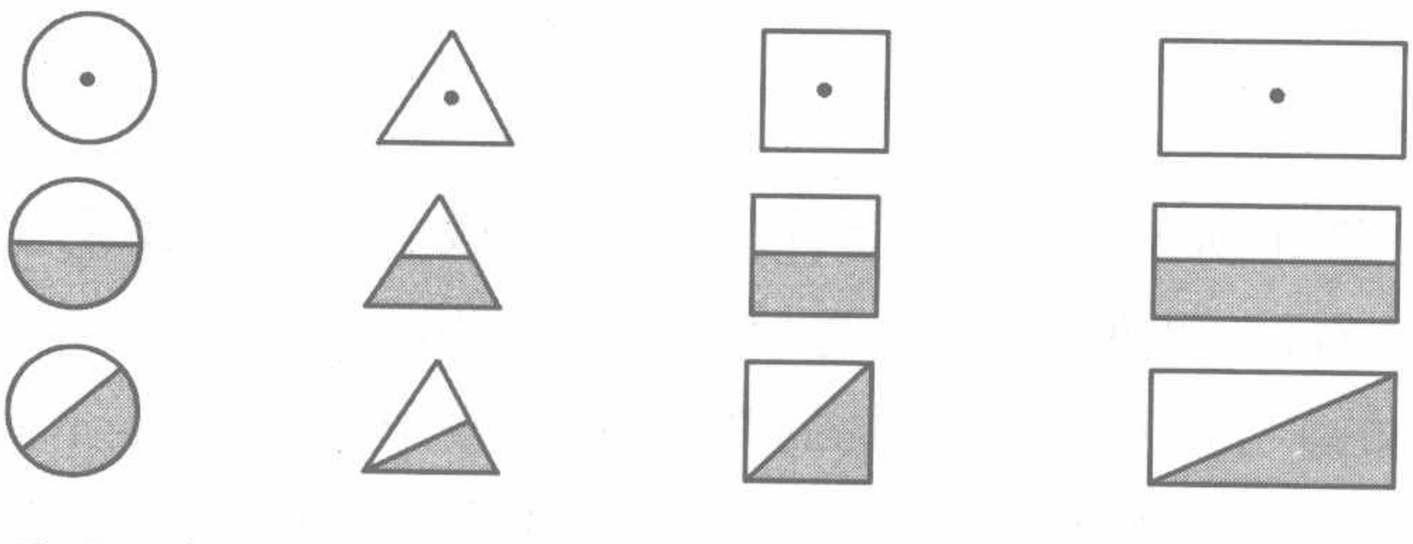
（1）潜藏在所有归纳理论背后的基础教条，是**重复至上的教条**。 420
心怀休谟的看法，我们可以在这教条中区别出两个变种。第一个变种（休谟批评的）可以称之为重复的逻辑至上教条。根据这个教条，重复的实例为我们接受普遍法则提供了某种**合理性**。（重复的观念是与概率相连的。）第二个变种（休谟支持的）可以称之为重复的现世[temporal]（和心理）至上教条。根据这第二种教条，重复，虽然不能为我们接受普遍法则提供**合理性**，不能为由重复引起的期望和信念提供合理性，但是不论如何，重复在我们心中引发、**唤起**了这些期望和信念，不管多么没有道理，多么不理性，但仿佛它们就是事实。

重复至上教条的这两个变种，逻辑至上的变种强，现世（或因果的[causal]、心理的）至上的变种弱，但都是站不住脚的。借助两条完全不同的证据，就可以得到证明。

我反对重复至上的第一条论据如下。我们经验过的所有重复都是近似重复[approximate repetitions]。我所谓近似重复是指，重复 *B* 是对事件 *A* 的重复，但并不就等同事件 *A*，也并不是和 *A* 无法区别，而只不过**多少相似于** *A*。但是如果重复仅仅是以相似为基础的话，它就必然具有相似性[similarity]的主要特点，也就是相对性[relativity]。两件事的相似，总是在**特定方面**相似。这一点可以用一个简单的图示说明。 421



看到上图，我们发现有些图形因为阴影（阴影线）相似，有些因为行状相似，还有些则因为尺寸相似。这幅图可以作如下扩展。



不难看出，有无限种可能的相似。

以上两图说明，事物可以因为**不同的方面**而相似，而两个事物从某个方面看相似，换个方面看则未必。总的来说，相似性，以及重复，总是
422 以**某个视角**为前提。当我们对某个问题感兴趣时，某些相似或重复就会打动我们，当我们感兴趣的问题变了，那打动我们的相似和重复也就跟着变了。可是如果相似和重复需要预先假定某个视角，或某种兴趣，或某种期望，那么这视角、兴趣和期望，就不但在逻辑上，而且也现世地（或因果地、心理地）优先于重复。这个结论将逻辑和现世这两个重复至上教条都摧毁了。[1]

对任何给定有穷组或集合的事物，不管这些事物如何多种多样，我们只要稍费一点心机，就总能有一个视角，从这个视角看，所有属于这

1　针对重复的现世教条的论证（也就是反对休谟的论证），见我的论文“科学哲学：本人的报告”第 iv 和第 v 节，后来换了个标题，成为我的《猜想与反驳》的第一章，1963 年，1965 年。

个集合的事物都有些相似(或部分相同)。这就意味着,任何事物都可以说是其他任何事物的“重复”,只要我们找到了合适的视角。这说明把重复看作终极的或特定的东西,这种观点是多么天真。与我这番观点紧密相关的事实(在补遗 * vii注 9 中提到过;参照属性 *B*)是,对于由 0 和 1 组成的**任何**给定有穷序列,我们都能找到一个数学规则或“法则”,从而建立一个以上述给定有穷序列为开端的无穷序列。

接下来我要谈谈我反对重复至上的第二条论据。它是这样的。存在着一类法则和理论,它们的特征和“所有的天鹅都是白色的”之类表述完全不同,尽管它们也可以按照相似的方式表述。以古代原子论为例,大家公认它可以表述为(取其最简单的一个形式)“所有物质体[material bodies]都由微粒[corpuscles]组成”。很显然,“所有……”这种形式就这个例子来说并不太重要。我的意思是,要说明一个物体,比如一块铁,是由原子或“微粒”构成的,与说明**所有的**天鹅都是白色的,这两者在难度上至少相等。我们的论断超越了经验观察的全部范围。几乎所有科学理论也都是如此。就连一个物体,我们甚至也不能直接说明,它在不受外力作用的情况下,将沿直线运动,我们也无法直接说明,它按照反比平方法则,吸引另一个物体,同时也被后者吸引。所有这些理论,它们所描述的都可以称为**世界的结构属性**,它们全都超越了经验可能的范围。这些结构理论的困难在于,依靠重复实例来证明法 423
则的普遍有效,其难度并不比证明这法则只对一个实例有效,更大。

许多归纳主义者都看到了这个困难。看到这个困难的多数学者,比如贝克莱,都在纯粹的观察性概括和更“抽象的”或更“玄秘的”理论之间——比如粒子理论[corpuscular theory]或牛顿的理论——划出了明确的界限。而且他们就像贝克莱那样,声称抽象理论并非对世界的真实[genuine]论断,它们**不过是工具**——用来预测可观察现象的工具。他们试图通过这样的论调来解决他们的困难。我管这种论调叫

“**工具主义者**”,我曾在别处对它进行过深入批评。[2] 此处我只想说,我反对工具主义,反对理由也只给一个,就是工具主义并没有解决“抽象的”、“玄秘的”或“结构的”属性问题。因为这些属性并不像贝克莱及其追随者认为的那样,只存在于“抽象的”理论中,它们无时无刻不被每一个人在每次简单谈话中提起。我们所做的几乎每个陈述都超越经验范围。在“经验语言”和“理论语言”之间没有清晰的界限。**我们无时无刻不在理论**,甚至当我们说出最琐碎的单一陈述时也是如此。有了这番话,我们便接近本附录所要讨论的主要问题了。

(2)一般公认,当我们说“所有的天鹅都是白色的”,我们的谓项“白”是一个可观察的属性。在这个程度上,简单陈述“这只天鹅是白色的”可以说是基于观察。可是它却超越了经验——不是因为“白”这个词,而是因为“天鹅”这个词。因为我们把某种事物叫作“天鹅”,是赋予这事物某些属性的过程,远不只是观察,和我们断言它由“微粒”构成也差不多。

因此不仅是更抽象的解释理论超越了经验,就连最普通的简单陈述也超越了经验。因为普通的简单陈述总是**根据理论对“事实”的解释**。(就连“事实”也遵循这一点,因为事实包含**普遍**,而普遍总是导致**法则般的**行为。)

424 我曾在第 25 节的末尾简短解释了在“这是一杯水”这类陈述中,“杯子”、“水”这类全称词汇[universals]的用法,它们是怎样超越了经验的。我们用“杯子”和“水”这样的词,来赋予某些事物以**法则般的行为**,我们可以称这些词为“特性词汇”[dispositional words]。因为每条法则都超越经验——换个说法,就是它不可能被实证[verify],所以每个表现出法则般行为的谓项,也都超越经验。这就是为什么我们要说,

---

2 参照我的论文“评贝克莱是马赫的先驱”,《英国科学哲学杂志》4,1953 年,以及“关于人类知识的三种看法”,收于 H. D. 刘易斯编,《当代英国哲学》iii,1956 年。这两篇论文现均收入我的《猜想与反驳》,1963 年,1965 年。

陈述“这个容器装着水”是个超越经验的假说,可以检验却不能实证。[3] 就是因为这个原因,我们无法“创制”[constitute]任何真的全称术语(就像卡尔纳普试图做的那样),也就是说,我们无法用纯粹实验的或观察的术语来定义这样的全称术语,或把它“归约”[reduce]为纯粹经验的或观察的术语。因为**所有全称词汇都是特性词汇**,它们无法被归约为经验。我们必须把它们当作未经定义的术语使用——除了某些全称词汇,对这些我们可以通过其他非经验的全称词汇来定义(比如“水”,我们可以把它定义为“两个氧原子和一个氢原子的复合”)。

(3)**所有**全称词汇都是特性词汇,这一点总是被人忽视。忽视的原因可能是全称词汇表现为特性词汇,其程度有所不同。比如“可溶解的”[soluble]和“可折断的”[breakable]比“已溶解的”[dissolved]和“断的”[broken]显然具有更高程度的特性。不过人们常常认识不到,就算“已溶解的”和“断的”也是特性词汇。一个化学家如果不知道能通过蒸发将水中的糖和盐提取出来,他就说不出糖和盐已**溶解**在水中这样的话。因而“已溶解”表示的是一种特性状态[dispositional state]。至于“断的”,当我们摔了某样东西,比如摔着我们的骨头,**怀疑**它是否断了,当此之际,我们是怎么做的呢?我们检验出问题部分的行为,试图发现它是否显示出某种不适当的运动。因而“断的”和“已溶解的”一样,都是以一定规则的、法则般的方式,描述行为特性。与此相似,如果某物具有反射红色或白色光线的特性,进而具有在日光下呈现红色或白色的特性,我们就说此物是红色的或白色的。总之,当我们在特殊 425
实例中,对某些属性是否存在表示怀疑,打算对它进行检验时,全称属性的特性品质就会变得明显起来。

3　由于它是一个单称陈述而非全称陈述,所以在这儿提不可实证性和不可证伪性的对称性,不会引起太大错误。因为要证伪这个陈述,我们不得不接受其他单称陈述,而这些单称陈述同样无法实证为真。不过即使在这儿的情况下,也还有一些不对称性存在。因为在假设某检验陈述为真或伪的过程中,我们只能证明被检验陈述的**伪**,而无法证明它的真。原因是后者要求无穷数量的检验陈述。参见本书第29节,以及我的《后记》第*22节。

因此,想要把特性谓项和非特性谓项区别开来的做法是错误的,正如想把理论术语(或语言)与非理论的、经验的、观察的、实际的、普通的术语(或语言)区别开来是错误的一样。情况有点像这样,人们倾向于把某个年龄之前所学的东西,视为实际的或"普通的",而把此后所学的通通看作理论的或"只不过是工具"。(这个重要年龄是多大,则取决于各人的心理类型。)

(4)普遍法则超越经验,如果只是因为它们是普遍的,于是超越了任何有穷数量的观察实例,那么单个陈述超越经验,则是因为陈述中一般出现的全称术语包含法则般的行为特性,于是它们也就包含普遍法则。(作为规则的低一等的普遍性)因此,普遍法则至少以两种方式超越经验:一是因为它具有普遍性,二是因为它包含全称或特性术语。并且在普遍法则中出现的特性术语具有更高的特性度或更抽象,则它超越经验的程度也就越高。普遍度[degree of universality]具有一级高似一级的层级[layer],超越也是一样。(在《后记》的第 * 15 节,我还解释了这层级就是所谓"深度"[depth]。)

当然,就是因为这种超验,科学法则和理论才得不到证实,而我们也不得不以**可检验度**或**可反驳度**为唯一手段,来把科学法则和理论与形而上学区别开来。

若有人询问为什么我们要使用超验的普遍法则,而不是紧守"经验",我的回答有两种。

(a)因为我们需要这超验的普遍法则。不存在"纯粹经验"这样的东西,而只存在根据"超验"的期望或理论解释的经验。

(b)因为理论家总是**希望去说明**经验,要说明就必须使用说明性的假说,而这假说(为了能被独立地检验,见《后记》第 * 15 节)必须超越我们希望能说明的东西。

426 以上回答,(a)是实用主义或工具主义式的回答,虽然我觉得这回答不错,但是这回答的重要性不能和(b)那种回答相比。因为就算说

明实用目的(比如预测)的理论归于消亡,理论家的目标也不会因此改变。[4]

(5)按照我这里说明的意义,理论超越经验。这在本书多有论断。同时,我也把理论描述为严格的全称陈述。

威廉·涅尔针对认为理论或自然法则可以用比如"所有行星都在椭圆形轨道上运行"之类全称陈述来合适表达的观点,提出了最一针见血的批评。即使现在我也不敢确定我是否完全理解了他,希望如此。[5]

我相信涅尔的观点可以表达如下。尽管全称陈述被**包含**在自然法则陈述中,后者在逻辑上强于前者,但是它们所断言的却不仅仅是"所有行星都在椭圆形轨道上运行",而是有似于"所有行星**必然**在椭圆形轨道上运行"的东西。涅尔把这样的陈述称为"必然原则"[principle of necessitation]。他谈到"需要对偶然[contingency]和必然[necessity]观 427
念找出更精确的公式"。[6] 但是稍后,我们又惊讶地读到:"实际上,在我们所要面临的哲学范围内,'必然'这个词是麻烦最小、最好处理

4　没有理论也行的论断是卡尔纳普下的,《概率的逻辑基础》,第 574 页以下。不过完全没有理由相信,卡尔纳普的分析可以合法地由他的模型语言转移到"科学的语言"中来。见我 1958 年的前言。W. 克雷格[W. Craig]在两篇很有趣的论文中讨论了归约方案[reduction programme]。(见《符号逻辑学刊》18,1953 年,第 30 页以下,以及《哲学评论》65,1956 年,第 38 页以下。)他对消除"辅助"[auxiliary](或"超验")观念的方法进行了精彩的、批判性的评论,不过我觉得还有以下几点需要补充。(i)通过将许多定理无限提升为公理(或通过用新的"公理"定义取代"定理"定义,二者在"经过纯化的子语言"["purified sub-language"]范围内具有相同的扩展),他成功地从本质上消除了说明性理论。(ii)在纯化系统的实际建构中,**引导**他的当然是**我们**对将被消除的**理论的知识**。(iii)经过纯化的系统不再是一个说明系统,而且就说明系统可以被检验,其可检验性本质上与其信息**内容和深度**有关——就这个意义上讲,经过纯化的系统也不再是可检验的了。(完全可以说纯化系统的公理,在我的《后记》第 *15 节所说那种意义上,具有零深度。)

5　参照威廉·涅尔,《概率与归纳》,1949 年。我在理解涅尔批评时遇到一个小困难,他有时把我的观点概括的很好,有时却又完全搞错。(例如以下注 17)

6　前引书。第 32 页。

的。”[7] 显然,在这两个段落间,涅尔试图说服我们,“这种差别”——偶然和必然之间的差别——“通过例子可以很容易被理解”。[8] 可是我发现他举的例子令人困惑。我老是自认为理解了涅尔,不过对他肯定性的自然法则理论却完全不能接受。但是,我仍然觉得他的批评是最有价值的。

(6)接下来我要借助例子来解释涅尔的批评中我认为最本质的东西。这批评所针对的观点是:以全称陈述表达自然法则的品质,既在**逻辑上充分**,又在**直观上合适**。

以某些灭绝动物为例,比如恐鸟[moa],一种巨大的鸟类,其骸骨沉埋于新西兰[New Zealand]的沼泽中。(我曾亲自前往发掘。)我们决定以“恐鸟”作为某种生物结构的全称名字(而不是一个特有名字,比较第 14 节)。可是我们应该承认,当然很有可能,甚至相当可信,除了曾在新西兰生活过的那些以外,宇宙中从来也不曾,将来也不会有恐鸟存在。现在我们且假设这个看法正确。

接下来我们假设,恐鸟的生物组织结构,在非常有利的条件下,能够确保恐鸟具有 60 年或更长的寿命。我们进一步假设新西兰恐鸟的生存条件远非理想(就当它们感染了某种病毒),以至于那儿的恐鸟没有一只活过 50 年。在这种情况下,严格的全称陈述“所有恐鸟都在 50 岁以前死亡”确实是真的,因为根据我们以上的假设可知,宇宙中从来不曾,将来也不会再有一只恐鸟活过 50 岁。可是同时,这条全称陈述却不是一个自然法则。因为根据我们的假设,恐鸟确实**有可能**活得更
428 长。仅仅是因为**意外或偶然**条件——比如某种病毒和恐鸟并存的条件——才使恐鸟没有活得更长成为事实。

这个例子说明,存在**真的、严格的全称陈述**,而它们具备的只是自

---

7 前引书,第 80 页。

8 前引书,第 32 页。困难之一是涅尔有时似乎接受莱布尼茨的观点(“真值,当它的负面蕴涵矛盾时,就是必然的。而如果它不是必然的,便是偶然的。”见格哈特[Gerhardt]编,《哲学文集》[*Die philosophischen Schriften*],3,第 400 页以及 7,第 390 页以下。),有时却在一个宽泛的意义上使用“必然”一词。

然法则某些偶然的特征，而并不是全称自然法则的真特征。所以，以全称陈述表达自然法则的特征，在逻辑上既不充分，在直观上也不合适。

(7)上述例子也说明，自然法则在何种意义上可以被描述为涅尔所谓“必然原则”或“不可能原则”[principles of impossibility]。因为根据我们的假设——这些假设完全是有道理的，在有利条件下，恐鸟是**有可能**活过一切恐鸟实际活到的寿命的。可是如果存在一条自然法则，将恐鸟的寿命限定在50岁，那么任何恐鸟**便不可能**活过这个寿命。所以自然法则对什么可能做出了一定限制。

我认为上述一切在直观上都是可以接受的。实际上当我在书中好几次说，自然法则**禁止**[*forbid*]某些事件发生，或者说自然法则具有**禁律**[*prohibition*]的特征时，我表达的都是同样直观的想法。而我认为，为了描述自然法则及其逻辑结果的这一特征，“自然的必然”或“物理的必然”这些概念不仅可能，甚至有用。

(8)不过我认为要是低估了自然的必然、物理的必然以及其他必然——比如逻辑的必然——之间的区别，那就会犯错。大致上，我们可以把在可想象世界中无论如何都成立的东西视为逻辑必然。不过尽管可以想象，牛顿的反比平方定理[inverse square law]在某些世界中是条真实的自然法则，而且在那个世界中也是自然的必然，但是存在一个它对之无效的世界，则也是完全能够**设想的**。

涅尔曾批评过上述这类论点。他指出，我们可以**设想**哥德巴赫猜想[Goldbach's conjecture](据此，任何大于2的偶数都是两个素数之和)是真的，或者想象它是假的，即便它很可能被证明(或驳倒)，在这个意义上它也可以是数学或逻辑必然(或不可能)。他辩论说“人们不会把矛盾的可想象性当作数学必然的反证”。[9] 可既然如此，为什么他还要问“它难道是为……自然科学准备的反证吗”？[10] 现在我觉得涅尔这条论据过于强调“可设想的”这个**词**了。这条论据对“可设想的”这 429

9　前引书，第80页。

10　同上。

个词的用法,与这个词应该的用法不同。一旦我们找到歌德巴赫定理的证据,就可以说这条证据明确无误地证明了,一个不是两个素数之和的(大于2的)偶数,是不可设想的,这里所谓不可设想的就是说那将导致不一致的结果,比如0=1,就是“不可设想的”。但在另一个意义上,0=1却很可以设想,它甚至可以像其他任何错误的数学陈述一样,成为间接证据中的一个假设。间接证据的确可以是这样的:“**可以设想**只要a真,b必定真。已知b伪,所以a真就是**不可设想的**。”显然,这个例子对“可设想的”和“不可设想的”两词的用法虽然有点含糊,但你不能说,因为论证的开始确实是明确无误地设想了a真,所以a真不可能是不可设想的,因此这样的论证无效——你不能这样说,这样说是误导。

因之“不可设想的”在逻辑和数学中只不过就是“导致明显矛盾”的另一种表述而已。一切不会导致明显矛盾的东西都是**逻辑上**可能或“可以设想的”,一切会导致明显矛盾的东西都是逻辑上不可能或“不可设想的”。当涅尔说某条定理的矛盾是“可以设想的”时,他用的是这个词的另外一层意思,那意思也不错。

(9)所以一个假设只要不是自相矛盾的,它就是逻辑上可能的;只要它不违反自然法则,它就是物理上可能的。这两个“可能的”具有相同的含义,足够解释为什么我们要重复使用这同一个词。但要掩盖它们的差别就会导致迷惑。

与逻辑重言式[logical tautology]相比,自然法则具有一种偶然的、意外的特征。莱布尼茨对此有清晰的认识。他教导我们说(参照《哲学文集》,格哈特编,7, 第390页)世界是上帝的作品,就像某首十四行诗、回旋诗或某首奏鸣曲、赋格曲是某位艺术家的作品一样。这位艺术家可以自由选择某种**形式**,并通过这样的选择自愿限制了自己的自由。他给自己的创造施加了一定的不可能原则,比如他的节奏,再比如他的用词,用词比节奏受限制的程度更低,具有偶然性、意外性。但是,这并
430 不是说他对形式的选择、对节奏的选择,就不是偶然的了。因为他完全有可能选择其他形式和节奏。

自然法则的情况与此相似。自然法则限制了单个事实的(逻辑上)可能。对这些事实来说,自然法则就是不可能原则。单个事实与自然法则相比显得高度偶然,而自然法则尽管比单个事实必然,与逻辑重言式比却仍属偶然。因为可能存在**结构上不同的世界**——具有不同自然法则的世界。

所以自然的必然性或不可能性就像音乐的必然性或不可能性。它就像四拍节奏,或者减 7 度结尾在古典小步舞曲中的不可能性。它把**结构性**原则施加给世界,但是却为更具偶然性的单个事实——初始条件——保留了大量自由。

假如我们把音乐的情况与恐鸟的例子相比,就可以说,没有音乐法则禁止用降 G 小调创作小步舞曲,但是却非常有可能,从来不曾、将来也不会有照此不寻常的调门创作的小步舞曲。所以我们可以说,音乐必然性法则与有关音乐史的真的全称陈述,是有区别的。

(10)要是我理解的没错,那涅尔似乎提出了与此相对的观点,就是说他认为自然法则决不是偶然的。在我看来,他这一观点和他予以正确批评的观点——那种认为自然法则就是真的全称陈述的观点——同样错误。

涅尔认为自然法则之必然,一如逻辑重言式之必然,他这观点可以用宗教术语表达如下:上帝可能面临两种选择,创造一个物理世界,或者不创造。可是一旦他做出了选择,就不再能自由地选择这个世界的形式或结构。因为这个结构——由自然法则描述的各种自然规则——都称为必然,而上帝所能自由选择的只是初始条件。

依我之见,笛卡尔持有与此极为相似的观点。据他说,所有自然法则都必然来自一个分析原则[analytic principle](“体”[body]的本质定义),根据这个原则,“成为体”与“成为外延[extended]”含义相同。这 431
暗示两个**不同**的体不能占据同一个外延,或空间。(这个原则与涅尔的标准例子“红色物体不可能同时为绿色物体”的确很像。[11])然而从

11　参照涅尔,前引书,第 32 页;参见,例如第 80 页。

牛顿开始,正是通过对这类“自明之理”[truism](涅尔这么叫它们,以强调它们与逻辑重言式的相似[12])的超越,物理学理论才达到了超越笛卡儿方法的洞见深度。

在我看来,认为自然法则决不是偶然的,这种教条不过是我称为“本质主义”[essentialism]观点的特别严重的形式,对这种观点我在别处曾予以批评。[13] 这种观点使人们相信**终极说明**的存在,就是说,相信存在一种说明理论,它既不需要进一步说明,本身也不能被进一步说明。如果我们成功地将所有自然法则都还原为真的“必然原则”,归约为自明之理,比如两个外延物不能同时占有同一个空间,比如红色物体不可能同时为绿色物体——如果我们真的成功做到这一点,那么进一步说明就将变得既非必然,也不可能。

我找不到原因使自己相信终极说明的存在,却由很多原因相信它不存在。我们对理论或自然法则了解的越多,就越不会把它们和笛卡儿不证自明的自明之理或本质主义者的定义联系在一起。科学揭示的不是自明之理。实际上,我们能够通过自己的批判研究进行学习,待到早先的理论被反驳,错误的想象付之一炬,我们能发现世界与我们原先想象完全不同,这正是科学伟大而美丽的一面。我们没有任何理由认为,这个过程会不再继续。[14]

从我们对内容和(绝对)逻辑概率的思考中,上述一切都得到了最强有力的支持。如果自然法则不只是严格全称陈述,那它们必定在**逻辑上强于**相应的全称陈述,因为后者必定能从它们演绎而来。但是 a 的**逻辑必然性**,正如前文所言(见附录 * V 末尾),可以作如下定义

$$p(a) = p(a, \bar{a}) = 1。$$

12 前引书,第 33 页。

13 参照我的《历史决定论的贫困》,第 10 节;《开放社会》,第 3 章第 vi 节、第 11 章;“关于人类知识的三种观点”(后收入我的《猜想与反驳》,1965 年,第 3 章)以及我的《后记》,第 * 15 节、第 * 31 节。

14 参照我的《后记》,尤其是第 * 15 节。

另一方面，对全称陈述 a，我们得到（参照同一个附录以及附录 * vii 和 * viii）：

$$p(a) = p(a, \overline{a}) = 0$$

对任何逻辑上更强的陈述，这都必定成立。如此，自然法则虽然具有巨大的内容，但却和逻辑必然陈述远远地保持着距离，一个一致的陈述能保持这个距离多远，自然法则就保持多远。同时就其逻辑意义上说，自然法则与“只不过意外”[merely accidentally]的全称陈述之间的距离，比它与逻辑的自明之理之间的距离更近。

（11）以上讨论的结果是，我准备接受涅尔的批评，其实是准备接受这样一个观点：存在一类叫作自然法则的陈述，它们在逻辑上比与之相应的全称陈述更强。在我看来，这个观点与任何归纳理论都不相容，可是它对我本人的方法论却毫无影响。很显然，我们提出猜想式的原则，宣布某些事件的不可能性，而我们必须让这原则接受检验，检验的办法就是努力证明这些事件是可能的，努力让这些事件发生。这个过程恰是我提倡的检验的方法。

我们要接受这个观点，并不需要对方法论做任何改变。改变完全是在本体论[ontological]和形而上学的层面上进行。变化结果可以这样说，当我们猜想 a 是个自然法则时，我们其实是在猜想 a 表达了**我们世界的一个结构性的属性**，这属性阻止某些逻辑上可能的单个事件发生，而对这个过程的解释见本书第 21 至 23 节，还可参见第 79、83 和 85 节。

（12）正如塔尔斯基所示，有可能从普遍意义上来解释**逻辑必然**。一个陈述，当也仅当它可以从“**普遍有效**”[*universally valid*]的陈述函数演绎而来时，也就是说，仅当它可以**从被每个模型满足的**（意味着在所有可能的世界中都真）陈述函数演绎而来时，才能被称为逻辑必然。[15]

15　参照我的“评塔尔斯基的真理定义”[Note on Tarski's Definition of Truth]，《心灵》64，1955 后，尤其是第 391 页。

我想我们可以用同样的方法来解释我们所谓**自然必然**。我们可以接受以下定义(N°):

433 **(N°)一个陈述,当也仅当它能从被所有不同于此世界的世界满足的陈述函数演绎而来时,才能被称为自然或物理必然。这所有不同于此世界的世界,如果存在,只在初始条件上不同。**(见本附录的补遗。)

当然,我们永远不会知道,某法则究竟是真法则,亦或只是看起来像个法则,而其实取决于在我们这个宇宙中占优势的某些特定的初始条件。(参照第 79 节。)所以,我们永远无法找到任何给定的非逻辑陈述,而它实际上就是自然必然的。猜想将永远是猜想。(不仅是因为我们无法搜遍全世界来确保反证实例不存在,而是由于更强的原因——由于我们无法到那些因初始条件不同而和此世界不同的世界中搜寻。)但是,尽管上述关于自然必然的定义不可能得到肯定标准[positive criterion],我们却能在实践中以否定方式来应用这个定义。通过搜寻使某个假定法则失效的初始条件,我们能够证明这法则不是必然,也就是说,不是自然法则。有鉴于此,上述定义和我们的方法论确实严丝合缝。

上述定义当然要使所有自然法则,连同它们的逻辑后果,都是自然或物理必然。[16]

我们立刻看到,上述定义与恐鸟例子的讨论结果(参照以上第 6 和第 7 点)完美地符合。正是因为我们认为换个条件——换个更好的条件——恐鸟会活得更久,才使我们觉得关于恐鸟实际最长寿命的真的全称陈述,具有偶然特征。

(13)现在我们用符号"N"来代表一组陈述,它们都必然是真的,就像自然或物理必然那种意义上的真,也就是说,不管初始条件怎样,它们都真。

借助"N",我们可以定义"$a \overrightarrow{N} b$"(读作"有 a 必然有 b")如下:

---

16 偶尔,逻辑必然陈述也会(只因为它们由任何陈述而来)变成物理必然陈述,但这当然无关紧要。

(*D*)　　当也仅当$(a \rightarrow b)\varepsilon N$时，$a\vec{N}b$真。

这读作："当也仅当'有 a 就有 b'必然为真时，'有 a 必然有 b'才成立。"此处的"$a \rightarrow b$"当然是指前提 a 而后承 b 的普通条件[ordinary conditional]。如果意图是在于定义逻辑上的传承[entailment]或者"严格蕴涵"[strict implication]，那我们也可以用(*D*)，但是有必要将"*N*"解释为"逻辑必然"(而不是"自然或物理必然")。 434

因为定义(D)，我们可以说"$a\vec{N}b$"是一个具有下列属性的陈述：

(A)若 a 伪，则"$a\vec{N}b$"并不总是真，这与"$a \rightarrow b$"不同。

(B)虽然 b 真，但"$a\vec{N}b$"并不总是真，这与"$a \rightarrow b$"不同。

(A′)若 a 不可能或必然伪，或者，若 a 的否定 a 不论从逻辑必然还是物理必然看都必然真，则"$a\vec{N}b$"总是真。(参照本附录最后3页，以及以下注释26。)

(B′)若 b 必然真(不论从逻辑必然还是物理必然看)，则"$a\vec{N}b$"总是真。

此处的 a 和 b 可以是陈述或陈述函数。

"$a\vec{N}b$"可以称为"必然条件"[necessary conditional]或"惯用条件"[nomic conditional]。我相信，它表达的是某些学者称为"虚拟条件"[subjunctive conditionals]或"反事实条件"[counterfactual conditional]的东西。(然而，还有些学者，比如涅尔用"反事实条件"来指另外一层意思：他们用这个术语来暗示 a 实际上伪。[17] 我不主张照这层意思使用这个术语。)

17　我在论文"评自然法则与所谓的反事实条件项"[Note on Natural Laws and so-called Contrary-to-Fact Conditionals]，《心灵》58，N. S.，1949年，第62－66页中用"虚拟条件"[subjunctive conditional]这个术语，来表示此处的"必然"或"惯用条件"。我还反复解释了，这些虚拟条件必须能从自然法则中推导得来。因此我很费解，涅尔(《分析》[*Analysis*] 10，1950年，第122页)怎么能把虚拟条件或"反事实条件"具有"$\sim\phi(a).(\phi(a) \supset \psi(a))$"形式的观点，归于我的名下？我怀疑涅尔是否意识到了，他的这一表达式只不过以一种复杂的方式表达了"$\sim\phi(a)$"，因为谁会想到去断言，"$\sim\phi(a)$"能从法则"$(x)(\phi(x) \supset \psi(x))$"推导而来？

略作思考就可看出，自然必然陈述类 N 包括所有那些，能够像真的全称自然法则那样，被直观描述为不受初始条件影响的陈述类，不仅如此，它还包括所有那些得自真的全称自然法则的陈述类，以及那些得自真的世界结构理论的陈述类。在这些陈述中，有些描述的是一套确
435 定的初始条件。例如这样形式的陈述："若在普通室温和每平方厘米1,000 克的压力下，将瓶里的氢和氧混合……那么……"若这类条件陈述可以由真的自然法则演绎而来，那么初始条件发生任何改变，它们的真实都不会改变。要么，前提描述的初始条件被满足，如此后果就是真的（因而整个条件陈述都是真的）；要么，前提描述的初始条件得不到满足，在事实上非真（"反事实的"），如此，条件陈述被非实际满足[vacuously satisfied]，也是真的。这样一来，被讨论的很多的非实际满足就合适地发挥了作用，确保那些能够由自然必然法则演绎而来的陈述，同时就是我们定义意义上的"自然必然"。

的确，我们本可以将 N 定义为自然法则及其逻辑后承的类。但是借助初始条件的观念来定义 N 有个优势。例如，如果我们把 N 定义为在所有不同于此世界的世界中都真的陈述类，而那些世界（如果存在）之不同于此世界，只是因为初始条件不同，那么我们就能避免使用虚拟（或反事实）措辞，诸如"即便（此世界）初始条件与实际条件不同，仍然保持真"之类表述。

（N°）中的词句"只是由于初始条件不同而不同的……所有不同于此世界的世界"无疑含蓄地包含着自然法则的观念。其实我们的意思是"所有与此世界结构相同——或自然法则相同的世界"。就我们的**定义**暗示自然法则的观念来说，（N°）可以说是循环论证[circular]。但是一切定义，**在这个意义上**，都是循环论证，正如一切推导过程（相对于证据[18]），比如一切三段论[syllogism]都是循环论证一样：结论必定包含在前提中。然而，在更技术的意义上，我们的定义并非循环论证。

---

18 我在论文"新的逻辑基础"[New Foundations for Logic]中处理了推导[derivation]和证明[proof]的区别问题。见《心灵》56，1947 年，第 193 页以下。

这**定义**是以非常清晰的直观观念——也就是改变此世界的初始条件来进行的，比如行星距离、其质量、以及恒星质量等等的改变。(N°)把这些改变结果解释为在此世界建立“模型”(模型或“复制品”[copy]，其初始条件不一定要真)，它接着模仿为我们所熟知的那种部件[device]，把那些在所有模型中都真的(也就是所有逻辑上可能的初始条件)陈述，称为“必然”。 436

(14)我目下对这个问题的处理，直观上有别于我从前发表过的一种处理。[19] 我觉得现在的处理是可观的进步，我还要很高兴地宣布，我这进步在很大程度上要归功于涅尔的批评。不过从更技术(而非更直观)的角度看，为了这进步所要做的改变却很少。在从前发表的那篇论文中，我处理了(a)自然法则的观念，(b)由自然法则而来的条件陈述的观念。不过(a)和(b)一道，具有同样的外延 N。(c)我提出“虚拟条件”来自(a)，它们正是类(b)中的那些陈述。(d)我提出(在最后一段)我们不得不引入一个假设，所有逻辑上可能的初始条件(从而所有与此法则相容的事件和过程)都在这世界中的某时某处被实现。当时表达的这层意思与我现在要表达的多少相似，只是当时的表述较为笨拙，而现在表达起来，则因为有所有与此世界不同的世界，其之所以不同只是因为初始条件不同这一观念，而变得轻松。[20]

我在 1949 年的主张可以借由以下陈述标明。尽管此世界可能并不包含逻辑上可能的所有世界——因为结构上不同与此，具有不同法则的世界在逻辑上是可能的——但是此世界，就所有物理上可能的初

19　参阅《心灵》58，N. S.，1949 年，第 62 - 66 页。参见我的《历史决定论的贫困》，1957 年(1945 年第一版)，第 123 页的脚注。

20　之所以称我过去的公式“笨拙”，是因为它等于引入了一个假设，假设某地曾有恐鸟生活在理想条件下，或将有恐鸟生活在理想条件下。这使我觉得有点牵强。现在我宁愿用另一个假设来替换它，这假设说，在此世界的诸多“模型”中——模型未必实在，只是逻辑结构——至少有一个模型，其中恐鸟生活在理想条件下。这个假设不仅可以接受，而且在我看来确实是很显然的。比较 1949 年我发表在《心灵》上的札记，除了术语变化，这是我在立场的唯一变化。不过我认为这是一个重要的变化。

始条件都在其中某时某处得以实现这个意义上说，却包含了所有物理上可能的世界。而我现在的主张是，这个形而上学假设显然有可能——在“可能”的两重意义上都是——真的，但没有它对我们更好。

不过一旦我们接受了这个形而上学假设，我从前的主张和现在的主张，以**法则的状态**而言，就变得（特别就纯粹术语差别来说）完全等
437 同了。所以我从前的主张比我现在的主张更“形而上学”（或更少“实证主义式的”[positivistic]），即便从前的主张在描述法则状态时没有使用“必然”这个**词**。

（15）认为普遍法则不过是严格的全称陈述的观点，或认为它们都是“必然的”观点，这两者对于一个在方法上反对归纳法，坚持证伪理论的学者来说，并没有太大区别。不论哪种观点，我们都只能通过尝试反驳来进行检验。

然而对归纳主义者来说，上述两个观点之间的区别却是至关重要的。他应该否定“必然”法则的观念，因为这些观念在逻辑上更强，必定比全称陈述更难于归纳。

可实际上归纳主义者并不总是这么想的。相反，有些却认为，断言自然法则是必然的陈述，可以用来说明归纳法的正当性。他们的思路有点靠近“自然的统一原则”。

但很显然，这类原则永远不会证明归纳法的正当性，它们没有一个能使归纳结论生效，甚或仅仅使这结论成为可能。

要使我们对自然法则的搜寻正当化，我们当然有可能要求助于像“存在自然法则”这样的陈述。[21] 但在这句话的上下文中，“正当化”一词的意义，与它在我们能否使归纳法正当化问题中的意义，非常不同。

---

21 参阅维特根斯坦的《逻辑哲学论》，6.36：“如果存在因果关系的法则，也就可以说‘存在自然法则’，不过，这显然不可说，而是它自己显露出来的”。依我之见，要是有什么东西自我显现了的话，那就是这显然**可以**说：比如，维特根斯坦就已经把它说出来了。然而要**确证**[*verify*]存在自然法则这个陈述，却是做不到的（甚至要证伪它也做不到）。但一个陈述虽然不可确证[*verifiable*]（甚或不可证伪的），却并不说明它没有意义，并不说明它不可理解，或像维特根斯坦相信的那样，“显然不可说”。

在后一个上下文中，我们的希望是建立起某些陈述——归纳概括，而在前一个上下文中，我们的希望只是使某种行为——搜寻法则的行为，正当化。此外，虽然这个行为在某种意义上可以被真法则确实存在的知识，也就是世界上确实存在结构性规则的知识，正当化，但是即便没有这种知识，这个行为也仍然因此而正当。某处或许有食物的希望当然使搜寻这食物变得“正当”，感到饥饿时尤其如此，即便这希望和知识相差甚远，对食物的搜寻仍然是正当的。因此我们可以说，虽然真法则存在的知识，能够增加我们搜寻法则的正当性，但是即便我们缺乏知识，即便只是凭着好奇，凭着没准儿能成的希望，我们的搜寻也是正当 438
的。

另外，“必然”法则与严格全称陈述之间的区别，与这个问题似乎无关。不管必然与否，法则存在的知识都将增加我们搜寻活动的“正当性”，哪怕搜寻活动本身已足够“正当”。

(16)然而我相信，刚才在第 12 点中解释过的那种观点，即认为就像存在自然和物理必然一样，存在必然的自然法则的观点，在形而上学或本体论意义上是重要的，并且对我们理解世界具有直观的重要意义。虽然这个形而上学观念既不可能建立在经验基础上(因为它不能被证伪)，也不可能建立在其他基础上，我却相信它是真的，就像我在第 79 节以及第 83 至 85 节中表明的那样。现在我想强调普遍法则独特的本体论状态[ontologically status](例如，通过谈它们的“必然性”或“结构特征”)，我还想强调，我们没有必要因为“存在自然法则”这个断言的形而上学特征或不可反驳性[irrefutability]，便觉得不能对这断言进行理性的——也就是批判的——讨论。(见我的《后记》，特别是第 * 6、* 7、* 15 和 * 120 节。)通过这些强调，我将超越自己方才的论述。

不过，我和涅尔不同。“必然”在我眼里仅仅是个词，一个能把**法则的普遍性**和“意外的”普遍性区别开来的有用的标签。当然，如果标签叫其他名字，也同样能起区别作用，因为这里并不涉及逻辑必然性。我大致上同意维特根斯坦对休谟的解释：“因一事发生过，所以另一事

必发生,这种必然性是不存在的。存在的只有逻辑必然性。”[22] $a \vec{N} b$ 与逻辑必然性的联系只有一种方式。a 和 b 之间的必然联系既不在 a 也不在 b,而在于这样一个事实:相应的普通条件(或“实质蕴涵”[material implication],没有“N”的 $a \vec{N} b$)**和逻辑必然性一道**,都来自自然法则,相对于自然法则,它是必然的。[23] 我们还可以说,自然法则也是必然的,因为它在逻辑上可以由具有更高普遍性的,或更“深”[depth]的
439 法则推导而来,或者被这些法则说明。(见我的《后记》,第 * 15 节。)我们可以想象,正是对具有更高普遍性的真陈述——我们猜想它存在——的这种依赖,最先向人暗示了原因和结果之间的“必然联系”。[24]

(17)据我对围绕“虚拟条件”或“违事实条件”或“反事实条件”等问题的现代讨论的了解,这些问题主要是由归纳主义或实证主义或操作主义或现象学的传统困难引起。

以现象学者为例,他们希望把有关物理对象的陈述,翻译成有关观察的陈述。例如,“窗台上有一只花盆”应该翻译成类似的陈述:“任何人如果处于适当的位置并朝适当的方向张望,他将看到他通过学习知道可以称之为一只花盆的东西”。其实这后一个陈述并不是前一个陈述的翻译,最容易的反驳(不过不是最重要的反驳)是指出,当没有人朝窗台上张望时,后一个陈述仍然(非实际地[vacuously])真,但是要说,不论何时只要当没有人朝窗台上张望时,窗台上就必定有一只花盆,那就太荒唐了。现象学者会回答说,论据要取决于条件(或“实质蕴涵”)的真值表[truth-table]定义,而我们必须意识到给条件以不同解释的必要,这个不同解释是个**模式**[modal],这模式允许我们将上面那句话解释为:任何人如果张望,或在张望,那么他将看到,或会看到,一

---

22 参照《逻辑哲学论》,6.3637。

23 我指出了这一点。见《亚里士多德学会副刊》[*Aristotelian Society Supplementary*]卷 22,1948 年,第 141 – 154 页,第 3 节,尤其是第 148 页。在这篇论文中我简要勾划了一个程序,后来付诸实施。

24 参照我在前一个脚注中参引的论文。

只花盆。[25]

可能有人会认为，我们的“$a \vec{N} b$”能够提供理想的条件模式，从某个角度看它的确如此。确实，它在这方面做出了人们所能期望的最好贡献。可是，我们最初的反对意见仍然存在，因为我们知道如果$\bar{a}$是必然的，也就是说，如果$\bar{a} \varepsilon N$，则“$a \vec{N} b$”对每个 b 都成立。这说明如果出于某种原因，花盆被放置在（或没有被放置在）一个物理上**不可能**被任何人张望的位置，则“任何人如果朝那个位置张望，或在张望，那么他将看到，或会看到一只花盆”就是真的，而这仅仅是因为没有人能朝它 440
张望。[26] 这一结果意味着，对所有出于某种物理原因而导致没有人能朝那儿张望的位置 x，现象学者对“在位置 x 有一盆花”的模式翻译都是真的。（于是可以说，在太阳的中心有一盆花——随你说有什么好了）但这是荒唐的。

因为这个原因，以及其他许多原因，我认为用这种方法挽救现象学是毫无机会的。

至于操作主义，这教条要求把科学术语，比如长度、溶度都按照合适的实验过程来定义。而我们不难看出，所有所谓操作主义的定义都是循环论证。对此我且举“可溶解的”[soluble]一词为例，稍作说明。[27]

检验某物质，比如糖，能不能**溶于水中**的实验，还涉及另一项检验，

25　正是 R. B. 布雷思韦特[R. B. Braithwaite]照着这个思路回答了我对非实际满足[vacuous satisfaction]的质疑。那是 1936 年春，我们在苏珊·斯特宾[Susan Stebbing]教授的研讨会上，宣读了他关于现象学的论文后，我提出了反对。当时在这样的上下文中，我还是第一次听到今天被称为“虚拟条件”的东西。对现象学家的“归约方案”[reduction programme]的批评，见上文注 4 和正文。

26　对虚拟条件的更全面的论述见我的“论不可能具有先例的虚拟条件”[On Subjunctive Conditionals with Impossible Antecedents]，《心灵》N. S. 68，1959 年，第 518 – 520 页。

27　这个论证被收入我的一篇论文中，那是 1955 年 1 月为 P. A. 希尔普编的“在世哲学家丛书”中的卡尔纳普卷撰写。它现在收于我的《猜想与反驳》，1965，第 11 章，第 278 页。至于操作主义长度定义的循环论证，可由以下两点看出：（a）操作主义对**长度**的定义涉及**温度**。（b）（通常的）操作主义**温度**定义又涉及**长度**的测量。

即能不能从溶液中取回被溶解的糖(比如通过将水蒸发。参照以上第3点)。显然,有必要对溶液提取物进行鉴定,就是说,鉴定提取物是否和糖具有同样的属性。而**溶于水中**也是这些属性之一。因而,为了借助标准操作检验[standard operational test]来定义"x 可溶于水",我们最起码得承认以下说法:

"当也仅当(a)把 x **溶于水中**,它(必然)消失,并且(b)当接着把水蒸发,这种物质必然恢复,而且还可再度溶于水时,我们可以说,x 可**溶于水中**。"

这类定义之所以会陷入循环论证,其实质原因很简单:实验从来不是结论性的,实验结果必须能被将来的实验再行检验。

操作主义者似乎相信,一旦虚拟条件的问题得到解决(因而定义条件的非实际满足[vacuous satisfaction]可以避免),那么用操作主义方法来定义特性术语[dispositional term]将不再会遇到障碍。对所谓
441 虚拟条件(或反事实条件)问题的莫大兴趣似乎都是出于这一信仰。但是我认为我已经证明了,即便我们解决了从逻辑上分析虚拟条件(或"惯用"[nomic]条件)问题,我们也不能希望用操作主义方式来给特性术语或全称术语定义。因为全称术语,或特性术语,是超经验的。对这一层的解释已见于本附录第1点、第2点以及本书的第25节。

补遗 1968年

1959年本附录发表后,威廉·涅尔撰写了一篇有趣的回应文章,见《英国科学哲学杂志》12, 1961年,第99页以下。此外尚有G. C. 内利希[G. C. Nerlich]和W. A. 聚希廷[W. A. Suchting]对本附录的批评,见《英国科学哲学杂志》18, 1967年,第233页以下,对他们的批评我已予以回答,见《英国科学哲学杂志》18, 1967年,第316页以下。现在我觉得我当时回答得并不好。实际上,只是在重新思考了涅尔的批评后,我才意识到我们分歧的结症所在。

我现在认为，这结症就是，多数哲学家都把定义看得很重要，虽然我一再向他们证明定义并不重要，他们却不把我的保证当真。我不相信定义能使词汇的意义更加明确，我觉得某个术语能否定义根本不值得关心（有时某个术语，能借助特定的某类术语加以定义，对此我会产生一般兴趣。）因为在任何情况下，我们都需要未经定义的、原始的术语。

我的立场或可总结为，理论，以及与理论的真实性相联的问题，都是至关重要的，而词汇[words]，以及与词汇的意义[meaning]相联的问题，都是无关紧要的。（参照《猜想与反驳》，第3版，1968年，第28页，第(9)点。）

因为这个原因，我对“自然必然”的定义，以及它能否被定义，都并不真正感兴趣。不过这个观念并不是无意义的，这个事实（我相信是事实），倒让我感兴趣。

对另一个事实（我怀疑它不是事实），即模式术语[modal term]能够借助非模式术语来定义，我没有丝毫兴趣。如果我给你们造成印象，以为我的意图全在于此，那肯定是个错误印象。

附录 * xi　论想象实验的使用和误用尤其在量子论中

442　附录的后一部分，其特征是逻辑的。我的意图将不在于驳斥某些具体的论点，因为我知道，有些错误论点早已被其始创者抛弃多年。相反，我的意图在于证明，某些**论证方法**是不可接受的。这些方法多年来被运用于对量子论的解释中，不曾受到过挑战。我在此要做的，是对**狡辩式使用**想象实验[imaginary experiment]的总体批评，而不是对受这实验捍卫的哪个具体理论的批评。[1] 我丝毫不怀疑硕果累累的想象实验本身，对我不要有这样的印象。

(1)一个自然哲学史上最重要的想象实验，同时也是我们这个宇宙的理性思维史上最简洁、最机智的论证，就是伽利略对亚里士多德的运动理论所做的批评。[2] 它驳倒了亚里士多德派认为较重的物体比较轻的物体具有更高自然速率的假说。伽利略派这样论证道："如果我们取两个自然速率不同的运动物体，一快一慢，然后把它们绑在一起，那么很显然，快的物体要被慢的物体拖累，而慢的物体却因快的物体而增加了速度。"于是"如果一大石块具有8步的速率，另一小石块只有4步的速率，那么当它们被绑在一起后，两石块的联合体的速率，定然小于8步。可是，两石块绑在一起，便比原先具有8步速率的大石块更
443　大。**于是乎，两石块的联合体虽然比原先的大石块更大，但其运动速度**

1　特别是，我在此不想批评量子论，也不想批评关于量子论的任何解释。

2　伽利略自豪地提到他论证过程(借辛普利西奥[Simplicio]之口)："凭着真理，您的论证展开得出色极了。"参照《关于两种新科学的对话》[*Dialogues Concerning Two New Sciences*]，1638年，第一天，第109页(《全集》[*Opere Complete*]，卷viii，第66页，1855年；克鲁[Crew]和萨尔维奥[Salvio]，英文版，第64页和62页，1914年)。

却要比原先的大石块更慢。这个结果,和您的假说却是矛盾的”。[3] 论证由亚里士多德的假说开始,至此将它驳倒:它展示了,这假说是荒唐的。

从伽利略的想象实验中,我看到了使用想象实验的完美典范,看到了对想象实验的最好使用。那就是**批判的使用**。不过我倒不是说此外就没有别的用法了,比如就有一种**启发性的**使用,也极有价值。另外,还有一些价值较小的使用方法。

我所谓启发性的使用想象试验有一个老例子。它对原子论的基础做了启发。想象我们取一块金子,或其他物质,然后将它切分成小块,越切越小,“直小到不可再分割为止”。这就是为了解释“不可分割的原子”而进行的想象实验。启发性的想象实验在热力学(卡诺循环[Carnot's cycle])中尤为重要,而且由于在相对论和量子论中的使用,它们最近变得流行起来。在这类例子中,最好的要算爱因斯坦的加速提升[accelerated lift]实验。这个实验说明了加速度和重力的局部相等[local equivalence],它还提出光在重力场[gravitational field]中可以沿着弯曲的路线传递。对想象实验这样的使用是合法的、重要的。

本论的主要目的是要让大家警惕对想象实验的另一种用法,这种用法可称之为**对想象实验的狡辩式使用**。我认为这种用法可以回溯到从狭义相对论角度对量杆、秒表的行为的讨论。起初这些想象实验还是说明性的、解释性的——都是非常合法的使用。可是后来,在对量子论的讨论中,它们有时也被用作论据,既有批评式的,也有辩论式的、狡辩式的。(在这个过程中,海森堡的可以借以观察电子的想象显微镜,是推波助澜的重要一环。见以下第 9 点和第 10 点。)

使用想象实验做批判式的论据,这无疑是合法的。它是要说明为某个理论家所忽视了某些可能性。显然,反击这些批判也是合法的,比如通过证明控方提出的想象实验在原则上不可能,辩明自己并未忽视 444

3 前引书,第 107 页(1638 年);第 65 页(1855 年);第 63 页(1914 年)。

任何可能性。[4] 在批判精神的指引下设计的想象实验，即通过展示某些被理论忽视的可能性来批评该理论，通常都是被允许的，但是，要使用想象实验反击这些批评，就得格外小心。在捍卫理论，重建有争议实验的过程中，特别重要的一点，是**不能引入任何理想情况**或其他特别假设，除非这理想情况和特别假设有利于控方，除非它们为使用这想象实验的任何控方所不得不接受。

(2)更一般地说，我认为只有当控方观点很清晰，只有当大家都坚持一个规则，即坚持**理想情况必须是对控方的让步，或至少为控方接受时，把想象实验用作论据才是合法的**。例如，在卡诺循环一例中，引入的所有理想情况都增加了机器的效率，迫使这理论的反对者——他们断言热力机不需要经过由高温向低温的传导，便能进行机械工作——不得不承认，所有引入的理想情况都是对他们的让步。而一旦违反了这个规则，为批判论证服务的任何理想情况显然都不能被允许。

(3)举例言之，这个规则可以应用到由爱因斯坦、波多尔斯基以及罗森的想象实验而引起的讨论中去。(他们的论证爱因斯坦曾在一封信中简短交待，此信收于本书附录 * viii，而对他们的讨论我则有进一步的评论，见我的《后记》，第 * 109 节。)爱因斯坦、波多尔斯基以及罗森在其批判论证中，试图利用为玻尔所接受的理想情况，而玻尔在对三人的回应中，并未置疑他们引入的理想情况。他们引入了(参照第 * 109 节以及附录 * vii)两个粒子 A 和 B，假设由于它们之间的相互作用，我们得以通过测量 B 的位置(或动量)来计算 A 的位置(或动量)，而 A 的位置在我们测量 B 的位置时已经游动到很远之外，因而不会被测量 B 的过程干扰。于是 A 的动量(或位置)就不会像海森堡认为的那样，是模糊的——或者用薛定谔的术语来说，是

---

4 例如，我本人在第 77 节中的实验，就被爱因斯坦证明在原则上(从量子论的角度看)是不可能的。见附录 * vii 收录的爱因斯坦来信。见第 236 页注释以及第 77 节注释(3)和(4)。

"被涂污"[smeared]。[5] 玻尔在对三人的回应中,使用了这样一个观念,要想对位置进行测量,就必须借助"**严格符合参照空间框架的定义**的某些仪器",而要想对动量进行测量,则借助**移动**"隔板"[*movable* "diaphragm"]——其动量在粒子通过之前和之后都得到测量——就成。[6] 玻尔论证说这两个参照系统我们只能二选其一,"我们选了一个,就阻绝了我们选择另一个的可能性"。他把这番论证和有关物理系统联系在一起。如果我理解的不错,那么他的意思是说,尽管 *A* 不受干扰,但是它的坐标却可能由于参照框架的涂污而被涂污。 445

(4)至少有三个不同原因,使我不能接受玻尔的回应。

首先,在爱因斯坦、波多尔斯基和罗森提出想象实验以前,人们认为系统位置或动量被涂污的原因,是我们的测量过程会干扰系统。在我看来,玻尔偷偷地放弃了这个论据,而或明或隐地代之以另一种说法:系统位置或动量被涂污的原因,是因为我们干扰了我们自己的参照系,或坐标系统,而不是说我们干扰了物理系统。这个改变太巨大,不能轻描淡写,一笔带过。必须明确承认老观点已被想象实验反驳,必须说明虽被驳倒,为何它立足其上的基本原则却没有被摧毁。

我们一定不能忘记,爱因斯坦、波多尔斯基和罗森的想象实验的意图在于何处。它的意图仅仅是反驳对测不准公式的某种解释,而绝不是反驳这些公式本身。在某种意味上,玻尔的回应不公开地承认了这想象实验成功实现了其目的,因为玻尔只是这样捍卫测不准关系:他放

---

5 当然,海森堡考虑的只是一个粒子——也就是被测量的那个粒子——被涂污,而爱因斯坦、波多尔斯基和罗森说明涂污必定扩展到另外一个粒子,该粒子曾与被测粒子相互作用,也许这作用发生在一年以前。但如果是这样,在一次观察之内,我们怎能让身边的一切,让整个世界,免遭"涂污"呢?答案是,由于"波包的减少"[reduction of the wave pack],观察的确摧毁了系统原先的**图景**,而同时又创造出新的来。因此干扰并不是对那个世界起作用,而只是对我们再现它的方式起作用。我在下文将通过玻尔的回应对此做出说明。

6 玻尔,《哲学评论》48,1935 年,第 696 - 702 页。引文出自第 700 页和第 699 页。(黑体字是我加的)参见上文第 236 页的注释。

446 弃了测量会干扰系统 A，将其涂污的观点。此外，爱因斯坦、波多尔斯基和罗森的论据还可以朝前进一步假设，假设我们（碰巧）在同一瞬间测量 A 和 B 的动量。**在这一瞬间**，A 和 B 的位置和动量就都可以得到。（当然，A 的动量和 B 的位置会被这些测量破坏或涂污。）不过这已足够证明爱因斯坦、波多尔斯基和罗森想要说明的一点：把测不准公式解释为对系统位置和动量不能同时清晰的断言，是不正确的，尽管我们承认对二者无法同时做出**预测**。（有种解释充分考虑到这一切因素，见我的《后记》。）

其次，玻尔认为我们“阻绝了”自己选择另一参照框架的论证，似乎是特设的。因为借助分光镜，显然有可能对动量进行测量（或者直接测量，或者利用多普勒效应[Doppler effect]测量），而分光镜和玻尔所说的“仪器”确实处于同一框架内。（分光镜吸收粒子 B 的事实，与 A 的命运无关。）因而移动的参照框架并不是实验的本质部分。

第三，玻尔在此处并未解释如何借助他的移动隔板来测量 B 的动量。在他后来的一篇论文中，对此有所描述。但他描述的**测量**方法，在我看来仍然不能允许。[7] 因为这测量方法由对“隔板”位置的（两次）测量构成，这隔板“具有一道裂口，用柔软的弹簧悬挂在坚固的轭上”。[8] 因为这样安排的动量测量要取决于位置测量，它并不能支持玻尔对爱因斯坦、波多尔斯基和罗森的反驳。照这种方法，我们对 B 的动量测量，“其准确性在 B 通过前和通过后并不一致”。[9] 第一次动量测量（因为要利用**位置**测量）将会影响隔板的动量，因此这测量只能是
447 指向以往的，而对计算隔板在与 B 作用前一瞬间的动量毫无用处。

所以，玻尔在回应批评时，并没有遵循只使用有利于控方的理想情况或特殊假设的原则（还不仅是他的争辩要点非常不清晰）。

---

7 见玻尔，载 P. A. 希尔普编，《阿尔伯特·爱因斯坦：哲学家与科学家》[*Albert Einstein: Philosopher-Scientist*]，1949 年；尤其见第 220 页的图表。

8 前引书，第 219 页。

9 玻尔，《哲学评论》48，1935 年，第 699 页。

(5)这说明对这类想象实验,存在着一个巨大危险,就是想象实验只把分析推进到符合论者目的的程度,便不再深入下去。只有当上述原则被严格遵守时,才能避免这个危险。

还有三个相似的案例,因其颇有提示之用,所以我要在此提及。

(6)为了回应爱因斯坦基于其著名公式 $E = mc^2$ 的想象试验的批评,玻尔求援于爱因斯坦关于重力理论的论点(也就是求援于广义相对论)。[10] 但是 $E = mc^2$ 可以从狭义相对论推导而来,甚至可以从非相对论的论证推导而来。在任何情况下,假设 $E = mc^2$ 并不等于假设爱因斯坦的重力理论有效。因此,就像玻尔说的那样,假如我们必须假设爱因斯坦重力理论的特征性公式成立,才能挽救量子论,使它保持一致(面临 $E = mc^2$ 时还能保持一致),那么我坚持认为,这就等同于认为量子论与牛顿重力理论相互矛盾的奇怪论断,进一步也等同于认为爱因斯坦重力理论(或至少上述特征性公式,它是重力场理论的一部分)的有效性可以从量子论推导而来的同样奇怪的论断。我认为,就连那些打算接受这一结论的学者,对它也会感到不快。

所以这又是一个以狡辩为目的,做出夸张假设的想象实验。

(7)戴维·博姆[David Bohm]对爱因斯坦、波多尔斯基和罗森实验的回应也实难令我满意。[11] 他相信他必须说明,爱因斯坦的粒子 A 虽然已经远离 B,远离测量设备,但是当 B 的动量(或位置)被涂污时, 448
它的位置(或动量)仍然要被涂污。他因此试图证明,虽然 A 已经跑开,但还是以不可预测的方式被干扰。通过这样的方式,他想说明他自己的理论与海森堡对测不准关系的解释是相容的。但是,他的说明并不成功。根据爱因斯坦、波多尔斯基和罗森的观念,我们只消将他们的

---

10 玻尔,载 P. A. 希尔普编,《阿尔伯特·爱因斯坦:哲学家与科学家》,这一情况在第 225 - 228 页得到讨论。J. 阿伽西博士引起我对该论证无效的注意。* 我们必须记住,$m_i = m_g$ 这一"等值"是牛顿理论的一部分。

11 见博姆,《哲学评论》85,1952 年,第 166 页以下、180 页以下,尤其是第 186 页以下。(我明白,对于此处所批评的那些论文中的观点,有些博姆已不再坚持。但在我看来,我的论证对他近期的理论至少仍部分有效。)

实验稍加延伸，A 和 B 的位置与动量，便可以同时得到决定——尽管这一决定结果，其**预测**含义只能针对一个粒子的位置和另一个粒子的动量。就像以上第(4)点所示，我们可以测量 B 的位置，而远处的某人可能碰巧在同一瞬间，或在因测量 B 引起的涂污效应到达 A 以前的任何时刻，测量 A 的动量。这足以说明博姆试图挽救海森堡关于 A 受干扰的观点的努力，是用错了地方。

博姆对批评的回应并不清晰。他断言涂污效应以超光速[superluminal velocity]传播，甚或即时发生(参照我在第 76 节评论过的海森堡的超光速理论)，这个假设以进一步假设——即假设这一效应不能用于传播信号——为支持。可是假如两个测量如果在同一瞬间进行，到底会怎样呢？本以为会出现在海森堡显微镜下的粒子会不会出现在你的眼前呢？如果确实出现了，这难道不是信号吗？(博姆这个特殊的涂污效果，就像“波包的减少”一样，不是他的形式，而是他的解释。)

(8)另一个类似的例子，是博姆对爱因斯坦另一批判性想象实验的回应(爱因斯坦借着这个想象试验，重又谈起了泡利对德布罗伊的导频波理论的批评)。[12]

爱因斯坦提出，可以设想一个肉眼可观的“粒子”(个头可以很大，比如撞球)，以固定速率在两堵平行的墙之间弹来弹去。爱因斯坦说明这个系统与薛定谔理论中的驻波[standing wave]相仿。他还进一步说明，德布罗伊的导频波理论，或博姆的所谓“量子论的因果解释”，会
449 导致悖论性结果(这首先由泡利指出)。这结果是：粒子(或撞球)的速率消失。换句话说，在我们最初的假设，即粒子按我们选择的某种速率运动的假设中，不管我们最初选择的粒子运动速率是多少，按照这个理论，其结果都将是零，也就是说，这粒子静止不动。

博姆接受这一结论，并作了如下回答。“爱因斯坦所设想的实

12 见爱因斯坦的文章，收入《献给马克斯·波恩的科学论文选编》[*Scientific Papers Presented to Max Born*]，1953 年，第 33 页以下，尤其是第 39 页。

例”,他写道,“是一个在两面完美、光滑的墙之间**自由运动**的粒子”。[13](我们不必对实验布置的细节更作挑剔。)“现在,根据量子论的因果解释”——也就是博姆的解释——“……这粒子是**静止**的”。博姆进一步说,假如我们想**观察**这粒子,就应该“触发”一个过程,使粒子运动起来。[14] 不过对观察的这番论证,不管有何价值都无关宏旨。有关宏旨的是,博姆的解释使自由运动的粒子陷于瘫痪。他的论证等于断言,这粒子只要不被观察,便不能在两墙之间运动。最初的假设是这粒子在运动,而到了博姆的结论中,这粒子除非被**观察**触发,否则**不动**。这个瘫痪效果博姆也注意到了,只是他并未加以讨论。相反,他接下去断言尽管这**粒子**不动,我们的**观察**却向我们显示它在运动(可这离开了双方讨论的话题)。接下去又谈到建立一个全新的想象实验,以描述我们的观察——借以观察粒子速率的雷达信号或光子——能够触发必要的运动。可是第一,这又离题万里;第二,博姆无法解释起触发作用的光子怎么能向我们显示,粒子是处于常速运动状态,而不是朝向常速加速的状态。因为这要求粒子(随便想象它有多快、多重,都行)在它与触发光子作用后的极短时间内,达到并显示出它的全速。上述这一切都是特设的假设,多不能为其反对者接受。

但是,我们可以使爱因斯坦的想象实验更精致些。我们想象有两个粒子(或撞球),其中一个在左侧墙与房子中间来回运动,另一个则在右侧墙与房子中间来回运动。在中间,两个粒子相互碰撞弹击。这 450
个实例再次引起驻波,因而导致速率的消失,从而泡利和爱因斯坦对这理论的批评仍然成立,保持不变。可是,博姆的触发效果就变得更脆弱了。因为假设我们向左侧粒子发射一束触发光子来观察它,(据博姆说)这将破坏使粒子保持静止的力的平衡,于是粒子便运动起来,可以推测它是由左向右运动。但是尽管我们只是触发了左侧粒子,为满足博姆的说法,右侧的粒子也不得不同时启动,并且要朝左侧粒子相反的

---

13 D. 博姆,第 13 页;黑体字是我加的。

14 前引书,第 14 页;参见该页的第 2 个脚注。

方向运动。要想让一个物理学家认可所有这些过程的可能性,那可真不容易。这一切都是特设,只是为了避免陷入泡利和爱因斯坦的质问。

我想,爱因斯坦还可以这样回答博姆。

在这个案例中,我们的物理系统是一个个头很大球。而对于测量的惯常的、经典的观念在这个案例中也并非不可。毕竟,惯常的、经典的观念和我们的经验最吻合。

暂且不谈测量,一个振荡的球(或两个如上所述的对称振荡的球),当没有被观察的时候就不能够存在,这是不是个严肃论断呢?或者,认为当没有被观察的时候它们也在运动、在振荡的假设,是不是一定要导致它们那时必定不动的结论呢?要是我们的观察使球动了起来,而它不再受到非对称的干扰,以至整个系统再度停止运动,要是如此,那又将怎样呢?粒子会突然停止,就像它突然启动那样吗?它的能量被转换为场能[field energy]了吗?又或这个过程是不可逆的吗?

我认为,即便所有这些问题都如愿得到解答,它们也只能说明泡利和爱因斯坦的批评的重要意义,说明批评性地使用想象实验,特别是像爱因斯坦、波多尔斯基和罗森那样使用想象实验的重要意义。我还认为,它们说明了以狡辩方式使用想象实验的危险。

(9)至此我已讨论了**成对粒子**的问题,我把它引入到爱因斯坦、波多尔斯基和罗森的讨论中。接下来我要转向更早的单粒子想象实验,比如海森堡著名的想象显微镜,通过它我们能够"观察"电子,并"测量"其位置或动量。要说对物理学思想的影响,那没有什么想象实验
451 能比这个实验更大的了。

借助其想象实验,海森堡试图建立起许多观点,其中三个我要提及的是:(a)对海森堡测不准公式的**解释**,这公式说**测量精度**存在着**不可克服的障碍**。(b)测量过程对被测物的干扰,**不论是位置干扰还是动量干扰**。(c)**检验粒子时空"通道"的不可能性**。我相信海森堡有关这几点的论证完全无效,不管这三点本身有多大价值。我之所以这样认为,原因在于海林堡的论证**没能证明,对位置的测量与对动量的测量是对称的**,也就是说,被测物受测量过程的干扰也是对称的。借助其实

验,海森堡确实说明了,为了测量电子的位置,我们不得不使用高频光,也就是高能光子。这意味着我们将若干动量传递到电子上,因而就像给了它一记重击一般,**干扰**了它。可是海森堡却**没有**说明,假如我们测量的是电子的**动量**而非位置,其情形有类于此。海森堡说,在这种情况下,我们必须使用低频光来观察电子,这低频光的频率如此之低,以至于我们可以假设,**我们的观察并未干扰电子的动量**。观察结果(虽然揭示了动量)没能揭示电子的位置,这位置因而是不确定的。

思考一下这最后一部分论证。海森堡并未断言我们**干扰**了(或"涂污"了)电子的位置。因为他只是断言**我们没能揭示它**。实际上,他的论证暗示,我们根本没有干扰这系统(或者这干扰十分轻微,可以忽略不计):我们使用的光子能量极低,没有足够的能量干扰电子。于是乎,根据海森堡的论证,**两种情况——测量位置和测量动量的情况——就不是类比关系或对称关系**。然而,这个事实却被习惯性的讨论遮蔽了。这些讨论(实证主义者、操作主义者或工具主义者的讨论)总是把位置和动量的"**测量结果**"的不确定看作对称的。自海森堡以后,对这个实验的无数讨论,总是假设他的论证建立了**干扰的对称性**。452
(当然,位置和动量的对称在形式上是完整的,但这并不意味着海森堡的想象实验也说明了这一点。)因而人们就非常错误地认为,假如我们借助海森堡的显微镜测量电子的动量,**我们就会干扰电子的位置**,而这一"涂污"效应已被海森堡的想象实验证明。

第 77 节所述我本人的一个想象实验,主要是基于海森堡实验的这一不对称性。(参照附录 vi 注 * 1。)不过我那个实验是无效的,而它之所以无效正是因为不对称性使海森堡有关测量的整个讨论无效:只有得自**物理选择**(我这样称它)的测量才能用于说明海森堡的**公式**,而就像我非常正确地在书中指出的那样,物理选择必定总是满足"散射关系"[scatter relations]。(物理选择的确会干扰系统。)

如果海森堡的"测量"真的可能,那我们在测量电子时,甚至可以在两次位置测量之间不受干扰地测量它的动量,而我们也可以——和以上(*c*)相反——检测(部分)它的时空"通道",这可由两次位置测量

计算出来。

之所以这么久都没人注意到海森堡论证的不合适,无疑是因为测不准**公式**乃清晰地由量子论形式(波动方程)而来,而位置(q)和动量(p)之间的对称性在量子论形式中也同样含糊不清。这可以解释为何许多物理学家都没能留意海森堡想象实验的细处。我想,他们并没有把这想象实验太当真,而仅仅把它看作对一个可推导公式的说明。我的观点是,那是一个糟糕的说明,说它糟糕,是因为它没能说明位置和动量之间的对称性。既然它是一个糟糕的说明,便不能把它当作解释测不准公式的基础,更别说用它来解释整个量子论了。

(10)我相信,海森堡想象实验之所以产生了如此巨大的影响,乃是因为通过这实验,海森堡成功地向世人传达了一幅新的关于物理世界的形而上学图景,而同时又否认形而上学。(他因此满足了我们这个后理性时代一个奇异的、充满矛盾的妄想:这妄想的首要念头是杀死
453 父亲,即形而上学,同时还要使他保持圆满,换个形式超脱于任何批评之外。对某些量子物理学家,有时这父亲几乎就是爱因斯坦。)海森堡通过讨论自己的实验,虽未明说,但实际传达给我们的有关世界的形而上学图景是这样的。**事物本身**是不可知的:我们只能知道它的外表,并把它理解为(正如康德指出的那样)由事物本身而来者,由我们感官设备而来者。因而外表是事物本身和我们之间相互作用的结果。这就是为何同一事物,根据我们感知它、观察它或与之作用的不同方式,在我们看来可以有多个不同的外表形式。我们试图抓住事物本身,但从不成功,我们的陷阱所捕获的,无非仍是外表。我们可以设置一具经典的**粒子陷阱**[*particle trap*]或一具经典的**波陷阱**[*wave trap*](之所以称为"经典",是因为我们可以建造、设置这些陷阱,就像我们建造、设置一具经典的捕鼠夹一样),陷阱被触发的过程,便对事物产生了作用,受此诱导,事物就呈现出粒子或波的外貌。在这两种外貌或捕获事物的两种方式之间,存在着对称性。此外,通过设置陷阱,我们不仅要提供刺激物,以诱导事物呈现经典物理外貌,还要以能量作为陷阱中的诱饵,这不可知的事物若想在经典物理学意义上实在化、物质化,就必然

需要这能量。靠这种方式,我们得以紧守能量守恒法则而不失。

这就是海森堡传达给我们的形而上学图景。玻尔要传达的可能也是这幅图景。

我压根儿不是要反对这一类的形而上学(尽管我对这一实证主义和先验主义的特殊混合并不看好),我也不反对它在传达过程中使用的暗喻方式。我反对的是,这个形而上学图景在几乎不被人意识到的状态下到处散布,其散布过程还经常伴随着反形而上学的调门。我认为这个情况不应让它悄悄溜过,逃过批判。

有趣的是,我认为戴维·博姆的许多工作也是受到同样的形而上学启发的。我们甚至可以把他的工作看作勇敢的努力,努力建构一个可以使这形而上学清晰、明确的物理学理论。这努力固然令人钦佩,但是我不清楚这形而上学观念够不够好,值不值得为它费尽周折,因为它不能(如上所述)被海森堡的想象实验支持,而这想象实验本是它全部 454
的直观源泉。

我觉得在玻尔的"互补原则"和这一现实不可知的形而上学观念之间,存在着明显的联系。而这一现实不可知的形而上学观念,暗示我们"放弃"[renunciation](这是玻尔爱用的术语)对知识的渴望,同时我们对事物外表及其相互关系的物理研究,也受到这观念的限制。不过我不打算在此处讨论玻尔与这形而上学观念之间的联系,相反,我将把讨论限定在有利于互补原则的某些论据上,这些论据又以进一步的想象实验为基础。

(11)联系他的"互补原则"(我在《后记》中对此有更全面的讨论,还可参照我的论文,"关于人类知识的三种观点",今见我的《猜想与反驳》,1963 年,第三章),玻尔用同样狡辩式的套路,分析了大量微妙的想象实验。由于玻尔互补原则的公式晦涩难言,我将求助于一本在许多方面都十分精彩的名著,P. 约尔丹的《直观量子理论》[*Anschauliche Quantentheorie*](碰巧,此书还简短讨论了我的《研究的逻辑》)。[15]

---

15 约尔丹,《直观量子理论》,1936 年,第 282 页。

约尔丹给出了互补原则的(部分)公式,把互补原则逼到**粒子与波的二元论问题的门槛**。他这样写道,"任何一个实验,若它**同时**展示了光的波属性和粒子属性,那么它不仅违背经典理论(我们已经习惯了这类违背),而且比这更过分的,是它在逻辑和数学意义上都很荒谬。"[16]

约尔丹用其著名的双孔实验对互补原则进行了说明(见我的旧附录 V)。"假设从一个光源发出的单色光照射在一块黑色的屏幕上,屏幕上有两道平行的、靠得很近的裂口。接下来假设,**一方面**,两道裂口以及它们之间的距离都足够小(相对于光的波长),使照相底片得以记录下通过两条裂口的光的干扰条纹[fringe],而**另一方面**,调整实验布
455 置,使得我们有可能发现,单个光子是从哪一条裂口通过的。"[17]

约尔丹断言:"这两个假设是相互矛盾的"。[18]

虽然这个矛盾在逻辑或数学上并不荒谬(从前引段落看他暗示这是荒谬的),但我暂且不做质疑。毕竟,这两个假设联系在一起,只不过与量子论的形式矛盾。而我想质疑的是另外一点。约尔丹用这个实验来说明他的有关互补原则内容的公式,但是他借以说明这一原则的实验,却可以用来反驳它。

回头想想约尔丹对双孔实验的描述,先不管他最后一条假设("**另一方面**"那条)。因为在照相底片上得到了干扰条纹,所以这个实验"展示了光的波属性"。接下来让我们设想,光的强度足够低,以至于我们可以在照相底片上得到光子撞击的清晰可辨的痕迹。或者换个说法,设想光的强度很低,以至于我们可以通过单个光子撞击点的分布,来分析条纹。于是这"一个实验"便"**同时**展示了光的波属性和粒子属性"——至少展示了部分。也就是说,实验的确完成了约尔丹认定为"在逻辑和数学意义上都很荒谬"之举。

---

16 前引书,第 115 页。

17 前引书,第 115 页以下。(黑体字是约尔丹所有。)

18 前引书,第 116 页。

此外,我们都承认,若能发现特定光子通过的是哪条裂口,就能决定它的路径。于是我们就可以说,这个实验甚至更强烈地展示出光子的粒子属性。这一切我都认可,不过这一切也都与主题无关。因为约尔丹的主要论点并不是说有些起初可能的实验实际上不可能,这一点其实无关紧要,他的主要论点是,没有任何实验能够"**同时**展示光的波属性和粒子属性"。而他的这一论点,我们已经证明,是错误的。它要遭到**几乎**所有典型量子机械实验的反驳。

约尔丹若见了这番议论,接下去又会怎样辩驳呢?或许他会说,没有任何实验能够展示光的**所有**波属性及所有粒子属性。不过这显然不会是他的意图,因为即便我们放弃展示粒子属性的实验要求,只要求实 456
验同时展示光的所有波属性,那么能做到这一点的实验,也一个都不会有。(换了粒子属性也一样。)

约尔丹这一论证中最迷惑人的是它的武断。他显然认为某些波属性和粒子属性是任何实验都无法结合的。这个事实最早由约尔丹概括,并公式化为一条原则(约尔丹的公式化过程,我们已加以反驳)。约尔丹后来又借助一个想象实验,说明这样的实验是不可能的。不过正如我们刚才展示的,这实验有一部分每个人都会认为是可能的,而这实际上恰恰反驳了依据约尔丹公式的原则。

不过,让我们再仔细观察这一想象试验的另一部分——以"另一方面"起头的那部分。根据约尔丹,如果调整实验布置以确定粒子是从哪条裂口通过的,那么我们就会毁坏条纹。好的——可是我们毁坏了波的属性吗?试做如下最简单的布置:封闭其中一条裂口。如果这样,仍会保留光的许多波属性。(即便只有一条裂口,光的强度分布也呈现为波状。)但我们的对手这时会说,因为这时能够追踪粒子的路径,所以光的粒子属性便充分展现出来。

(12)从理性的角度看,所有这些论证都是不可接受的。我不怀疑在玻尔的互补原则背后,存在着一个有趣的直观的想法。但是不论他本人还是他那派别的其他任何学者,都无法向批评他们的学者解释这个想法,即使像爱因斯坦那样多年以来试图理解它的学者,也无法接受

他们的解释。[19]

我的印象是,这想法很可能就是以上第(10)点所描述的那种形而上学观念。可能我错了,但不论如何,我觉得玻尔欠我们一个更好的解释。[20]

---

19 参照 P. A. 希尔普编,《阿尔伯特·爱因斯特:哲学家与科学家》,1949 年,第 674 页。

20 (1967 年补)对这个问题的进一步讨论见我的论文,“没有‘观察者’的量子力学”,载马里奥·邦格编,《量子理论与现实》,1967 年,第 7 – 44 页。

附录 * xii　爱因斯坦、波多尔斯基和罗森的想象实验

阿尔伯特·爱因斯坦的信　1935 年

以下刊出的是阿尔伯特·爱因斯坦来信的译文,这封信简洁而决 457
定性地解决了我在本书第 77 节阐发的想象实验(这封信还提到这实验的一个稍微不同的、未曾发表的版本),它接着以令人敬佩的清晰描述了爱因斯坦、波多尔斯基和罗森的想象实验(《物理评论》47, 1935 年, 第 777 – 780 页;参照我在第 236 页的注释以及附录 * xi 的第 3 节)。

在这两点之间,信中还泛谈了理论与实验的关系,以及实证主义观念对量子论解释的影响。

信的最后两段还处理了客观概率以及从不可知[nescience]中得出统计结论的问题,这一问题本书(以及我的《后记》)也曾加以讨论。在这个问题上我仍然不同意爱因斯坦的观点:我相信我们是从有关等量分布的猜想中得到这些概率结论(常常是非常自然的猜想,因此并不总能意识到我们进行了这样的猜想),也就是从概率前提[probabilistic premise]得到这些概率结论。

爱因斯坦的遗嘱执行人要求,此信如果要以译文形式发表,其原文则必须同时发表。因此我想到将其手迹影印于后。

Old Lyme 11. ix. 35.

亲爱的波普尔先生：

我已拜读过您的论文，对它的大部分[*weitgehend*]表示赞同。* 我不相信的只是有没有可能制造出一个“超纯案例”，允许我们以“难被承认的”精度预测一个光子的位置和动量（颜色）。我认为您提出的方法（装有高速快门的屏幕，结合一组选择性的玻璃滤镜）原则上是无效 458
的，因为我坚信像这样的一套滤镜将会像分光镜栅格那样，“涂污”光子的位置。

我的论证过程是这样的。设想一个短的光信号（位置精确）。为了更容易看出吸收滤镜的效果，我假设这信号被分析成大量准单色波串 W_n。设吸收滤镜滤除了所有色彩 W_n，只除了一个色彩 W_1。现在，因为它是准单色的，这波组将具有相当的空间扩展（其位置的“涂污”）。这意味着滤镜必定会“涂污”位置。

真的，我完全不喜欢现在时髦的[*modische*]“实证主义”倾向，它紧抓可观察这一点不放。至于说在原子量级上，我们不能以任何所愿的精度进行预测，这在我看来也属小节。并且我（和您一样），认为理论无法由观察结果营造而成，而只能出于我们的发明[invent]。

我和罗森先生、波多尔斯基先生联名撰写的那篇论文，手边没有副本，不过我可以简要向您说明它的主要内容。

问题是这样提的：从今天的量子论角度看，我们实验结果的统计特点是，**仅仅是系统受外部干扰的结果，对系统的测量也包括在这干扰之列**。而系统本身——用函数 ψ 来描述——则是以决定论的方式行事。海森堡对这种解释摇摆不定[*liebäugelt*]，并非一贯坚持。不过这个问题也可以这样提：我们是否应该把函数 ψ——根据薛定谔的等式，它依

---

* 要点：ψ 函数具有统计累积诸多系统的特征，而不是单个系统的特征。这也是下文将阐述的那种思路的结果。这个观点的特别之处在于，它使区分“纯粹”和“不纯粹”情况变得不必要。

赖于时间的变化是决定论的——看作物理现实的**完整**描述？由此我们又是否应该把来自系统外部的干扰(我们对此所知不足)看作导致我们的预测仅具有统计特点的唯一原因？

我们找到的答案是，函数 ψ 不应被看作对某个系统的物理状态的完整描述。

我们设想了一个复合系统，它由短时间相互作用的系统 A 和 B 构成。

假设我们知道相互作用——比如两个自由粒子的碰撞——发生之 459
前，此复合系统的函数 ψ。于是根据薛定谔的等式，我们便会知道此复合系统在相互作用发生之后的函数 ψ。

接着(作用发生之后)我们假设，对系统 A 进行了一次最理想的[*vollständige*]测量，测量可以用多种方式进行，但要取决于我们想精确测量的变量——比如动量或者位置坐标。于是根据量子力学，我们可以知道系统 *B* 的函数 ψ。**而所得的各个函数 ψ，将随着我们选择对 A 实施的测量的不同而不同。**

接下来，若设想 B 的物理状态要取决于施于系统 A 的某些测量，则是不可理喻的，因为这时系统 A 已经和 B 分开了。这意味着两个不同的函数 ψ 都属于同一个 B 的物理状态。由于物理状态的完整描述必然是一个**不含糊的**描述(除了单位、选择的坐标等表面形式)，因而不可能将函数 ψ 视为系统状态的**完整**描述。

当然，死硬的量子论者会说，不存在完整描述这样的东西，只有对系统**集合**[*aggregate*]的统计描述，而没有对**单个**系统的描述。可是首先他应该这样说清楚，其次，我不相信我们永远就只能满足于此，满足于对自然做如此不精确、如此浅薄的描述。

应该注意到，能够从系统 B 得到的某些精确预测(根据自由选择的测量 A 的方式)，其相互之间的关系，很可能同动量测量与位置测量之间的关系一样。于是以下结论几乎无法避免：系统 B 的确具有确定的动量以及确定的位置坐标。这是因为，在自由选择的条件下，我能够预测某些事物，那么这些事物必定存在于现实之中。

还有一种描述，和现在我们用的描述一样，原则上都是统计的，在我看来只能是一个暂时阶段。

我要再说一遍，* 我不相信你论文中所说的，不可能从决定论理论
460 中推导出统计结论。想想经典统计力学吧（气体理论，或者布朗运动）！例如，在封闭圆圈上匀速运动的一个物质点，我能够计算出在给定时间、给定圆周段上找到它的概率。要紧的不过是：我不知道初始状态，或知道的不准确！

致以诚挚的问候！

A. 爱因斯坦

---

* 这是回应 K. P. 波普尔去信的语气。

爱因斯坦的信的影印件

Oak Lyme. 14.IX. 35.

Lieber Herr Popper!

Ich habe Ihre Abhandlung angesehen und stimme weitgehend überein.* Nur glaube ich nicht an die Herstellbarkeit eines „überzeugenden Falles", der es erlauben würde, Ort und Impuls (Farbe) eines Lichtquants mit „ungefähriger" Genauigkeit zu prognostizieren. Die Mittel (Blende mit Momentanverschlußklappe in Verbindung mit selektiv durchlässigem Gläsersatz) halte ich nur dem Grunde für prinzipiell unwirksam, weil ich bestimmt glaube, dass ein solches Filter „ortsverschmierend" wirkt wie etwa ein Beugungsgitter.

Meine Begründung ist folgende. Denken Sie an ein kurzes Lichtsignal (genauer Ort). Um die Wirksamkeit des Absorptionsfilters bequemer zu überdenken, denke ich mir dieses rein formal in eine grosse Anzahl von gemeinmonochromatischen Wellenzügen W_n zerlegt. Der Absorptionssatz wirke auf alle W_n (starken) zerstörend bis auf W_0. Diese Wellengruppe hat aber eine erhebliche Ausdehnung, weil sie quasi-monochromatisch ist (Ortsverschmierung), d. h. das Filter wirkt notwendig „ortsverschmierend". —

Mir gefällt das ganze modische „positivistische" Kleben am Beobachtbaren überhaupt nicht. Sehr

---

* Kernpunkt: Die ψ-Funktion charakterisiert eine (statistische) System-Gesamtheit, nicht ein Einzelsystem. Dies ist auch das Ergebnis der weiter unten dargelegten Betrachtung. Diese Auffassung macht es auch überflüssig, zwischen „reinen" und „nicht-reinen" Fällen besonders zu unterscheiden.

halte es für trivial, dass man auf atomistischem
Gebiete nicht beliebig genau prognostizieren kann
und denke, dass Theorie nicht aus Beobachtungs-
resultaten fabriziert sondern nur erfunden
werden kann (wie Sie übrigens auch). –

Ich habe keine Exemplare meiner mit dem
Herrn Rosen und Podolski zusammen verfassten
Arbeit hier, kann Ihnen aber kurz sagen, um was
es sich handelt.

~~Ich [illegible] hervorgehoben haben.~~

Man kann sich fragen, ob der statistische Charakter
unseres experimentellen Befundes gemäss der heutigen
Quantentheorie erst durch die fremden Eingriffe inklusive
Messungen verursacht wird, während die Systeme als
solche – durch eine ψ-Funktion beschrieben – sich an
sich deterministisch verhalten. Heisenberg liebäugelt
mit einer solchen Auffassung, ohne sie konsequent
zu vertreten. Man kann auch so fragen: Ist die ψ-Funktion,
die sich nach der Schrödingergleichung zeitlich determinierbar
verändert, nicht als vollständige Beschreibung der physikalischen Realität
aufzufassen, wobei lediglich der fremde (unkontrollierte) Eingriff durch
Beobachtung dafür verantwortlich ist, dass die Prognosen
nur statistischen Charakter haben?

Wir kommen zu dem Ergebnis, dass die ψ-Funktion
nicht als vollständige Beschreibung des physikalischen
Zustandes eines Systems aufgefasst werden kann:

Wir betrachten ein Gesamtsystem, das aus den Teilsystemen
A und B besteht, die nur während einer beschränkten
Zeit in Wechselwirkung miteinander stehen.

Die ψ - Funktion des Gesamtsystems vor der Wechselwirkung
(z. B. Zusammenstoss (freier Teilchen)) sei bekannt. Die Schrödinger-
Gleichung liefert dann die ψ Funktion des Gesamtsystems
nach der Wechselwirkung. (nach der Wechselwirkung)

Es werde nun am Teilsystem A eine (vollständige)
Messung ausgeführt, was aber in verschiedener Weise
möglich ist, je nach den Variabeln, die man (genau)
misst (z. B. Impuls oder Koordinate). Die Quanten-
Mechanik liefert dann die ψ Funktion für das
Teilsystem B, und zwar verschieden, je nach der
Wahl der Messung, die man an A ausgeführt hat.

Da es aber ausgeschlossen ist, anzunehmen, dass
der physikalische Zustand von B davon abhängig
sei, was für eine Messung ich an dem von ihm
getrennten System A vornehme, so heisst das,
zu demselben physikalischen Zustande von B
zwei verschiedene ψ - Funktionen gehören. Da eine vollständige
Beschreibung eines physikalischen Zustandes notwendig
eine eindeutige Beschreibung sein muss (abgesehen von trivialen Unbestimmtheiten wie Phase, Koordinatensystem etc.),
so kann die
ψ - Funktion nicht als die vollständige Beschreibung
des Zustandes aufgefasst werden.

Natürlich wird ein orthodoxer Quantentheoretiker sagen,
es gebe eben keine vollständige Beschreibung typ. wo die
statistische Beschreibung eines Systemensemble und
nicht eines Systems. Aber erstens will er dies sagen (und
zweitens glaube ich nicht, dass wir uns für die Dauer
mit einer so fadenscheinigen Naturbeschreibung werden
begnügen müssen).

(contd.)

Zu beachten ist, dass die Prognosen, zu welchen ich (je nach freier Wahl der Messungswert an A) für das System B gelangen kann, sich zu einander sehr wohl wie Impulsmessung und Ortsmessung verhalten können. Man kann aber nicht wohl um die Auffassung herumkommen, dass dem System B theoretisch einen bestimmten Impuls und eine bestimmte Koordinate hat. Denn was ich nach freier Wahl prophezeihen kann, das muss auch in der Wirklichkeit existieren. —

Meiner Meinung nach ist die gegenwärtige prinzipiell statistische Beschreibung nur ein Durchgangsstadium. — Ich möchte wohl sagen, dass ich Ihre Behauptung, dass eine einer deterministischen Theorie keine statistischen Sätze gefolgert werden können, nicht für richtig halte. Denken Sie nur an die klassische statistische Mechanik (Gastheorie, Theorie der Brown'schen Bewegung). Beispiel: ein materieller Punkt läuft gleichförmig auf einer geschlossenen Kreisbahn; ich kann die Wahrscheinlichkeit rechnerisch bestimmen, ihn [illegible] einen bestimmten Teil der Peripherie anzutreffen. Wesentlich ist nur, dass ich den Anfangszustand nicht oder nicht genau kenne!

Freundlich grüsst Sie Ihr

A. Einstein

索　　引

J. 阿加西编制

人名索引

（字母“*q*”表示引文，“*n*”表示“注释”）

［条目后面码为原书页码，即本书边码］

ACTON, Lord.［阿克顿勋爵］, 14q
Adams, J. C.［亚当斯, J. C.］, 108n
Agassi, J.［阿伽西, J.］, 339n, 447n
Ajdukiewicz, K.［艾伊杜凯维支, K.］, 79n
Ancillion, J. P. F.［昂西雍, J. P. F］, 88n
Aristotle.［亚里士多德］, 279n, 394, 442, 443
Avenarius, R.［阿芬那留斯, R.］, 136

BACON, F.［培根, F.］, 19, 30n, 278, 279q&n, 419
Bar-Hillel, Y.［巴-希莱耳, Y.］, 392q, 406n
Bayes, Th.［贝斯, Th.］, 156, 178n, 263n, 288 – 289
Bergson, H.［柏格森, H.］, 32
Berkeley, G.［贝克莱, G.］, 17, 18, 19, 22, 36n, 59n, 423&n
Bernoulli, J.［伯努利, J.］, 150&n, 155, 165n, 171, 173, 174&n, 177, 178&n, – 184, 187, 188&n, 189, 194n, 199, 201, 207, 234, 294, 416, 417
Black, J.［布拉克, J.］, 82q&80n
Bohm, D.［博姆, D.］, 447&n – 449q&n, 453
Böhm-Bawerk, E.［庞巴维克, E.］, 100n
Bohr, N.［玻尔, N.］, 69, 217, 220, 221, 229, 232q, 233q&n, 242, 250, 444, 445q&n, 446q&n, 447, 453, 454, 456
Boltzmann, L.［玻尔茨曼, L.］, 198n
Bolyai, J.［波尔约, J.］, 144
Bolzano, B.［博尔扎诺, B.］, 119, 123n, 124n, 185, 188, 213
Boole, G.［布尔, G.］, 88n, 328, 329, 334, 341, 343 – 345, 349, 354, 356
Borel, E.［波莱尔, E.］, 183n, 331, 332, 344, 346, 348
Born, M.［波恩, M.］, 108n, 111n,

169n, 199q&n, 216, 222q&n, 227n, 228, 234
Boscovic, R. G.[博什科维奇. R. G.], 19
Bose, S. N.[玻色, S. N.], 208
Bothe, W.[博特, W.], 243&n, 246
Braithwaite, R. B.[布雷斯韦特, R. B.], 439n
Brown, R.[布朗, R.], 175n, 460
Bunge, M.[邦格, M.], 310, 456

CARNAP, R.[卡尔纳普, R.], 30n, 36n, 37n, 40n, 53n, 67q&nq, 72n, 81q&n, 82q, 95q&n, 96q&n, 98q&n, 103n, 104nq, 105q&n, 120&nq, 128n, 251n, 252n, 272nq, 275n, 314n, 320n, 321n, 370&n, 378, 390n, 392, 393q&n, 395nq, 397n, 406n, 424, 426n, 440n
Carnot, S.[卡诺, S.], 443, 444
Church, A.[丘奇, A.], 361, 362
Compton, A. H.[康普顿, A. H.], 243&n, 246
Comte, A.[孔德, A.], 36n
Copeland, A. H.[科普兰, A. H.], 361, 362
Cornelius, H.[科尔内留斯, H.], 79n
Czuber, E.[楚伯, E.], 88n

DAVISSON, C. J.[戴维森, C. J.], 108
DeBroglie, L.[德布罗伊, L], 108, 222, 448
DeMoivre, A.[德莫弗, A.], 148n
Descartes, R.[笛卡尔, R.], 19, 30n, 430, 431
Dingle, H.[丁格尔, H.], 78n
Dingler, H.[丁格勒, H.], 37n, 52n, 78n, 80q
Dirac, P. A. M.[狄拉克, P. A. M.], 199n, 208n, 216n, 223q&nq, 298
Doppler, C.[多普勒], 446
Dörge, F.[德尔格, F.], 149, 170
Dubislav, W.[杜比斯拉夫, W.], 41n, 314n
Duhem, P.[迪昂, P.], 19, 22, 30n, 78n, 124n

EDDINGTON, A. S.[爱丁顿, A. S.], 78n, 203q&n
Ehrenfest, P. &T.[埃伦费斯特, P. &T.], 198n
Einstein, A.[爱因斯坦, A.], 19, 22, 32q&n, 36q, 38n, 50, 76n, 128n, 198n, 208&n, 217, 221, 222, 235&n, 236n, 242n, 244n, 245n, 247n, 268&n, 299n, 302n, 310, 314&nq, 374n, 401n, 443, 444&n, 445&n – 448&n, 449, 450, 453, 456, 457q – 460q
Elton, L. R. B.[埃尔顿, L. R. B.], 292n, 361
Euclid.[欧几里得], 21, 72, 134, 144

FARADAY, M.[法拉第, M.], 19
Feigl, H.[费格尔, H.], 54,

138q&n, 139, 141, 170nq, 188nq
Fermat, P.[费尔马, P.], 100
Fermi, E.[费密, E.], 208
Fisher, R. A.[菲舍尔, P. A.], 330, 388, 398n, 414&n
Fitzgerald, G. F.[菲茨杰拉德, G. F.], 83, 217
Fourier, J. B.[傅里叶, J. B.], 75
Frank, Ph.[弗兰克, Ph.], 41n, 94, 100q&n, 127q&n, 279q&n
Freed, J. &L.[弗雷德, J. &L.], 6
Frege, G.[弗莱格, G.], 394
Fries, J. F.[弗里斯, J. F.], 93&n, 97, 104, 105&nq

GALILEO [伽利略], 374n, 442q&nq, 443q
Geiger, H.[盖格, H.], 226, 241, 243&n – 246, 299
Germer, L. H.[革末, L. H.], 108
Gilbert, W.[吉尔伯特, W.], 19
Gillies, D. A.[吉利斯, D. A.], 191n, 419
Goldbach, C.[哥德巴赫, C.], 428, 429
Gomperz, H.[H. 贡珀茨], 52nq, 61
Good, I. J.[古德, I. J.], 403n, 404, 406&n, 408, 410n
Grelling, K.[格雷林, K.], 316n
Grünbaum, A.[格林鲍姆, A.], 83n

HAAS, A.[哈斯, A.], 243n
Hahn, H.[哈恩, H.], 84n, 94n, 98q&n
Haldane, J. B. S.[霍尔丹, J. B. S.], 198n
Hamblin, C. L.[汉布林, C. L.], 402&n, 403&n, 404, 406n, 410n
Hausdorff, F.[豪斯多夫, F.], 157&n
Heisenberg, W.[海森堡, W.], 62n, 215 – 217&n, 218, 219&n, 220q&n, 221q&n – 224&n, 227 – 235&n, 236q – 238, 241q, 242, 244n, 246, 248 – 250, 296, 298, 299&n, 301, 443, 445&n, 448, 450 – 454, 458
Hegel, G. W. F.[黑格尔, G. W. F.], 394
Hempel, C. G.[亨佩耳, G. G.], 374n
Hertz, H.[赫兹, H.], 108n
Heymans, G.[海曼斯, G.], 264q – 265q&n
Hilbert, D.[希尔伯特, D.], 71, 327
Hobbes, Th.[霍布斯, Th.], 19
Hossiasson, J.[霍西亚松, J.], 263n, 392
Hume, D.[休谟, D.], 17 – 19, 22, 29&n, 34, 35q&n, 37, 42, 55n, 265n, 312, 369q&n, 420, 422n, 438
Huntington, E. V.[亨廷顿, E. V.], 322n, 338, 356&n

JEANS, J. H.[琼斯, J. H.], 108, 224nq, 233q&n, 234q, 235q&n, 261q&n
Jeffreys, H.[杰弗里斯, H.], 140n, 141n, 142n, 267n, 272n, 330,

357n, 370q&n, 371&n, 372, 375nq, 382, 383&nq, 384q&nq, 385, 387, 392
Jordan, P.[约尔旦, P.], 169n, 199q&n, 208n, 222q&n, 227n, 298, 454q&n, 455q&n, 456

KAILA, E.[凯拉, E.], 273&n, 363, 387, 392
Kamke, E.[卡姆克, E.], 149n, 154, 171&n, 172, 189n
Kant, I.[I.康德], 13q, 17, 19, 22, 29, 31, 34, 44q, 45q&nq, 55n, 79, 105, 111n, 313, 368n, 453
Kaufmann, F.[考夫曼, F.], 63n
Kemeny, J.[开米尼, J.], 131n, 376n, 392q&nq, 393q, 394, 402&n, 405, 410n
Kepler, J.[开普勒, J.], 131, 134, 374&n
Keynes, J. M.[J. M.凯恩斯], 29n, 88n, 119nq, 124n, 149&n, 158n, 168n, 180nq, 181q&nq, 211, 251n, 254n, 255n, 256n, 265n, 271q&n - 272q&n, 273, 320n, 363, 369n, 387, 392, 404, 406&n, 410
Kirchhof, G. R.[基尔霍夫, G. R.], 136
Klein, F.[克莱因, F.], 134n
Klein, O.[克莱恩, O.], 298
Kneale, W. C.[涅尔, W. C.], 131n, 140nq - 141nq, 375nq, 426q&n, 427q&n, 428q - 431&n, 432, 434&nq, 436, 438, 441
Kolmogorov, A.[科尔莫戈罗夫, A.], 318, 319, 327q&n, 329, 346 - 348
Körner. S.[克尔纳, S.], 310n
Kraft, J.[J.克拉夫特], 94n
Kraft, V.[V.克拉夫特], 30n, 52n
Kramers, H. A.[克喇末, H. A.], 250
Kries, J.[克里斯, J.], 124n, 213
Külpe, O.[屈尔珀, O.], 29n, 123n

LANDÉ, A.[朗代, A.], 207n
Laplace, P. S.[拉普拉斯, P. S.], 148&n, 367&n, 385n, 394, 412n, 413n, 416, 417
Laue, M.[劳厄, M.], 235nq
Leibniz, G. W.[莱布尼茨, G. W.], 19, 427nq, 429
Leverrier, U. J. J.[勒威耶, U. J. J.], 108n
Levy, H.[莱维, H.], 320n
Lewin, K.[莱温, K.], 275
Lewis, C. I.[刘易斯, C. I.], 406n
Lewis, H. D.[刘易斯, H. D.], 309n, 423n, 431n
Liebig, J.[李比希, J.], 30n, 32n
Lobatschewski, N. I.[罗巴切夫斯基, N. I.], 144
Locke, J.[洛克, J.], 17 - 19
Lorentz, A. H.[洛伦兹, A. H.], 83, 217
Lummer, O.[卢梅尔, O.], 108

MACE, C. A.[梅斯, C. A.], 309n, 319n, 326n, 331n, 405n, 422n
Mach, E.[马赫, E.], 32n, 36n, 59n, 75q&n, 87n, 108q&n, 136, (142q), 423n
March, A.[马尔希, A.], 208nq, 219q&n, 220&n, 222q&n, 227, 232q&n
Maxwell, J. C.[麦克斯韦, J. C.], 22, 216n
Mazurkiewicz, S.[马祖尔凯维奇, S.], 320n
Menger, K.[门格尔, K.], 54n, 55n, 130n
Meyerson, E.[梅耶森, E.], 22
Michelson, A. A.[迈克耳逊, A. A.], 46, 82, 108, 217
Mie, G.[米耶, G.], 298
Mill, J. S.[穆勒, J. S.], 19, 22, 36, 419
Miller, D. C.[米勒, D. C.], 46n
Millikan, R. A.[密立根, R. A.], 267
Mises, R.[米泽斯, R.], 146, 148n, 149n, 151&n – 154&n, 157n, 165&n, 170&n – 172, 174, 189n, 208q&n, 256n, 316, 360 – 362
Morley, E. W.[莫雷, E. W.], 46, 83, 108, 217

NATKIN, M.[纳特金, M.], 138
Nerlich, G. C.[内里希, G. C.], 441
Nernst, W.[能斯脱, W.], 92
Neumann, J.[纽曼, J.], 227n
Neurath, O.[纽拉特, O.], 95&n, 96&nq, 97q, 262n
Newton, I.[牛顿, I.], 19, 22, 50, 81, 101n, 165&n, 268&n, 374&n, 401n, 423, 428, 431, 447
Neyman, J.[内曼, J.], 148n
Nicholls, D. G.[尼克尔斯, D. G.], 23
Novalis[诺瓦利斯], 6q

OGDEN, C. K.[奥格登, C. K.], 128n
Oppenheim, P.[奥本海姆, P], 410n

PASTEUR, L.[巴斯德, L.], 65n
Parton, H. N.[帕顿, H. N.], 251
Pauli, W.[泡里, W.], 83, 126, 298, 448 – 450
Peano, G.[佩亚诺, G.], 67n
Peirce, C. S.[皮尔斯, C. S.], 22, 148n, 406&n, 408
Planck, M.[M. 普朗克], 32n, 38n, 127, 198n, 219, 249
Plato[柏拉图], 19
Podolsky, B.[波多尔斯基, B.], 221n, 236n, 244n, 444, 445&n – 448, 450, 457, 458
Poincaré, H.[庞加莱, H.], 19, 22, 78n, 82, 136, 145, 415&n
Poisson, S. D.[普瓦松, S. D.], 178n, 184
Post, E. L.[波斯特, E. L.], 256n
Pringsheim, E.[普林斯海姆, E.], 108

RABINOWITSCH, F.[拉比诺维奇, F.], 148n
Rayleigh, J. W. Strutt.[瑞利, J. W. 斯特拉特], 108
Reichenbach, H.[赖兴巴赫, H.], 28q&n, 29q&n, 30q&n, 138n, 149n, 154, 162n, 170n, 171n, 175nq, 232n, 254n, 255q&n, 256n, 257q&n, 260nq, 261&n, 262q&n, 287, 315, 316&n, 363, 387, 392
Reininger, R.[赖宁格, R.], 95q&n, 96&n, 111nq
Rényi, A.[雷尼, A.], 346n
Richard, J.[理查德, J.], 17
Rosen, N.[罗森, N.], 221n, 236n, 244n, 444, 445&n - 448, 450, 457, 458
Roth, L.[罗思, L.], 320n
Russell, B.[罗素, B.], 17, 19, 22, 55n, 67n, 68n, 91n, 128n, 261n, 322n, 394
Rutherford, E.[卢瑟福, E.], 128n

SCHIFF, K.[希夫, K.], 162n, 305n
Schilpp, P. A.[希尔普, P. A.], 37n, 91n, 370n, 440n, 446n, 447n, 456n
Schlick, M.[石里克, M.], 13q, 37q&nq, 40q&n, 59n, 61n, 62nq, 137q&n, 138q&n, 139, 141q&n, 145q&n, 154n, 196n, 207n, 220q&n, 221q, 232q&n, 248q&nq, 311, 312&nq
Schopenhauer, A.[叔本华, A.], 141n
Scholl, D.[绍尔, D.], 198n
Schrödinger, E.[薛定谔, E.], 221n - 223, 233n, 234, 263&n, 264, 298, 301, 444, 458, 459
Simon, A. W.[西蒙, A. W.], 243&n, 246
Slater, J. C.[斯拉特, J. C.], 250
Smoluchowski, M.[斯莫鲁丘斯基, M.], 175n, 179
Spann, O.[施潘, O.], 389q&n
Spinoza, B.[斯宾诺莎, B.], 277
Sraffa, P.[斯拉法, P.], 265n, 369n
Stebbing, S.[斯拉宾, S.], 439n
Stumpf, C.[斯顿夫, C.], 88n, 151n
Suchting, W. A.[聚希廷, W. A.], 441

TARSKI, A.[塔尔斯基, A.], 76n, 114n, 274nq, 320n, 326n, 432&n
Thales[泰勒斯], 19
Thirring, H.[蒂林, H.], 216q&n
Tornier, E.[托尼尔, E.], 149n
Tschuprow, A. A.[乔普罗, A. A.], 169n

VENN, J.[维恩, J.], 149n

WAISMANN, F.[F. 魏斯曼], 40q&n, 124n, 148nq, 151nq, 154n, 213&n
Wald, A.[瓦尔德, A.], 171n,

173n, 177n, 361, 362
Watkins, J. W. N. [沃特金斯, J. W. N.], 193n
Weierstrass, K. [维尔施特拉斯, K.], 185, 188
Weizsäcker, C. F. von. [魏茨泽克, C. F. 冯], 236, 302
Weyl, H. [韦尔, H.], 107q&n, 111nq, 134n, 136q&n, 140q&n – 141n, 142, 199n, 220&n, 224n, 225n, 227&nq, 228&n, 229n, 234n, 267n, 280q&n
Whewell, W. [休厄耳, W.], 22, 419
Whitehead, A. N. [怀特海, A. N.], 22, 55n, 67n, 68n, 106&n, 149n, 256n, 316n, 322n
Wien, W. [维恩, W.], 108
Wiener, P. P. [维纳, P. P.], 91n
Wigner, E. [维格纳, E.], 298
Wisdom, J. O. [威兹德姆, J. O.], 265n
Wittgenstein, L. [维特根斯坦, L.], (17,)35nq, 36&n, 37n, 51q&nq, 53n, 59n, 128nq, 138q&nq, 148n, 149nq, 311 – 313, 395n, 437nq, 438q
Woodger, J. H. [伍杰, J. H.], 87nq
Wright, G. H. [赖特, G. H.], 330
Wrinch, D. [林奇, D.], 139n, 141n, 142n, 267n, 372, 382 – 385

主题索引

斜体页码表示此处文句特别重要。
页码附“*t*”表示该页有相关讨论的术语;“*n*”表示“注释”。

ABSOLUTE, the[绝对], 111n. 参见 Uniqueness

Abstract, abstractness [抽象], 423, 425. 参见 Generalization

Acceptability[接受], 53 – 54, 106 – 108, 123, 142, 145, 267 – 268, 388, 394 – 395, 414 – 415, 418 – 419. 参见 Appraisal; Belief; Corroboration; Decisions, concerning acceptance of a theory

Accidental discovery[偶然发现], 54

Addition theorem[加法定理], 228, 287 – 288

Adequacy[恰当], (38 – 39,)55, 418. 参见 Appraisal

Ad hoc hypothesis[特设假说], 见 Hypothesis

Aesthetics[美学], 109, 137, 145, 429, 430

After – effect[后效], 163n, 175n, 179, 367; freedom from[自由来自], 162nt, 165 – 166, 207; in finite sequences[有穷序列中的], 第 55 节, 160 – 162t, 184, 291, 292&n, 293&n; in infinite sequences[无穷序列中的], 第 57 节, 165 – 166, 171, 186n; absolute[绝对], 171t, 173, 175, 176t, 177, 180, 182, 183, 185, 186, 292, 293n, 294; invariant to certain transformations[某些不同的变换], 172. 参见 Randomness; Selections, insensitivity to; Sequences, random

Agreement, concerning the outcome of a test[关于检验结果的一致意见], 104, 107. 参见 Decisions, concerning the outcome of tests

Aim of Science[科学的目标], 见 Science; Decisions; Fruitfulness

All-and-some statements[所有和有些陈述], 193&nt

All-or-nothing principle[全有或全无原则], 366t

Almost certain[几乎确定无疑], *181*;

almost follows[几乎是], 357, 412
Alternative[二择一], 152t, 159t, 160, 164, 185, 187, 192; random[随机的], 163&n, 361; 参见 Sequence
Analytic statements[分析陈述], 见 Tautologies
Appraisal, of a theory's adequacy[评价理论的适合], 263t&n - 264, 265 - 266, 268, 269, 275, 276
Approximation[近似], 163n, 184, 191, 199, *252 - 253*, 268, 276, 277, 364, 374. 参见 Modification
Apriorism[先验论], 29, 30, 45n, 208, 254, 264, 312, 315, 316, 368n, 370, 371. 参见 Transcendental argument
Argument[论证, 主目], 见 Discussion; Criticism
Association theorem[联系法则], 327, 328&n, 329, 351, 352
Asymmetry between verification (or confirmation) and falsification[可证实性(或确定性)与可证伪性之间的不对称], 41 - 42, 70&n, 262, 265, 268, 313, 314, 424n.
Atomic statements[原子陈述], 35, 36, 128t&nt, 313, 378 - 379; relatively[相对的], 128t, 130, 285&n - 286, 379, 380, 381, 405. 参见 Field of application
Atomism(metaphysical)[原子论(形而上学的)], 19, *38*, *278*, 443
Authority of experience, non-existence of[不存在经验权威], 51 - 52&n, 106 - 108. 参见 Basic statements, uncertainty of
Auxiliary hypothesis[辅助假说], 见 Hypothesis
Axiomatics[公理], 320, 326 - 362
Axioms, Axiomatization, Axiomatized systems[公理, 公理系统], 71 - 75, 79, 92, 171, 327; organic[有机的], 334n; independence of[的独立], 见 Independence, logical; interpretation of[的诠释], 第17节, 72 - 75, 83 - 84, 327. 参见 Formalization; Probability, formal theory of
BASIC STATEMENTS OR TBST STATEMENTS[基本陈述或检验陈述], 35nt, 43, 46 - 48, 70n, 78, 84, 85, 90 - 93, 第28节和第29节, 100 - 103t, 105, 106, 111, 261, 262, 264, 266 - 268, 272, 273, 275, 314; 参见 Potential falsifier; degree of composition of[的合成度], 114 - 115&nt, 127, 128&n, 129, 140n - 141n, 285; falsifiability of[的可证伪性], 84, *102 - 103*, 110 - 111, 424n; formal and material requirements for[形式和实质要求], 101 - 103; homotypic[同型], 90t, 112, 119; permitted[允许的], 86&n, 113, 124, 129, 267n, 374n; prohibited[禁止

的], 41, 86, 89, *90*, 91, 114, 124, 258; in probability [概率中的], 见 decidability; their negation are instantial statements [它们的否定是示例陈述], 86n, 91, 101n, 102, 141n, 252, 258&n, 266, 267n; relativity of [的关系], 第 29 节, *104 – 105*, 111&n, 128&n; rule for accepting [接受的规则], 86, *87n*, *104 – 105*, *106*, 108, 109, 110; uncertainty of [的不确定性], *110 – 111*, 423 – 424&n

Bayes's theorem [贝斯定理], 178n, 263n, 289

Belief [信念], 见 Conviction; 'rational' degree of ["理性"程度], 148 – 149t, 181&n, 211, *407t*, 408, 414 – 415

Bernoulli's problem [伯努利问题], 165nt, 第 60 节, 174t, 177, 178; quasi [拟], 165nt, 174nt, 178 – 179, 188n

Bernoulli's theorem or the law of great numbers [伯努利定理或大数定律], 155, 171, 第 61 节, *178&n – 180*, 183, 184, 188, 194n, 199, 201, 207, 294; interpretations of [的诠释], 179, 第 62 节, 181 – 182, 189; as a bridge [作为一个桥梁], 150&n, 181&n, 182n, 234, *416 – 417*

Bias [偏见], 110. 参见 Prejudice

Binomial formula [二项式], 165t&nt, 190, 411; first form of (for finite overlapping segments of an at least n – 1 free finite sequence) [的初始形成(至少 $n-1$ 自由度无穷序列的无穷交迭节段)], 165t, 174, 175, 附录 iii, 290 – 291; second form of (for finite overlapping segments of an at least n – 1 free infinite sequence) [的第二种形式(至少 $n-1$ 自由度无穷序列的无穷交迭节段)], 174t – 176, 179; third form of (for finite adjoining segments of an infinite random sequence) [的第三种形式(无穷随机序列的无穷邻近节选)], 174t – 177, 179, 294

Blocks or iterations [块或反复], 161t, 294

Boldness of science [科学的大胆性], 38, 281; 参见 Content

Boolean algebra [布尔代数], 328, 329, 334, 341, 343, 349, 354, 355; derivation of [的推导], 355 – 358

Brownian movement [布朗运动], 175n, 400. 参见 Flctuations; Laws, micro-and macro-; Thermodynamics

CAUSALITY, causal explanation [因果, 因果解释], 45, 59n, 第 12 节, *59t – 61*, 85, 104, 106, 136, 138, 161, 205 – 206, 207 – 208, 212, 247 – 248, 253n, 277n, *372*,

425, 426&n, 438 – 439
Causality or Causation, principle of [因果性或原因，的原则], 29, 5b, 60t, 61&n, 85, *90n*, *123*, 207 – 208, 248&n, 249, 253, 439n
Certainty[确定性], 37, 38, 46, 50, 72, 80, 94, 104, 165n, 148, 149n, 181&n, 272, 273, 278, *280 – 281*, 312, 314n, 316, 368n, 394, 398; quest for[寻求], 278 – 281, 315 – 317, 394. 参见 Conviction; Demarcation; Hypothesis; Verification
Chance[机遇], 第 69 节, 205 – 207; fundamental problem of[的基本问题], 第 49 节, 150 – 151, 188 – 189; theory of[论], 见 Probability; Randomness; Sequence; versus law [对定律], 141, 146, 205 – 207&n. 参见 Lawlike behaviour; Regularity
Characteristic distance [特征性间距], 176&n, 177
Classes of statements [陈述的类], 65, 66, 67, 73, 86, 89, 90, 91, 95, 112 – 114&n, 119, 124, 128, 192; comparison of[的比较], 第 32 节, 113 – 118; complement [补类], 115t, 116, 124. 参见 Reference class; Sequences, of statements
Collective, Misessian[米泽斯集合], 见 Reference sequence; Sequences, chancelike
Common sense[常识], 18 – 19, 21, 22
Commutation theorem [交换定理], 328, 335, 351
Complementarity, Bohr's principle of [玻尔的互补原则], 296n, 298, 454 – 456. 参见 Duality
Composition, degree of [合成度], 114 – 115&nt, 127 – 129, 140 – 141n, 262, 285; absolute, nonexistent[绝对，不存在], 128&n
Concepts[概念], 见 Names; Universals; dispositional[意向], 见 Dispositionals; empirical definition of, impossible [的经验定义，不可能], 74, 83 – 84&n; 参见 Constitute; inductive view of[的归纳角度], 34, 35&n; primitive or undefined[原始的或未定义的], 73, 75, 83; logical[逻辑的], 275
Conditional[条件], 见 Implication
Confirmation, in the sense of weak verification, or of rendering firm by experience[确证，在弱的证实意义上，或通过经验确定的], 见 Verification
Confirmation, in the sense of corroboration or of having stood up to severe tests[确证，在可验证性或坚持严格检验的意义上], 见 Corroboration; 关于 terminological confusion [称谓混乱], 见 251n, 392, 397n, 398, 418
Consistency [一致性], 32, 53,

55&n, 71, 第 24 节, 91 – 92, 97, 116, 372; of probability axioms[概率公理的], 见 Probability, formal calculus of, 参见 Contradiction
Constitute, Constitution [组成], 84nt, 95t&n, 424. 参见 Reduction
Content, empirical or informative[内容, 经验的或信息的], *41*, 70n, 113t, 110, *119*, *120*, 124, 130, *313 – 314*, 373 – 374, 395&n, 399; measure of[的测度], 119 – 121, 124, *374 – 377*, 附录 * Ⅷ, 379 – 385, 400, 402 – 403, 411&n – 413&n; 参见 Composition; increases with degree of falsifiability or testability and with improbability[随着可证伪度或可检验度, 以及随着不可几性的增加], 118n, 第 35 节, 120 – 121, 127, 128n, 130, 141n, 142, 192, 270n, 272&n, *273*, 363, 395&n, 399; of probability statements[概率陈述的], 190 – 191; 参见 Prohibitions
Content, logical[逻辑内容], 120t, 121, 128n, 190n, 395n
Continuity, Kolmogorov's axiom of[科尔莫戈罗夫公理的持续性], 330, 346t, 347
Contradiction[矛盾], 33, 55&n, 71, 86&n, 89, *91&n*, *92*, 97, 101, 116 – 118, *121*, 127, 149, 170, 188&n, 190, 192, 266, 297, *314*, 357n, 374&n – 375&n, 394, 428, 429
Conventions[惯例, 约定], 见 Decisions
Conventionalism[惯例主义, 约定论], 72 – 73, 第 19 节, 78t – 81, 136, *312*, 314; excluded by a decision[被一项决定排除], *54*, 82, 83, *84*, 97, 145; and simplicity[与简单性], 第 46 节, 144 – 145. 参见 Methods, conventionalist view of
Conventionalist stratagem[惯例主义策略], 82 – 84. 参见 Decisions, concerning conventionalist stratagem and concerning the outcome of tests
Conviction, feelings of, irrelevant to scientific discussion[确信, 的情感, 与科学讨论有关的], 44, 46 – 47, 98, 99, 105&n, 110, 181, 255, 258. 参见 Belief, 'rational' degree of
Coordinates, spacio – temporal, Coordinate systems[坐标, 时空, 坐标系], 63, 64&n, 66, 67n, 70, 87n, 89, 90, 101n; 102, 128n, 133 – 134, 138, 285, 360, 402n
Corroborability[可验证性], 第 83 节, 269 – 272; degree of[度], 270n, 271&n, 272n, 276, 399. 参见 Testability, degree of
Corroboration[可验证], 33t&n, 53&n, 61, 77, 86, 87, (99,) 100, 104, *108*, 135, 206, 第 10 章, 251nt, 253, 255, 261, 262,

第 82 节，265 – 269，276，277，368&n，374，383，385，387，402n，418；and truth［与真］，第 84 节，274&n – 276，415，417；of probability statements［概率陈述的］，146，151，167n，184，191&n，200，202n，206，207，211，247，248，268n，第 83 节，269 – 273，410 – 417；ungraded［不分级别的］，388t – 389t，391，393，396 – 399；degree of［度］，251nt，266&n – 269，368，附录 * ix，395t – 396，*400t&nt* – 402&n，403 – 405，406，409nt，410&n，412&n，415；increases with degree of falsifiability or testability，and thus with content or improbability，and is therefore not probability［随着可证伪度或可检验度而增加，随着内容或不可几性，并非概率］，140，251n，255，256n，267&n，– 270&n，271&n，272&n，273，309 – 310，318，330，363，383，385&n，387，390 – 399，417，418；relativized［相对化］，401，402n，405&n；as degree of rational belief［作为理性信念的程度］，415

Cosmology，its problems are those of philosophy of science［宇宙论，其问题属于科学哲学的问题］，15，19

Critical attitude，Criticism［批评态度，批判］，*16*，*44n*，*50*，51，52&n，55n，98n，99，206n，216 – 217，279，281，394，419，443 – 444，453. 参见 Discussion；Rationalism

Crucial experiment［关键实验］，参见 Experiment

Curves，dimensions of［曲线的维］，第 39 和 40 节，130 – 134，138 – 139，142n，143，380 – 381

DECIDABILITY or testability of probability statements［概率陈述的判定性或可检验性］，141，146，151，167n，第 65 节，190 – 193，199 – 202n，204，261&n – 262，410 – 416

Decisions or proposals for the adoption of rules of methods［接受方法的规则的决定或建议］，*38*，49 – 50，55 – 56，*108 – 110*，*207*，248，278；are indispensable with［是不可缺少的］，第 9 节，，49 – 50，418；conventional character of［的惯例特征］，37，38，第 11 节，53 – 55；concerning the acceptance of a theory［关于一个理论的接受］，22，48，*53 – 54*，97，*108 – 109*，112，418 – 419；参见 Acceptability；concerning the acceptance of basic statements［关于基本陈述的接受］，86，*87n*，*104 – 105*，106，108，110；concerning the aim of sci-

ence[关于科学的目标], 37 – 38, 49, 第 9 节, 49 – 50, 52, 53, 55, 63 – 64, 80, 106 – 107, 253; concerning causal explanations[关于因果解释], 61&n, 62, 207 – 208, 248, 249, 253n, concerning corroboration[关于可验证], 268, 418 – 419; concerning the demarcation of science[关于科学的划界], 38, 49 – 50, 55, 314; concerning the exclusion of *ad hoc* hypotheses (the principle of parsimony of hypotheses)[关于排除特设性假说(假说的节约原理)], *145*, *272&n – 273*; concerning the exclusion of surreptitious changes[关于排除惯用法的改变], *84*; concerning the exclusion of conventionalist stratagems[关于排除惯例主义策略], 54, (63), 82, 83, 97; concerning the exclusion of metaphysics[关于排除形而上学], 53n; 参见 Metaphysics, positivists' hatred of; concerning the outcome of tests[关于检验结果], 33, 54, *77*, 87n, *104*, *105*, 110, 268; concerning the preferability of precision[关于精确的可取性], *123 – 126*; concerning the preferability of simplicity[关于简单性的可取性], 136, 141n, 142, 145; concerning preferability of testability[关于检验性的可取性], 54, 76 – 77, 83 – 84, *99*, *108*, *123*, 124 – 126, 145, 249, 268, 276, 419; concerning the preferability of universality[关于普遍性的可取性], 77, *123*, 268, 273, 276; concerning primitive terms[关于原始术语], 75, 83; concerning probability explanations[关于概率解释], 54, 191&n, *199&n*, 200, 202&n, 204, 262; to test our hypotheses severely[严格检验我们的假说], 53, 77, *249*, *279 – 281*, 314, *402*, 413n, *418*, *419*; to try to clarify and strengthen a position before criticizing it[在批评对手之前尽可能弄清和加强他的观点], 260n

Deduction, Deducibility[演绎], 32t, 第 12 节, 59 – 61, 62&n, 71 – 72, 76n, 80, 83, 84 – 85, 88, 91&n, 97, 98, *101&n*, 104, *120 – 123&n*, 124, 149, 161, 169, 171, 182 – 183, 192&n, 212, *274&n*, 275, 276, 277&n, 376, 435&n; generalized[推论的], 见 Probability, logical

Deductivism[归纳主义], 见 Method, deductivist view of

Definition[定义], 19, 55, 74 – 75, *83*, 134, 435, essential[基本], 431, implicit[隐], 72 – 74, 79, 81; intentional and extensional[内延的和外延的], 167, 189, 190; operational[操作主义的], 440&n; os-

tensive[直指], 65, *74*, 81, 133 – 134, 144; recursive[回归], 162n
Demarcation between science and pseudo-science, as well as between science and metaphysics[科学与伪科学之间的划界, 以及科学与形而上学之间的划界], 第 4 节, *34*, 35, *37*, 38, 39, 55&n, 86, 97, *313*; meaning as, inadequate[作为意义, 不适用], 35 – 37, 39 – 41, 313; 参见 Meaning, positivist dogma of; certainty as, inadequate[作为肯定性, 不适用], 37, 38, 40, 41, 63, 70, 80 – 81, 97, 278, 280, 312; 参见 Certainty; Verification; falsifiability as[作为可证伪性], 第 6 节, 40 – 43, 49, 54, *69*, 190 – 191, 198, 205, 266n, 267n, 278, *313* – 314, 425; 参见 Asymmetry; Empirical character; Falsifiability; Testability
Demarcation versus meaning[划界对意义], *35*, *40n*, 50n, 51n, (52, 61), 85n, (*120 – 121*), 196&n, (249), 311
Demonstrability[可论证性], 358t, 435n. 参见 Tautology
Depth[深度], 425, 426n, 431, 439
Description, Russell's theory of[罗素的描述理论], 67n, 68n
Determinism, metaphysical[形而上学的决定论], 61, 206&n, 207 – 208&n, 216, 247, 249, 250, 415, 460
Deviation, statistical[统计的离差], 190, 193, 205. 参见 Fluctuation
Dialectical method of resolving contradictions[解决矛盾的辩证方法], 55n. 参见 Methods, historical
Dimension[维, 维数], 114; 第 38 节, 130 – 133, 141, 142, 附录 i, 285 – 286, 附录 viii, 380 – 383; 参见 Field of application; reduction of, material and formal[的减少, 内容和形式的], 133t – 134, 142, 143, 379, 384 – 385; of probability statements[概率陈述的], 141, 190; 参见 Decidability
Discovery[发现], 31, 38, 45, 50, 104, *107 – 108*, 252; accidental, rare[偶然的, 少见的], 108. 参见 Falsification
Discussion, critical[批评的讨论], *16 – 17*, 37&n, 38, 44n, *50*, 63, *80 – 81*, 104, 206n, 253, 394, 442 – 444
Disorder[无序], 见 Randomness
Dispositions, Dispositionals[意向], *95*, *99*, 424 – 425, 440, 441; degree of[度], 424, 425. 参见 Law-like behaviour
Disproof, no conclusive disproof can be produced[否证, 不可能产生最终的否证], 42, 50, 81 – 87
Distribution, of probabilities[概率的分布], 153t, 160, 161, 162,

163n, 164, 168, 169, 201, 207, *208*, 209, 359 – 362, 375n, *411*, *413n*. 参见 Equidistribution

Dogmatism[教条主义], 38, 50, *93* – *94*, 97, 105. 参见 Meaning, positivist dogma of, its dogmatic character

Duality of wave and particle presentations, [波与粒再现的双重性], 221 – 222, 233 – 234, 296n, 298, 454n – 456. 参见 Complementarity

Duhem – Quine thesis[迪昂 – 奎因论题], 见 Systems

ECONOMICS[经济学], 100

Effect, reproducible[效应, 可复制的], 45, 46n, *87&n*, *99*, 198n, 199, 203, 205, 258; occult[神秘], 45t, 46n, 83, 100&n, 203. 参见 Lawlike behaviour; Observability; Regularity

Elimination, method of[消除法], *131*, *140n*, 279n, *419*, (371n), 422

Empirical basis[经验性偏见], 第 7 节, 43 – 44, 46, 第 V 章, 93 – 97, 113; objectivity of[的客观性], 第 27 节, 98 – 100, *111*

Empirical character of a statement or of a system of statements[陈述或陈述系统的经验主义特征], 32, 34, 35 – 39, *40* – *42*, 49, 50, 51, 59, 69 – 70, *71*, *76*, 85t, 89 – 92, 97, *98* – *99*, 150, 198, 199, 212, 231, 232, 248n, 249&n, *312* – *314*. 参见 Demarcation; Falsifiability

Empiricism[经验主义], *42*, 71, 85&n, 98 – 99, *368*, 370, *383*

Energy, law of conservation of[能的保存法], 84, *127*

Entailment[传承], 见 Deducibility

Epistemology[认识论], 见 Knowledge, theory of

Equidistribution, Equiprobability[等分布, 等概率], *168*, 169&nt, 205, 208&n, 209, 292n, 323, 411, 413n

Equivalence, logical[逻辑上等价], 88t, 356

Errors in measurements[测量中的错误], 见 Measurement, technique of

Essence, Essentialism[本质, 本质论], 38, 279n, 430, 431

Estimate statistical[统计学上的估计], 见 Hypothesis, statistical

Event[事件], 第 23 节, 88t – 91, 101, 103, 112, 119, 207; homotypic or typical[同型的或典型的], 90, 112, 119, 207, 285; chance-like[似机遇的], 146, 197, 199, 203, 204, 207, 269; sequences of[的序列], 见 Sequences; and probability of a hypothesis[与假说的概率], 见 Probability logic, Reichenbach's view of

Evidence, paradox of and weight of[证据的悖论与权重], 406 – 408,

410, 415
Evolution of science[科学的进化], 80, 83, 268, 第 85 节, 276 - 279&n. 参见 Fruitfulness
Exactness[精确], 125, 126, 410 - 414; religion of[的宗教], 394
Existential statements[存在陈述], *69*, 70&n, 102, 192 - 193, 194n; purely[纯粹], *70t&n*, 90&n, 102, 194; singular, 102t
Expectation, mathematical[数学期望], 148. 参见 Hypothesis, statistical
Experience[经验], 28, 34, 第 5 节, 39, 40, 46, 47, 52&n, 80 - 81, 90, *94*, 95, 98, 99, 105&n, 106 - 107, *113*, *131*, 138, 279, 312, 369, 370n, 422 - 424; 参见 Experiment; Theory, and experiment; basis of[的基础], 93 - 94, 98 - 99, 103, *104 - 105*, 110; so-called perceptual or immediate[所谓知觉的或直接的], 43, 46 - 47, 93 - 97, *100*, 105, 109, 111&n, 279, 420, 422; and probability[与概率], 见 Probability and experience
Experiment, its use in theoretical discussion[实验, 在理论讨论中的用途], 33, 80, 81, 83, *99*, 第 30 节, *106 - 111*, 124, 207n, 258, *268*, *279 - 280*, *374n*; 参见 Theory, and experiment; crucial[关键的], 78n, 87n, 124, 246, 247, *277&n*, 301, 374n; repeatable[可重复的], 45, 46&n, 81, 87n; imaginary[想象的], 见 Imaginary experiment
Experimental conditions[实验条件], 205, 206, 211n, 229, 230, 409, 415
Explanation[说明, 解释], 见 Causal explanation
Explanatory power[解释力], 163n, 399, 400t, 403t, 414
Explication[阐明], 408. 参见 Adequacy

FACTS[事实], 59, 74&n, 75, 86 - *87&n*, 94, 96, 98, 111&n, *423*, 425
Fair sample[适当样本], 179t&n, 201n, 204, 205, 385n, 411, *413n*. 参见 Segments, representative
Falsifiability, as a scientific characteristic of a theory[可证伪性, 作为理论的科学特征], 第 6 节, 40 - 43, 50&n, 54, 69, *70n*, 72, 76, 77, 第 ⅳ 章, 78, 80, 81, 第 21 节, 84 - 86, 92, 100, 107n, 198, 252, 253, 278, 312, 313, 314, 437; never final or conclusive[从未有最后的或最终的], 42, 50, 81 - 87; 参见 Asymmetry; Testability; not as a criterion of meaning[不作为意义的标准]. 见 Demarcation versus meaning; degree of[度], 见 Testability, degree of; of probability

statements[概率陈述的], 见 Decidability; 参见 Disproof
Falsification, of a theory[证伪, 理论的], *33*, 42, 76&n, 77, 82, 83, 第 22 节, 87, 91, 92, 101, 104, 108, 130 – 131, 257&n, 266, 279, 314, 315, 316, 374n, 431; in probability[概率中的], 202&n, 203; evasion of[规避], *12*, 17, *20*, 36; 参见 Asymmetry; Conventionalist stratagem; Decisions, concerning conventionalist stratagem and concerning the outcome of tests; 参见 Disproof
Falsity[假], 92, 140n, 251, 258, 259, 262, *274 – 275*. 参见 Elimination, method of; Potential falsifiers
Field of application of a theory[理论的应用场], 128t – 130, 269, 285&n, 286, 379, 380, 381, 402n, 412n
Field of graphical representation of a theory[理论的图形表示场], 第 39 节, 130 – 132, 380. 参见 Curves
Field of probabilities, Borelian[概率的布尔场], 331, 332, 344, 346t, 348
Fine structure, of probabilities[概率的精细结构], 375t – 377, 380
Fluctuations, probabilistic[概率的波动], 153, 175, 179, 198, 200&n, 203 – 204, 205, 209. 参见 Deviations; Statistical stability
Formalization[形式化], 325, 326n, 329. 参见 Axioms
Frame conditions[框架条件], 205t, 206. 参见 Experimental conditions
Frequency[频率], 见 Relative frequency; Probability
Frequency limit[频率极限值], *165&n*, 167, 170, 182 – 185, 188, 195&n, 294, 361
Fruitfulness[成效], 16, *38*, 49 – 50, 52, 63, 80, 83, 107. 参见 Evolution of science; Science, the aim of

GAMBLING SYSTEMS, exclusion of[排除赌博系统], 170t, 171&n, 172 – 173, 176n, 177n, 360, 361. 参见 Randomness; Selection
Games of chance, classical theory of[博弈的经典理论, 机会对策的经典理论], 见 Probability, formal calculus of, classical
Generalization[概括, 推广], 66&n, 87n, 107, 138, 168 – 169, 271, 312, 422 – 423, 437. 参见 Induction; Names, universal; Universal statements; Universals, problem of
Generating period[生成周期], 162t, 163n, 165, 292, 293&n
Geometry[几何学], 72, 74, *132 – 134*, 第 45 节, *143 – 144*, 314n
Graphic representation[图形表示], 见 Curves; Field of graphic representation; Geometry

Gravitation, corroboration of Einstein's and Newton's theories of[验证爱因斯坦和牛顿的重力理论], 401n
HEISENBERG'S FORMULAE[海森堡的公式], 215, 219, 220, 221, 224&n, 227, 228, 236, 249, 301; orthodox interpretation of[的正统解释], 215, 216, *218 – 221*, 222, 223, 224&n, 229, 230, 236, 246, 296 – 298, 229n, 300, 445&n, 446, 448, 451, 452 – 453, 458;参见 Imaginary experiment; positivist character of[的实证论特征], 219, 220&n, 232, 248, *249*, 299n, 300, 451 – 453, 458;参见 Heisenberg's programme; Meaning, positivist dogma of, its dogmatic character; Positivism; involves auxiliary and *ad hoc* hypotheses[涉及辅助假说与特设性假说], 238 – 239&n, 446, 447; Schrödinger's tentative interpretation of[薛定谔的尝试性解释], 234; statistical interpretation of[的统计学解释], 215, 216, 224, *225 – 227*, 229 – 230, 234 – 235, *236*, 246, 452, 457&n;参见 Statistical scatter relations, propensity interpretation of, 225n, 227n, 233n
Heisenberg's programme[海森堡的纲领], 第 73 节, 217 – 221, 228, 230, 231, 248 – 249&n;453
Heuristics[启发], 131, 323 – 325, 443
History[历史], 279n; of science[科学的], 268, 314; of philosophy[哲学的], 316, 参见 Methods, historical
Hypothesis, Hypothetical character of scientific statements[假说, 科学陈述的假说特征], 27, 28, 30, *53 – 54*, 72, 74, 75, 77, 143, 224n, 232, 247, *252 – 255*, *265*, *272*, *278 – 281*, 317, 368n, 399, 415, *418 – 419*, 424, 433;参见 Certainty; Corroboration; Probability logic; Testability; Verification; *ad hoc*[特设], 42, 71, *80 – 82*, 145, 272n, 367; auxiliary[辅助], 42, *83*, 145, 273; falsifying, low level[低水平证伪], 75, 87t&n, 111; existential[存在], 193t – 195; statistical, statistical estimate of frequency, or statistical extrapolation[统计学的, 频率的统计学估计, 或统计学外推], 第 57 节, 165n, *167 – 169&n*, 179, 181n, 184, 186, *192* – 194, 204 – 207, *208*, 209, 210, 211, 247, 261, 295, 367, 385n, 409, 412, 415;参见 Distribution; Equidistribution; decidability of[的判定性]. 见 Decidability; universal-existential[普遍存在的], 193t&n

IDEALIZATION, its critical use[理想化的批判性用途], 444, 447
Idempotence[幂等性], 328, 350 – 351
Imaginary experiments[想象实验], 附录 * xi, *442*, *443*, *444*; author's[作者的], 216, 232, 第 77 节, 236 – 246, 301 – 302, 附录 vii, 303 – 305, 452; invalidity of[的不正确], 216n, 232n, 236n, 239n, 242n, 299n, 444n, 452, *457* – *458*; replaceable by that of Einstein, Podolski, and Rosen[通过爱因斯坦、波尔多斯基和罗森的想象实验来取代], 236n, 244n; Bohm's[玻姆的], 448 – 450; Bohr's[玻尔的], 242, 附录 v, 296 – 298, 445 – 446, 447, 454 – 456; Carnot's[卡诺的], 443, 444; Einstein's[爱因斯坦的], 443, 447; of Einstein and Pauli[爱因斯坦和泡利的], 448, 449 – 450; of Einstein, Podolski, and Rosen[爱因斯坦、波尔多斯基和罗森的], 221n, 244n – 245n, 444, 445, 446, 447 – 448, 450, 附录 * xii, *458* – *459*; Galileo's[伽利略的], 442&n – 443; Heisenberg's[海森堡的], 229 – 230, 242, 443, 450 – 451, 452, 454
Imagination[想象], 14; 参见 Intuition; Content; Boldness
Implication or conditional[蕴涵或条件], 62&n, 67&n, 68&n, 120n, 122, 123&n, 438; counterfactual, so-called[所谓事实上的], 434t&nt, 438, 440; material[实质], 76n, 91n, 439; modal or strict[模式或严格], 434, 439, 440; necessary, or subjunctive, or nomic[必然, 或虚拟, 或惯用], 434t&n, 435, 436, 439, 440, 441; 参见 Necessity
Independence, logical, of an axiom or of a part of a system[独立, 逻辑的, 公理的或部分系统的], 71t, 76&n, 107; of probability axioms[概率公理的], 见 Probability, formal; probabilistic[概率的], 157t, 158&n, 170, 173, 366, 367t, *368*, 369, 371, 375n, 396 – 397; 参见 irrelevance; logical and probabilistic, compared[比较逻辑的与或然的], 184, 405, 406
Indeterminism, metaphysical[形而上学的决定论], 206&n, 212&n, 216, 第 78 节, 247&n – 250
Indifference, principle of[无差别原理], 168n. 参见 Equidistribution.
Induction[归纳], 27, 33, 34, 35, *43*, 53, 87&n, 107, 138&n, 168 – 169, *279&n*, 286, 附录 * i, 312 – 317, *420*, 432, 437, 439; eliminative[消除], *279n*, *419*; problem of[的问题], 第 1 节, 28t, *42*, 63, 66, 68, 93, 94, 106,

107, 263&n – 266, *312*, 369 – 370, 371n, 422; solved [解决], 42, 313, 314, *418*; principle of [的原则], *28*, *29*, 52, 138n, 253 – 254, 264 – 265, 370; 参见 Aprioism; Infinite regress; Transcendental argument; falsification of [的证伪], 254&n; superfluity of [多余], 315.

Induction, mathematica [数学的归纳], 40n, 157n, 290 – 291

Inductive direction, deductive movement in, quasi-induction [归纳方向, 中的演绎运动, 准归纳], 41t, 77, 第 85 节, 276 – 278, 314. 参见 Universality, levels of

Inductive inference [归纳推理], 见 Method; inductivist view of; Probability logic.

Inference [推理], 见 Deduction; inductive and probable [归纳与概然], 见 Method, inductivist view of; Probability logic.

Infinite regress [无穷后退], 29, 30, 47, 87n, 94, 105, 254, 264, 315, 369

Information, amount of [信息的数量], 见 Content; Prohibitions

Information theory [信息论], 404

Initial conditions [初始条件], 59t, 60&n, 85, 86&n, 100 – *101&n*, 119, 127, 133, 161, 205, 206, 208, 209, 229, 230, 430, 433 – 436&n. 参见 Experimental conditions

Insensitivity [不敏感], 见 Selection

Instantiation [例证], 86n, *91*, *101n*, 141n, 252, 258&n, 267n, 272n, *374nt*

Instrumentalism [工具主义], 36n, 59&n, 61n, *100&n*, 373, *423t*, 425, 426. 参见 Operationalism; Pragmatism

Interference by measurement [通过测量干扰], 见 Heisenberg's formula, orthodox interpretation of; Imaginary experiment, Bohr's and Heisenberg's

Interpretation, of axioms [诠释, 公理的], 73 – 75; of Bernoulli's theorem [伯努利定理的], 见各处; of Heisenberg's formula [海森堡的公式的], 见各处; of observations in the light of theories [借助理论的观察], *59&n*, 75, 80, *106*, *107&n*, 131, 279, 280, *412 – 413*, 423; 参见 Theory, and experiment; of probability statements [概率陈述的], 见 Probability, formal, interpretations of; of quantum theory [量子理论的], 见各处; of science [科学的], 262, *278 – 281*

Intersensuality of scientific experience [感觉间的科学经验], 103

Intersubjectivity of scientific experience [主体间的科学经验], *44&n* – 45&n, 46 – 47, 56, 84, *87n*, 98, *102 – 103*, 104, *111n*

Intuition, creative [创造性直觉],

14, 31, 32, 76n
Invariance[无差异], 见 Transformations
Irrefutability[不可反驳性], 见 Disproof; Refutability; Systems
Irrelevance, probabilistic[概率的无关], 158t&n, 161&nt. 参见 Independence, probabilistic
Iterations[反复], 见 Blocks

JUDGEMENT, concerning facts[关于事实的判决], 99 – 100, 109 – 111
Justification[证明], 43, 44, 109 – 111, 315, 369, 420, *436 – 438*
Justification versus objectivity[证明对客观性], 92 – 100. 参见 Fruitfulness

KANTIANISM[康德学说], *79*, 105n
Knowledge, psychology of[心理学知识], 30, 31, *38*, *45 – 47*, 52, 99, 109 – 110, 420, 422&n
Knowledge, theory of[知识理论], 15, *18 – 23*, 27t, 31, 34, 35, 39, 49, 51, 53, 55&n, 82 – 83, 93, *98 – 100*, 103, 111n, 136, 137 – 138, 140, *262*, *268*, *278*, 313 – 317, *368&n*, 371, 394, 437, 438
Kolmogorov's programme[科尔莫戈罗夫方案], 327, 329, 347

LANGUAGES, Language systems[语言, 语言系统], *15 – 22*, 59&n, 94, 95, 104, 118&n, 128n, 274n, 371, 374n, 376n, *378 – 379*, 394, 412n, 423, 425, 426n. 参见 Modes of speech; Meaning; Usage
Lattice[网络], 118, 121
Lawlike behaviour[似定律行为], *95*, (103), 137 – 141n, 423, 424, 425. 参见 Basic statements, falsifiability of; Effect, reproducible; Observability; Regularity; Similarity
Laws, juridical[律, 审判上的], 41, 109
Laws, of art[艺术的法则], 429, 430. 参见 Aesthetics
Laws, natural, or universal[定律, 自然的或普遍的], 28, 36&n, 37&n, 40n, 41, 42, 59 – 60&n, 62, 63, 69, 79&n, *107*, 137 – 139, 141, *212*, 247, *248n*, 249, *253t*, 312, 313, 365n, 366, 367, 372, 420, 425; as mere rules of transformation[作为只是改造的规则], 36&n, 59, 61n, 100, 248&n, 313, 314; 参见 Instrumentalism; Pragmatism; micro-and macro-[宏观定律与微观定律], 196 – 197, 198n, 200, 203, 第 79 节, 207 – 208&n, 209, 223, 247; 参见 Thermodynamics; probability [概率], 141, 146, 第 69 节, 205 – 207&n, 261; 参见 Decidability; as

prohibitions[作为禁止], 41, 69, 88, 124, 204, 249, 395n, 428, 431;参见 Necessity, natural
Likelihood, Fisher's[似然,菲舍尔的], 330, 388, 389, 391, 398&n, 410, 411, 413 - 414&n; Bernouillian[伯努利的], 417
Logic[逻辑], 17, 43, 62&n, 66n, 67&n, 68&n, 71, 76&n, 85, 91n, 93, 98, 99, 120&n, 123&n, 192, 275, 322, 327; modal[模型], 357 - 358, 432; probability[概率], 见 Probability, logical; and induction [与归纳], 28, 29, 33, 34, 35, 168 - 169;参见 Apriorism; Boolean Algebra; Infinite regress; Probability logic; and science[科学的], 215; of scientific discovery[科学发现的], 见 Methods, deductivist view of, Knowledge, theory of. 参见 Contradietions; Consistency; Deducibility; Implication; Necessity, logical; Propositional calculus; Tautologies

MASS-PHENOMENA[大数现象], 222. 参见 Laws, micro-and macro-; Thermodynamics
Materialism[唯物论], 103. 参见 Mechanism
Mathematical rules for generating sequences[生成序列的数学规则], 165, 171
Mathematics[数学], 71 - 72, 99 - 100, 137, 372 - 373. 参见 Tautologies
Matrix[母式], 128t
Meaning[意义], 17, positivist dogma of[的实证主义教条], 15, 17, 35 - 38, 40&n, 51, 52, 53, 63, 121, 196&n, 220, 248&n, 312, 373, 437n; its dogmatic character [的教条特征], 38, 51 - 53&n, 121, 248n, 249, 437n;参见 Demarcation versus meaning; Metaphysics, positivists' hatred of; of ordinary words[日常词], 15, 65, 66, 84&n, 276; of primitive terms [基本词项], 72 - 75, 83 - 84
Measure[测度], 见 Probability formal, measure theoretical
Measurement, as test[测量,作为检验的], 118n, 第 37 节, 124 - 126, 131, 143; technique of[的技术], 124&n, 203; in quantum theory[在量子理论中], 见 Heisenberg's formula, orthodox interpretation of; Quantum theory, orthodox interpretation of. 参见 Precision
Mechanism[机械论], 103, 207
Metaphysical element of quantum theory[量子理论的形而上学因素], 见 Heisenberg's programme
Metaphysical faith in regularities[规律性的形而上学信念], 107, *252 - 254*, 278, 369, 436; 437&n - 438. 参见 Causality; Laws; Regularities;

Transcendental arguments; Uniformity of nature
Metaphysical statements, Metaphysics [形而上学陈述，形而上学], 34, 35, 36, 37, *38*, 39, 46, 50, 51, 53n, 55, 70&n, 85, 107, *111n*, 206n, 212, 220, 253, 262, *266*, *277*, 312, 313, 436, 438; the great role they may play in scientific activity[在科学活动中会起作用的重要角色], *38 – 39*, *131*, 206n, *277 – 278*, *314*; positivists' hatred of[实证主义者的厌恶], 35 – 38, 53n, 313, 437n, 452 – 453; purely existential statements[纯粹的存在陈述]; 68 – 69, 70&n, 90&n, 102, 194; probability[概率], 193&n, 195, 第 67 节, 196 – 198, 252, *253*; unfalsifiable[不可证伪的], 42, 59, 62, 266; 参见 Content
Methods[方法], 52, 54 – 56, 215, 248, *279 – 280*; critical or rational [批判的或理性的], 16, *44n*, *50*, 55n, 279; 参见 Discussion; empirical[经验的], *39*, 49, *50*, 83, 109, 280; historical[历史的], *16t – 17*; 参见 History; philosophical, nonexistent[哲学的，不存在的], *15 – 18*; 参见 Languages; scientific [科学的], *39*, 第二章, 50, 53 – 55, 279; choice of[的选择], 49; 参见 Fruitfulness; conventionalist view of[的惯例主义看法], 38, 50, 53, 第 11 节, 55, 82 – 83; naturalist view of[的自然主义看法], 35, 第 10 节, 51, 52t, 53, 262; deductivist view of[的演绎论观点], 30, 第 3 节, 32 – 34, 39, 80, 276 – 278, 315 – 316, 412 – 413; inductivist view of[的归纳主义看法], 27 – 30, 34 – 36, 39, 40, 52, 63, 79n, 93, 128n, 138, 168 – 169, 184, 276; 参见 Probability logic
Metric[度量], 见 Probability, logical, metric of
Middle frequency[中频率], 185t&n, 186&n, 187, 188&n, 294
Models[模型], 73&n, 432, 436n; of random sequences[随机序列的], 附录 XIV, 292&n, 293&n; languages [语言], 见 Languages
Modes of speech, formal and material [形式的与内容的言语方式], 95 – 96t, 103, 106; realistic[实在论的], 89
Modification or revision[修正], 71, 76n, *83*, *84*, 87n, 97, 108, 252, 253. 参见 Approximation
Modus Ponens[肯定前件推理], 91n, 264n
Modus Tollens[否定后件假言推理], 41, 第 18 节, 76 – 77, 254, 314
Monism[一元论], 105n
Multiplication theorem[乘法定理],

171, 175, 183, 186n, 287, 295, 323 – 325, 328, 336, 405

NAMES[名称], 74&n, 133 – 134; universal[普遍], 64 – 68, 74, 84&n, 94 – 95, *127*, 133 – 134. 参见 Concepts; Universals

Natural laws[自然律], 见 Laws

Naturalism[自由主义], 35, 第 10 节, 51, 52t, 53, 262

Natural selection[自然选择], 108. 参见 Elimination

Necessity, natural or physical[必然, 自然的或物质的], 426 – 432, *433t*, 434t – 438t; logical[逻辑的], 357 – 358, 427n, 428 – 430, 431 – 432, 433n, 434, 438; compared[比较], 429 – 431

Normal numbers, Borel's[布尔的正态数], 183n

OBJECT[反对], 74&n

Objective disorder[客观无序], 见 Randomness

Objectivity, scientific[客观性, 科学的], 44, 第 8 节, 44 – 47, 56, 第 27 节, 98, *99*, 100, *111&n*, 202 – 203, *212*, 258; of probability[概率的], 见 Probability theory, subjective versus objective views of; of quantum theory[量子理论的], 见各处

Observability[可观察性], *103*, 110, 124, 193, 412&n, 413 – 425. 参见 Effect, reproducible; Lawlike behaviour; Regularity; Similarity

'Observables'[可观察的], 217, 232

Observation or perception[观察或知觉], 28, 34, 43, 46 – 47, 59, 72, 75, 81, 87n, 第 25 节, 93 – *97*, 101n, 103, 104n, 105&n, 110, 124, 138, 139, 169, 279, 313, 315, 424; interpretation of, in the light of theory[借助于理论的诠释], 59&n, 75, 80, *106*, *107&n*, 131, 286, *412 – 413*, 423; 参见 Experience; and probability[与概率], 190, 193, 412 – 413&n; statements of[的陈述], 见 Basic statements; Protocol sentences[记录语句], 参见 Experience

Occult effects, Occult phenomena[神秘效应, 玄秘现象], 45t, 46n, 83, 100&n, 203

Occurrences[事例], 第 23 节, 88, 89t, 90, 114; sequences of[的序列], 见 Sequences

Operationalism[操作主义], 373, 439, *440&n*. 参见 Instrumentalism; Pragmatism

Origin of theories[理论的起源], 31, 32, 169, 315, 451

Ostensive definitions[直指定义], 见 Definitions

PARADOXES, logical[逻辑悖论], 17
Parameters[参数], 131 - 135, 139&n, 140n, 142&n, 143, 267n, 372, 379, 380, 383 - 385
Path of an elementary particle[一个基本粒子的轨迹], 219 - 221&n, 230, 231&n, 232 - 234, 237 - 240, 242&n, 296 - 298, 300, 452
Personal equation[个人误差], 105
Phenomenalism[现象论], 439&n, 440
Philosophy[哲学], *13*, 15, 19, *22*, 51, 55, 56. 参见 Cosmology; Knowledge, theory of; Metaphysics; Methods; Problems
Physicalism[物理主义], 99t, 103, (*105&n*)
Physics[物理学], 71, 76n, 79, *82*, 83, 92, 101n, 105, 107 - 108, 126 - 127, 150, *280*; probability in[概率中的], 见 Laws, micro-and macro-; Probability and experience; Probability in physics. 参见 Quantum theory; Relativity; Thermodynamics
Points of accumulation[聚点], 185t&n
Points of view, essential for science[科学的基本观点], 106, 421 - 422
Positivism, Positivists[实证主义, 实证论者], 34, 35, 36, 37, 38&n, 40, 49, 50, 51, 52, 94, *105n*, 109, 196n, 439. 参见 Heisenberg's formula, orthodox interpretation, positivist character of; Meaning, positivist dogma of; Metaphysics, positivists' hatred of
Possibilities, weight of[可能性的权重], 323 - 325
Potential falsifiers[潜在证伪者], 86t, 89 - 91, 101n, 102, 112, 114, 116, 119, 124, 141n, 286, 381, 395n. 参见 Field of application
Pragmatism[实用主义], 137, 274n, 276, 参见 Instrumentalism; Operationalism
Precision, quest for[寻求精确], 20, 394
Precision, degree of, increases with testability[精确度, 随检验而增长], 第 36 节, 122t, 123, 124 - 126, 131, *269* - 270, 411n, 432n; and probability[与概率], 202, 203, 204; in quantum theory[在量子理论中], 见 there
Prediction, as means of testing a theory[预见, 作为检验理论的方式], 33, 59n, 第 12 节, 60&n, 61, *83*, 126 - 127, 139, 150, 161, 168 - 169, 190 - 191, 205, 206, 208, 211, 212, 246, 255, 272&n, 315; in quantum theory[在量子理论中], 见 there

Prejudice[偏见], 278 – 279&n, 参见 Bias
Primitive or undefined terms or concepts[基本或未定义的词项或概念], 72 – 75, 83 – 84
Probability, absolute and relative[概率, 绝对的与相对的], 119nt, 318, 321&n, 325, 328, 329, 330, 346n, 335, 364, 388, 389, 393n, 396nt; *a priori* and *a posteriori*[先验的与后验的], 169n, 208, 271&n; primary and secondary[基本的与辅助的], 358, 405n, *416 – 417*
Probability and experience[概率与经验], 146, 166n, 168 – 169, 181n, 184, 250. 参见 Decidability; Evidence, paradox of
Probability, formal calculus of[概率, 的形式计算], *150 – 151*, 156n, 163, 171 – 172, 194n, 195, 211, 263n, 310, 318, 326, 388; classical[经典的], 148t, 156n, 183&n, 184, 320, 附录 * iii, 323 – 325, 364 – 367&n, 375n; frequency[频率], *146*, 147n, 149n, 156, 208&n, 210, 213, 320; 参见 relative frequency, axioms of; neoclassical or measure theoretical, 147n, 166n, 183n, 189n, 208n, 318 – 319, 327, 361; Autonomous axiom system of[自足的公理体系], 310, 附录 * ii 和 * iii, 318 – 322, 326&n ff; consistency of[的一致性], 337 – 339, incompleteness of[不完整], 326n, independence of[的独立性], 334, 344, 347 – 348; autonomous[自足的], 344t; definitions in[的定义], 344 – 348, 356; derivations in[推导中的], 附录 * v, 349 – 358
Probability, interpretations of the calculus of[概率, 计算的诠释], 147n, 第 47 节, 147 – 150, 211, 214, 318, 326; games of chance or classical[博弈或经典], 119, 318; statistical or relative frequency[统计或相对频率], 146, 147&n, 149&n, *152*, 173, 318, 409; logical, 147n, 148&n – 149, 190, 192n, 256n, 263n, 320, 367, 405, 414, 415, 417; inductive[归纳], 见 Probability logic; propensity[趋向], 147n, 149n, 150n, 166n, 173n, 211n, *212&n*, 309, 310&n, *409&n*
Probability logic, or inductive logic[概率逻辑或归纳逻辑], 29 – 30, 33, 119, 135, 148, 168 – 169, 183, 190 – 191, 192, *215t*, 254, 266, *363*, *368*, *387*, *405*; refutation of[反驳], *390 – 391*, 396 – 398, 407, 408; frequency or Reichenbach's view of[频率或赖兴巴赫的观点], 254 – *260&n*, 261 – 262, 附录 * i, 315 – 317;

logical or Keynes's view of[逻辑或凯恩斯的观点], 270&n - 273; Jeffreys' and Wrinch's view of[杰弗里斯和林奇的观点], 372 - 374, 383 - 385; Laplace's rule of succession[拉普拉斯的连续性法则], 369 - 371&n, 385n, 411, 417; Carnap's view of[卡尔纳普的观点], 272n, 370&n, 393, 394; Hempel's view of[亨佩耳的观点], 374n. 参见 Zero probability.

Probability, logical[概率, 逻辑], 119t&nt, 148&n, 192n, 212, 263n, 第 83 节, 269, 270&n, 271&n, 272, 318, *356*, 415; fine-structure[精细结构], 375t - 377, 381; as a range theory[作为域理论], 第 37 节, 124t&nt, 125, 211, 第 72 节, 213 - 214, 387; metric of[的度量], 114n, 118n, 128n, 385n, *404 - 405&n*, 410&n - 412&n, 413&n, *416 - 417*, 参见 Atomic statements; Field of application

Probability, mathematical[概率, 数学], 199 - 200, 208&n, 310, 326n, 346n

Probability in metaphysics[形而上学中的概率], 第 67 节, 196 - 198&n, 204

Probability in physics[物理学中的概率], 196, 197, 第 68 节, 198 - 205, 207 - 209; 参见 Quantum theory; objective fortuity of[的客观偶然性], 206&n, *207&n*, 246

Probability statements[概率陈述], 55, 70, 147, 200 - 201&n, 208, 211n, 247, 256; numerical[数], 119, 147 - 148, 263; logical form of[逻辑形式], 191, 第 66 节, 192 - 196, 198n, 204; untestable[不可检验的], 189 - 191, 192, *193&n*, 194, 196, 197, *204*; rendered testable[使可检验], 198, 199 - 202n, 204, 参见 Decidability; formally singular[形式上单称的], 第 7 节, 209t&nt - 211&n, 213 - 214; untestable[不可检验的], 211, 212, 228; as a bridge to subjectivism[作为主观主义的桥梁], 211, 212, 213; especially in quantum theory[尤其在量子理论中], 224, 229, 233 - 236, 250, 259, 300

Probability, theory of[概率, 理论], 146 - 147, 211n, 213, 247, 250, 375n; fundamental problem of[的基本问题], 150 - 151, 188 - 189; epistemological problem of[的认识论问题], 146, 155, 182 - 184; objective versus subjective views of [客观的对主观的观点], 147n, 第 48 节, 148&n - 150, *158n*, *181&n*, 189, 190, 206n, 208&n, *211*, *212*, *213*, 263, 359, 406 - 408, 409, 415, *418*, 457, 459 -

460
Problems[问题], *15*, *16*, *18*, *38*, *106*, 205, 281
Problem situation[问题情境], *13*, *22*, *277*, 439
Progress, scientific[科学的进步], 见 Evolution; Fruitfulness; Universality, levels of
Prohibitions, universal laws as[作为禁止的普遍定律], *41*, 69, 113
Propensity interpretation[趋向性诠释], 见 Probability, interpretations of
Propositional calculus[命题算法], 327, 329, 341n, 357 - 358
Propositions[命题], 见 statements
Protocol sentences[记录语句], 35, 47t, 第 26 节, 95t, 96&nt, 97, 104&n, 105&n, 106
Proximity, logical[逻辑近似], 148&n, 272
Psychologism[心理学主义], 17, 22, 30, 第 2 节, 31, 第 25 节, 93t, - 98, 103, 105, 255
Psychology[心理学], 82; of knowledge[的知识], 30, 31, *38*, *45* - *47*, 52, 99, 109 - 110, 420, 422&n
Pure case[纯例, 纯案例], 227t&nt, 240, 249, 298, 457n; super[超], 300 - 301

QUANTUM THEORY[量子理论], 61n, 62, 79, 107 - 108&n, 126, 147&n, 208n, 第 ix 章; discontinuity in[不持续的], 300; Heisenberg's formula[海森堡公式], 见各处; imaginary experiments in[的想象实验], 见各处; interpretation of[的诠释], *216*, 235, 236; orthodox[正统的], 216, 218 - 220, 229, 233, 234, 296&n - 298, 299n, *300*; author's statistical[作者的统计], 216&n, 第 74 节, 221 - 228, 229 - 302, 452, 457&n; 参见 Path; Statistical scatter relations; Wave packet; author's propensity[作者的倾向], 217n, 233n, 446; Bohm's causal[博姆的因果], 448 - 449; subjective versus objective[主观的对客观的], 220, 221, 225, 233 - 234, 458; measurement and precision in[中的测量与精确], 216, 217 - 221, 223, 224&n, 226&nt, 229, 230, 237 - 238, 241, 244n, 246, 296 - 297, 299&n, 302&n, 305, 445&n, 446, 451 - 452; prediction in[中的预测], 218, 219, 229, 230 - 231&n, 232&n, 233, 236, 237, 238, 241, 242n, 243, 246, *297*, 299n, 446, 448, 458 - 459; testability of[的可检验性], 217, 231, 232; and probability[与概率], *215*, 217n, 228, 233&n, 234 - 235, *250*, *300* - 301; 参见 Probability statements; the older[早期],

217, 222
Quasi - induction[准归纳], 见 Inductive direction

RANDOMNESS, or objective disorder [随机, 或客观无序], 163n, 165n, 166n, 172, 173, 174, 183n, 184, 187, 193 - 194, 197, 206n, *213 - 214*, 295, 附录 * vi, 359t - 362, 409. 参见 Relative frequency, axiom of randomness; Sample; Selections, insensitivity to; Sequences, random
Range, logical[逻辑域], 第 37 节, 124t&nt, 125, 211, 第 72 节, *213 - 214*, 387
Rational belief[理性信念], 见 Belief
Rational reconstruction[理性重建], 31 - 32
Rationalism, Rational philosophy, Rational attitude[理性主义, 理性哲学, 理性态度], 15, *16*, 17, *19*; 参见 Criticism; Discussion; classical, 19, 72
Rationalization[合理化], 59
Realism[实在论], 245n, 438
Reduction, of dimension[维数的还原], 见 Dimension
Reduction to observations[还原到观察], 95, 424, 425, 426n, 439&n - 440. 参见 Constitute
Reference class, Reference sequence, or collective[参考类, 参考序列, 或集合], 155t - 158, 165t, 170t - 172, 185, 186, 189n, 209 - 211&n, 214, 235 - 236, 257, 259. 参见 Randomness; Sequences, random
Refutability[可反驳性], 见 Disproof, and Falsifiability
Refutation[反驳], 见 Disproof, and Falsification
Regularity[规律性], 106, 138, 159, 172, 188, 196, 197, 199, 206&n, 207n, 208, 209, *252*, *253*, 359, 437. 参见 Effect, repeatable; Fluctuations; Lawlike behaviour; Observability; Statistical stablity; Uniformity of nature
Relative frequency[相对频率], 146, 147n, *149n*, 156, 294, *362*; of finite classes(*F*")[有穷类(*F*")的], 155 - 157, 174, 183, 附录 ii, 287 - 289; of finite sequences[有穷序列的], 159 - 163, 174, 184; of segments of finite sequences (*F*") [有穷序列(*F*")的节段的], 165t, 166, 174, 186; of random infinite sequences(*F*)[随机无穷序列(*F*)的], 156n, 173t, 174, 183, 184, 185, 214, 294; axioms of, Mises' [米泽斯的公理], 146, 第 50 节, 151 - 152, 153t, 171, 184, 189; consistency of[的一致], 189n, 361 - 362; criticism of[批评的], 154, 第 58 节, 170 - 172, 189n;

independence of[的独立], 182, 294; modification of[的修正], 第51节, 154, 182 - 183, 188 - 189; convergence or limit axiom[收敛公理或极限公理], 153t, 154, 166, 167, 182 - 184, 195, 196n; modification of (into the requirement of uniqueness)[(惟一性的要求)的修正], 151, 154&n, *165n*, 183&n, 第64节, 185 - 189&n, 194&n, 195&n, 196n; redundancy of, 183n, 187n, 191n, 199n, *293n*, *362n*; randomness or the exclusion of gambling systems axiom[赌博系统公理的随机性与排除], 152t - 153t, 154 - 155, 167 - 168, 第58节, 170t - 173, 189n, 194, 195&n; modification of[的修正], 154&n, 165n, 171n, 182, 185 - 188, 189n, *361 - 362*. 参见 After effect; Randomness; Segments; Selection; Sequences

Relativism[相对主义], 111n

Relativity, Einstein's[爱因斯坦的相对论], 76n, 83, 108, 143 - 144, 443, 447; and quantum theory[与量子理论], 217 - 218, 249, 443

Relevance[相关], 见 Effect, repeatable; Fluctuations; Observability; Regularity

Repetitions[重复], 见 Similarity

Rules of method[方法的规则], 见 Decisions

SAMPLE, statistical[统计样本], 179t, 201n, 204, 205, 385n, 411, 413n. 参见 Segments, representative

Science[科学], 47 - 49, *52*, 55, *57*, 268, 278 - 281, *368*; empirical[经验], 见 Empirical character; Empiricism; Theories; applied[应用], 33, 59n, 61, *106*, 109 - 110; as commonsense[作为常识的], 18, *22*, its aim, [其目标]37 - 38, 49, 第9节, 49 - 50, 52 - 53, 55, 59, 63 - 64, 80, 106 - 107, 272&n - 273; as a game with rules[作为有规则的游戏], *53 - 54*, 297; and logic[与逻辑], 215; and freedom[与自由], 279n

Second quantization[第二次量子化], 216n, 298

Segments of sequences[序列的节段], 163, 290, 291; probability of[的概率], 178, 183 - 184, 186n, 188; overlapping[交迭], 164t, 165n, 174&n, 175, 177, 179; adjoining[毗邻], 164t, 165n, 175, 179; representative[的再现], 190 - 193, 197, 201n, 204, 205; 参见 Sequence, shortest random

Selection[选择], 153, 第53、54节, 157t - 158, 170, 171, 186n, 288; insensitivity to[无影响,不敏感], 160t, 161, 162, 175, 185; 参见 After effect, freedom from; neigh-

bourhood［邻域］, 159t, 161, 162t&n, 172, 176 – 177, 185, 194n; pure［纯］, 177t; ordinal［顺序］, 159t; normal［正态的］, 172t, 175, 177, 179
Selection, physical［物理选择］, 225t&n – 226, 238, 240, 297, *299&n* – 302, 452. 参见 Statistical scatter relations
Self-evidence［不证自明］, 46, 72, 208. 参见 Conviction
Sense data［感觉资料］, 17, 34, 93 – 94, 105. 参见 Observation
Sequences［序列］, 149; empirical［经验］, 151, 153, 155, 159, 167, 168, 184, 190, 191n, 192, 193 – 194, 196 – 197, 199n, 207, 209, 210, 211, 409; of relative frequencies or properties［相关频率或比例的］, 152t – 153, 185, 198n; of statements［陈述的］, 257, 258, 259, 316; mathematical［数学的］, 166t – 167, 169 – 172, 184, 195, 207, 371n, 422; of segments［节段的］, 第 56 节, 163 – 165&n, 175; finite［有穷］, 第 54 节, 158, 163, 167, 183, 184, 361; infinite［无穷］, 165n, 第 57 节, 166 – 169, 178, 182, 185, 344; alternative［二择一］, 152t, 159t, 160, 162, 163, 185, 187, 192, 361; *n*-free［自由度为 *n*］, 见 After effect; random or chance-like［随机或似机遇的］, 151, 152t, 155, 162n, *167*, 170, 172, 第 59 节, 173t, 174, 179, 180, 183-184, 187, 188, 189n, 190, 206t, 207, 292, 295n, 360, 361; shortest［最短的］, 183n, 187n, 191n, 199n, 292n, 293n, 360 – 362. 参见 Reference sequence; Segments; Selection
Similarity［类似性］, 207n, 420 – 423
Simplicity［简单性］, *79*, 81, 109, 115n, 第 7 章, 136, 137, 142, 372, 附录 * viii, 379, 383&n – 385; not aesthetic or pragmatic［非审美的或非实用主义的］, 第 41 节, 137, 138; methodological problem of［的方法论问题］, 第 42 节, 137 – 140, 385; mathematical［数学的］, 139 – 140; as paucity of parameters［参数之少］, 131n, 140&n, 141 – 142&n, 267n, 273, 372, 379, 383, *384*, 385; 参见 Parameters; as content［作为内容］, 380 – 381, 384; as improbability［作为不可几性］, 139, 140n, 141, 142, 380 – 385; as testability［作为可检验性］, 第 43 节, 140 – 142, 267n, 270, 273; of probability statements［的概率陈述］, 207
Singular statements［单称陈述］, 27, 33, 41, 43, 59, 60, 62n, 63, 70n, 83, 85, 89, 90n, 95, 101n, 102, *109*, 129, 133, 136, 313,

367, 423, 424n; lawlike character of[的似定律特征], 95
Sociology[社会学], 37; of knowledge [的知识], 48, 279n
Space[空间], 见 co-ordinates
Stability[稳定性], 见 Statistical stability
Statements[陈述], 35&n, 59, 89, 93, 97, 105n, 114n; equations and functions[方程式与函数], 73t; disinction between singular and universal[个别与普遍之间的区别], 66 – 68; distinction between synthetic and empirical[综合的与经验的区别], 51&n – 52, 61, *120 – 121*, 254, 263 – 264&n, 368, 370; 参见 Demarcation versus meaning; Empirical character; Metaphysics. 参见 All-and-some-statements; Atomic statements; Basic statements; Contradictions; Existential statements; Metaphysical statements; Protocol sentences; Singular statements; Synthetic statements; Tautologies
Statistical estimates, Statistical hypotheses[统计学的估计, 统计学的假说], 见 Hypothesis
Statistical scatter relations[统计学的离散关系], 215, 225, 226, *229 – 230*, 231&n, 233, 237, 238, *300*
Statistical stability[统计的稳定性], 168 – 169, 180&n, 182, 184, 188, 189. 参见 Fluctuations; Path; Pure case
Statistics[统计学], 见 Probability; Relative frequency
Stratagem[策略], 见 Conventionalist stratagem
Strictness, degree of[严格度], 141t
Subclass relation[子类关系], 见 Testability, degree of
Sub-systems[子系统], 见 Independence
Surreptitious alteration[偷偷改变], *84*
Support[支持], 见 Corroboration, ungraded
Symbolism, worship of[符号崇拜], 394
Symmetry[对称性], 168, 169, 205; in probability axioms, between the two arguments[在概率公理中, 在两项论证之间], 326 – 327, 329, *330*, 331t, 346n; 参见 Zero probability; in quantum theoretical formalism, but not in Heisenberg's imaginery experiment[量子理论形式中的, 而不是在海森堡的想象实验], 451 – 452
Synthetic statements[综合陈述], 39, 61, 64, 74, 121; non-empirical[非经验的], 51&n – 52, 61, 120 – 121, 254, 263 – 264&n, 368, 370. 参见 Demarcation versus meaning; Meaning, positivist dogma of;

Metaphysics
Systems, the logical irrefutability of partial systems[系部，部分系统的逻辑上的不可反驳性], 76&n, 78, 124

TAUTOLOGIES[重言], 41, 74, 76n, 79n, 85, 91, 98, 116, *117 – 118*, 120&n, 263&n, 266 – 267, 275, 314, 318, *357* – 358, 370, 427n, 428, 431, *432t*
Technology[技术], 见 Science, applied
Terminology[术语], 274n, 394, 418
Test statements[检验陈述], 见 Basic statements; Potential falsifiers
Testability, Tests[可检验性，检验], 27, 第3节, *32*, *33*, 34, *39*, 44 – 48, 53, 54, 59n, 61, 70&n, 71, 76n, 84, 87&n, 96 – 98&n, *99*, *101&n*, 104, 105, 107, 143&n, 217, 231, 232, 248n, 257, 258, 264, 266&n, 267&n, 276, 281, 310, 313, 314, 359, 363, *402&n*, 414 – 415, 418, *419*, 432; 参见 Falsifiability; of probability statements[概率陈述的], 见 Decidability; degree of[度], 83, 108, 第vi, 112, 114 – 116, 267 – 269, 387; comparison of[的比较], 第32节, 114 – 115; with the aid of the subclass concept[借助子类概念], 第33节, 115 – 117, 120, 126, 130, 212 – 214; with the aid of field of application and dimension concepts[借助应用场和维概念], 128 – 135; the two measures compared[两种比较过的测量], 130; increases with content[随着内容而增加], 第35节, 119 – 121, 124, 140&n, 141, 142&n, 270n, 272&n, 273, 373 – 374, 385, 399, 400; increases with improbability[随不可几性而增加], 118 – 119, 126, 212, 267n, 269, 270, 273, 385; increases with simplicity[随简单性而增加], 第48节, 140 – 142, 267n, 270n, 273; increases with universality and precision[随普遍性和精确性而增加], 第36节, 121 – 123, 124 – 126, 141, 269, 273, 411n, 413n, 425
Theory, Theoretical systems[理论，理论体系], 6, 27, 28, 32, 34, 40, 50, 第iii章, *59&n*, 61&n, 第16节, 71 – 72, 75, 77, 81, 83, 86, 88, 92, 102, *106 – 111*, *113*, 119, 124, 126, 127, 136, 276, 277, 285 – 286, 314, 373; 参见 Laws; Universal statements; and experiment, 第30节, 106 – 108, 268, 422 – 426&n, 441; 参见 Interpretation; origin of, 31 – 32, 169, 315, 451
Thermodynamics[热力学], 196 – 197, 198n, 200, 203, 207 –

208&n, 209, 443, 460
'Tolerance', Carnap's principle of [卡尔纳普的"宽容原理"], 53n
Transcendence[超越, 超越性], 94, 423
Transcendental argument[超越性论证], 368t&nt, 370n, 383&n
Transformations, mathematical, invariance to[变换,数学的,不变的], 143, 144, 404, 405
Transformations, probabilistic[概率的变换], 见 Probability, theory of
Translation, from realistic to formal mode of speech[从实在论言语方式到形式的言语方式的翻译], 88 - 89
True, Truth[真, 真理], 61n, 71, 73, 74, *88 - 89*, 94, 109, 139, 248, 251, 256, 258, 262, 263, 264, *265*, 第 84 节, *274&n*-267&n, 278, 316, 317, 415, 419, 424n, 428, 437, *438*
Truth-frequency[真频率], 256t&nt - 260, 316
Truth-function[真函数,真函项], 128n, 286, 313
Truth-value[真值], 275
Two-slit experiment[双孔实验], 附录 V, 296&n - 298, 454 - 456

UNCERTAINTY[不确定性], 见 Hypothesis
Uncertainty principle[不确定性原理], 见 Heisenberg's formula
Uniformity of nature principle of[自然界均一性原理], 90n, 252 - 253, 369, 437&n, 438. 参见 Metaphysical faith in regularities
Uniqueness[独一无二], 46
Universality, accidental and necessary[偶然的和必然的普遍性], 427 - 428, 432 - *438*
Universality, levels of[普遍性水平], 47, 75, 第 18 节, 75 - 77, 84, 第 36 节, 121 - 123t&nt, 124, 268, 269, 271, 273, 276, *277*, *278*, 425, 438
Universals, problem of[普遍性问题, 全称问题], 66, 68, 74, 94 - 95, 441. 参见 Names, universal
Universal statements[全称陈述], 27, 28, 37, 41, 45, 62, 70n, 90n, 209, 258, 286, 373 - 377; 参见 Laws; Names, universal; strict or non-existence[严格的或不存在的], 62t - 63, 67n, 101&n, 102, 194, 426, 431, 438; as prohibitions[作为禁止的], 69, 113; strict versus numerical[严格的与数的], 第 13 节, 62 - 64, existential. 193; zero probability of[的零概率], 见各处
Use or usage of words[词的用法], 15, 65, 66, 68, 84&n, 276

VALIDITY, Bolzano's concept of[博

尔扎诺的妥当性概念], 119n
Value of judgements concerning science, necessary[关于科学、必需的价值判断], 38, 50, 55. 参见 Decisions
Verdict[裁决], 108 - 110
Verification, or confirmation in the sense of weak verification[证实, 或弱的证实意义上的确证], 33, 37n, 38, 50, 53, 80, 252n, 258&n, 261 - 262, 267n, 272, 278, 312, 316; of a basic statement, impossible[基本陈述的, 不可能的], 91, 93 - 94, 423 - 424&n; of an existential statemont, possible[存在陈述的, 可能的], 33, 69 - 70&n, 90; of probability statements, impossible[概率陈述的, 不可能的], 191&n, 192, 193&n, *196&n*; of universal statements impossible in one way and too easy in another[普遍陈述的, 以某种方式不可能而以另一种则轻而易举], 40, 41, 42, 63, 70, 78n, 91, 101n, 107n, 149n, 169, 206, 232, 第 79 节, *252 - 254*, 257, 264 - 265, 315, 371, 422 - 425; 参见 Instantiation; Zero probability
Vienna circle[维也纳小组], 51n, 59n, 251n, 265n, 311, 312

WAVE-PACKET[波包], 222t, 224, 234, 301, reduction of[的还原], 235&nt - 236, 445n, 448

ZERO PROBABILITY, of a universal statement[普遍陈述的零概率], 40n, 257, 附录 * vii, 363 - 373, 375n, 382, 383, 388, 405, 412
Zero probability of the second argument[第二个论证的零概率], 330 - 331, 335, 357n, 388, 389

译 后 记

《科学发现的逻辑》[*The Logic of Scientific Discovery*]一书是当代著名科学哲学家 K. Popper 的代表作，也是现代科学哲学颇享盛名的主要代表作之一。

本书是原名为 *Logik der Forschung*(《研究的逻辑》，1934 年，维也纳德文版)一书的英译本，由作者本人翻译。作者根据科学的发展，特别是现代科学发展的历史，提出了他独特的现已在西方广为流传的科学观。作者认为对于科学的发展重要的不是致力于收集事实，而是要提出大胆的提供更多信息的经得住实验和批判检验的假说，如果假说或理论被实验证明为假，就应无情抛弃代之以更经得住检验的假说或理论。科学通过这一无限的发展而接近真理。他把可证伪性作为科学与非科学的分界，批判了对西方科学界影响颇大的逻辑实证主义和归纳主义。作者的见解对西方科学界有很大的影响，并受到许多著名科学家的赞同。英国诺贝尔奖金获得者生物学家 P. Medawar，澳大利亚诺贝尔奖金获得者生理学家 J. Eccles 和法国诺贝尔奖金获得者分子生物学家 J. Monod 等人认为 Popper 的思想对他们的工作有重要意义。

我们翻译这本书，将它介绍给国内的科学家们，正是希望这本书中提出的方法，或许对于我们的科学家会有借鉴作用。

本中译本是根据英国伦敦 Hutchinson 出版公司 1977 年的新版本翻译的。该书是 1980 年查汝强同志访英时，作者亲手送给他的。我们在翻译过程中，还参照了纽约 Basic 出版社 1959 年的版本，以及由大内義一和森博翻译，恒星社厚生阁出版的 1972 年的日译本。为了不致使本书与读者见面的时间延迟太久，我们遗憾地删除了全部附录和索引。因而正文中涉及附录的注或词句也就相应地地删除了。我们

希望今后有可能出版中译本第二版时，把它们补上。另外我们对个别名词或需要说明的加了中译者注，用★标示。

本书翻译过程中遇到一些疑难，查汝强同志曾写信询问作者本人，邱仁宗同志曾在访英时询问现任伦敦大学伦敦经济学院哲学、逻辑学和科学方法系主任 J. Watkins 教授，特此向他们两位致谢。第八章概率的中译文曾请孙小礼同志审阅，也向她致谢。科学出版社的同志为本书的早日出版尽了很大努力，我们表示感谢。还感谢王维同志从日本给我们带来了日译本。其他所有对我们的工作提供帮助的同志，我们谨在此一并表示感谢。

本书第一至第七章由查汝强同志翻译，第八章以后由邱仁宗同志翻译。

由于我们的水平有限，错误之处难免，请读者批评指正。

查汝强　邱仁宗

1985 年 5 月

编者注：这是科学出版社 1986 年版的译后记，记录了当时的一些情况。现附于此，以志岁月。

编　者　跋

《科学发现的逻辑》中译本1986年由科学出版社出版。当时为了能使读者早日见到此书，它删除了全部附录、索引及部分注释。这样，读者见到的文本，共21万字。

2006年，已时过20年，出版一部完整的译本已是读者悬目所盼。我因与邱仁宗先生电话联系，恳请他们给出全译本。但由于邱先生有重任在身，另一位译者查汝强先生也远在美国，所以邱先生委托我来续成译作。因此，我亟请万木春先生据2000年Routledge版补译缺失，又请毕斐先生协助统一译名，编辑索引。待增补工作蔵事，已成了将近40万字的大作。

全书的最后校订由我负责，在细读全书时，才知道迻译之难比我预计的要大得多。我一面对上述诸位由衷致谢，也一面想起我的短暂的大学岁月，那时我几乎半年时间都在演算塔尔斯基在《逻辑与演绎科学方法论导论》[*Introduction to Logic and to the Methodology of Deduction Science*]（周礼全、吴允曾、宴成书合译，商务印书馆，1963年）中所附的习题，通过哲学界，还初次接触了波普尔的三个世界的观念。

范景中　2008年6月20日